

تم تحميل وعرض هذا المادة من موقع واجبي:



www.wajibi.net

اشترك معنا ليصلك كل جديد:



المضلعات المتشابهة

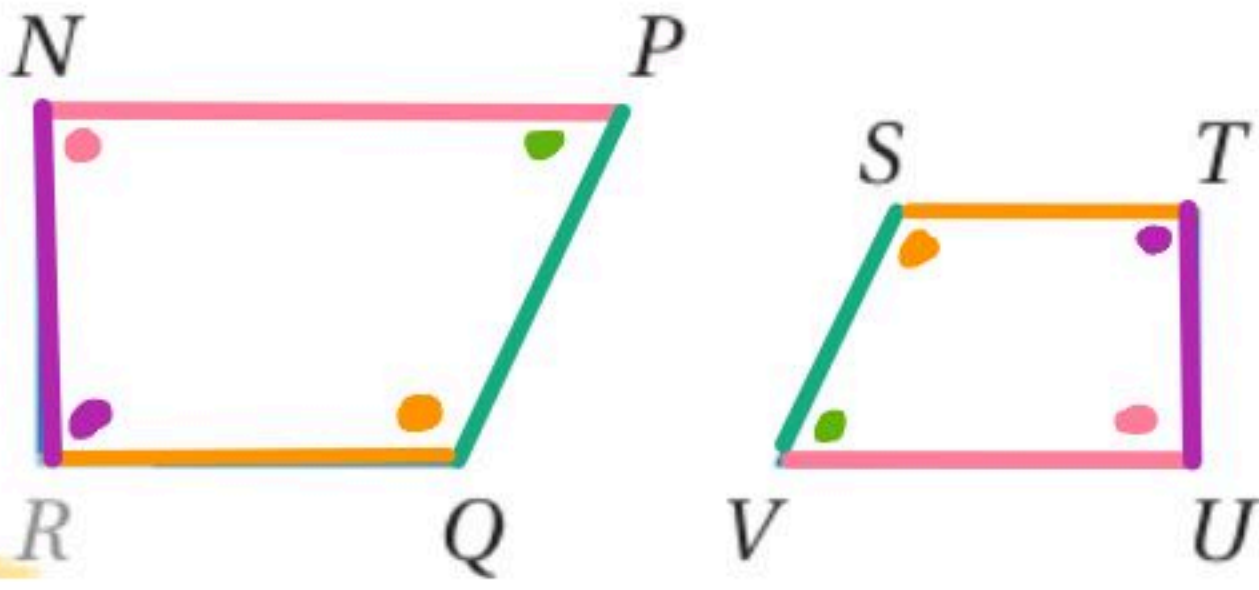
تحقق من فهمك

72

استعمال عبارة التشابه

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلِّ ممَّا يأتي:

(1) إذا كان $NPQR \sim UVST$

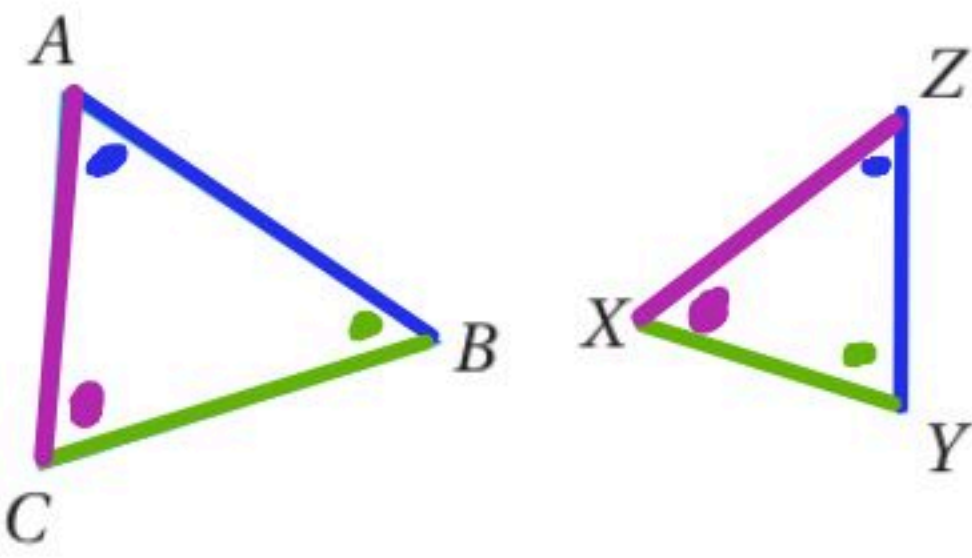


الزوايا:-

$$\begin{aligned} \angle P &\cong \angle V & \angle N &\cong \angle U \\ \angle R &\cong \angle T & \angle Q &\cong \angle S \end{aligned}$$

المتناسب:-

$$\frac{NP}{UV} = \frac{PQ}{VS} = \frac{QR}{ST} = \frac{RN}{TU}$$



(1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

تأكد

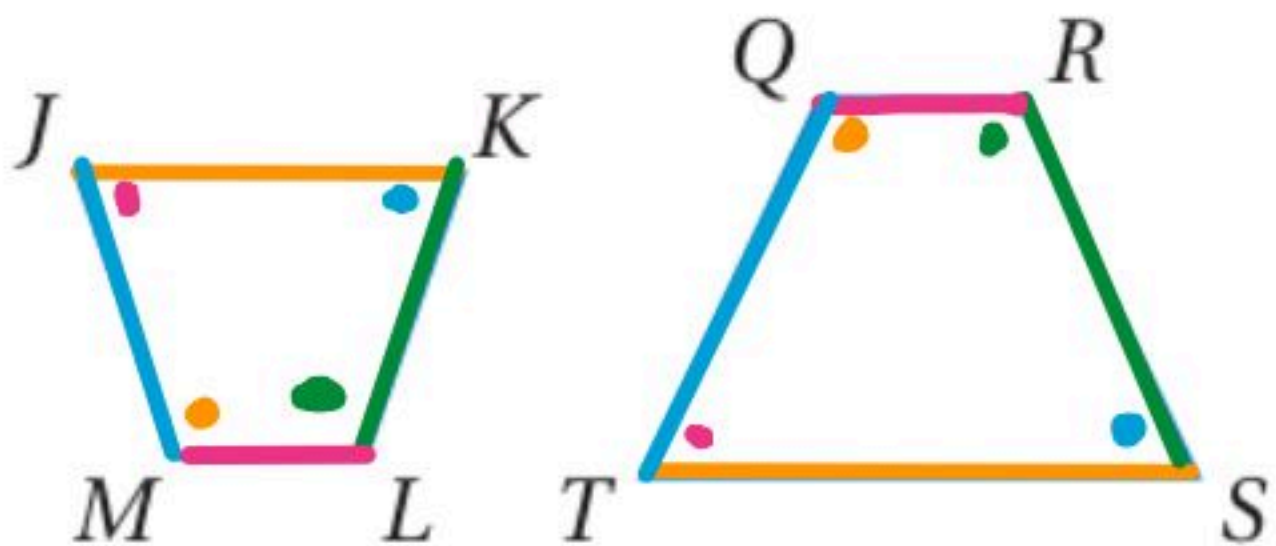
الزوايا:-

$$\begin{aligned} \angle A &\cong \angle Z & \angle B &\cong \angle Y \\ \angle C &\cong \angle X \end{aligned}$$

المتناسب:-

$$\frac{AB}{ZY} = \frac{BC}{YX} = \frac{CA}{XZ}$$

(2) $JKLM \sim TSRQ$



الزوايا:-

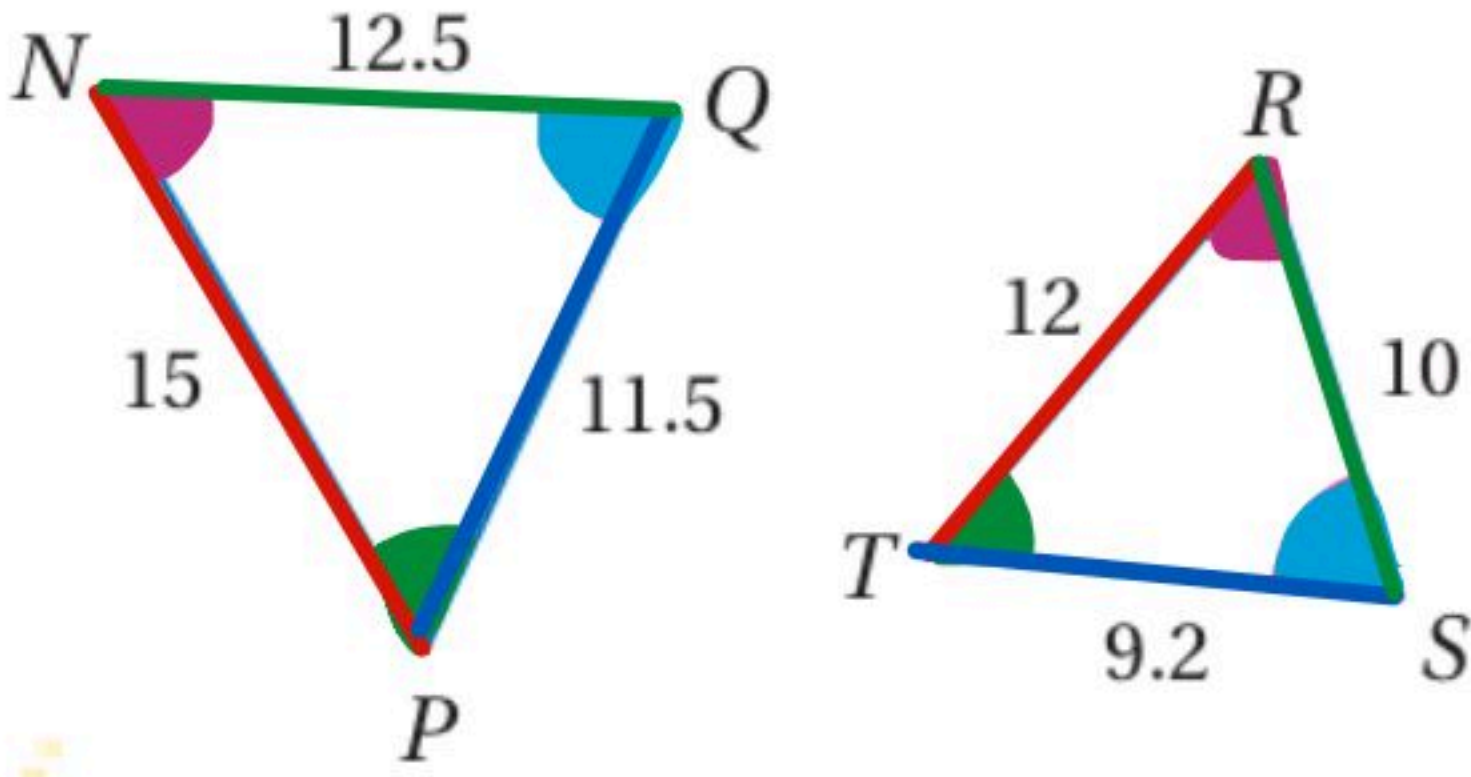
$$\begin{aligned} \angle J &\cong \angle T & \angle K &\cong \angle S \\ \angle L &\cong \angle R & \angle M &\cong \angle Q \end{aligned}$$

المتناسب:-

$$\frac{JK}{TS} = \frac{KL}{SR} = \frac{LM}{RQ} = \frac{MJ}{QT}$$

تحديد المضلعات المتشابهة

حدّد ما إذا كان المضلعان في كلّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضح إجابتك.



عبارة التشابه

$$STR \sim QPN$$

عامل التشابه: 1.25 أو 0.8

تحقق من فهمك

الزوايا متطابقة

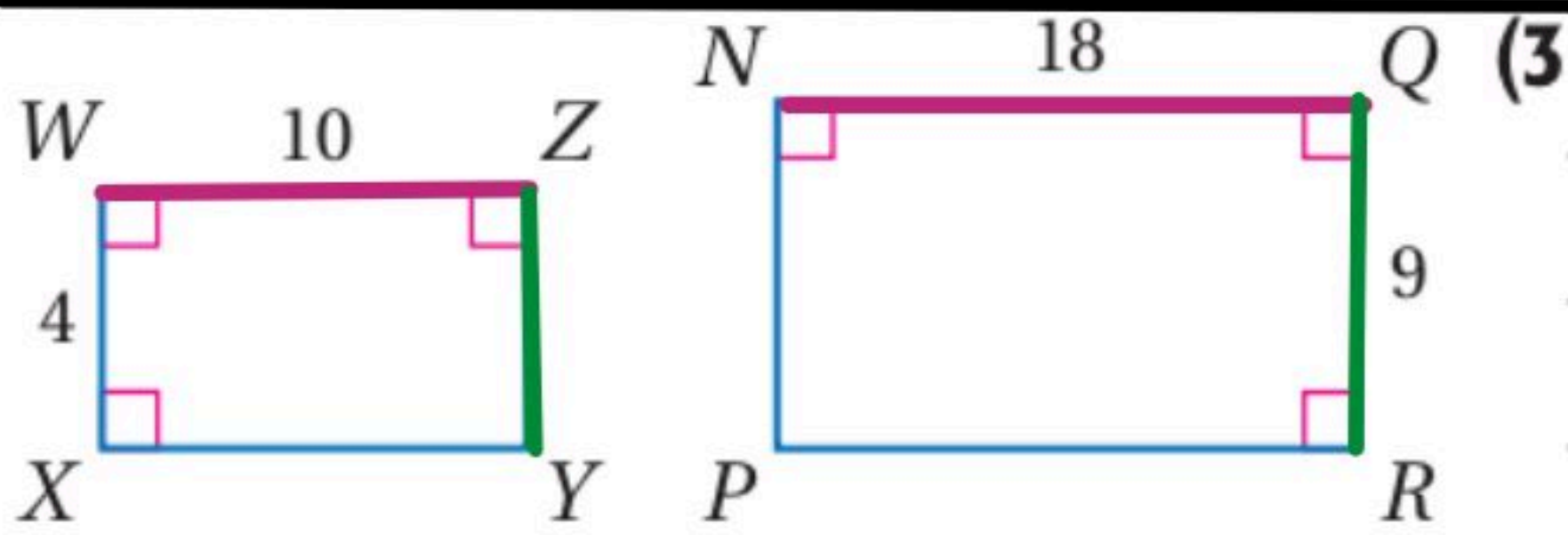
(2)

التناسب: -

$$\frac{15}{12} = \frac{12.5}{10} = \frac{11.5}{9.2}$$

$$1.25 = 1.25 = 1.25$$

المثلثان متشابهان



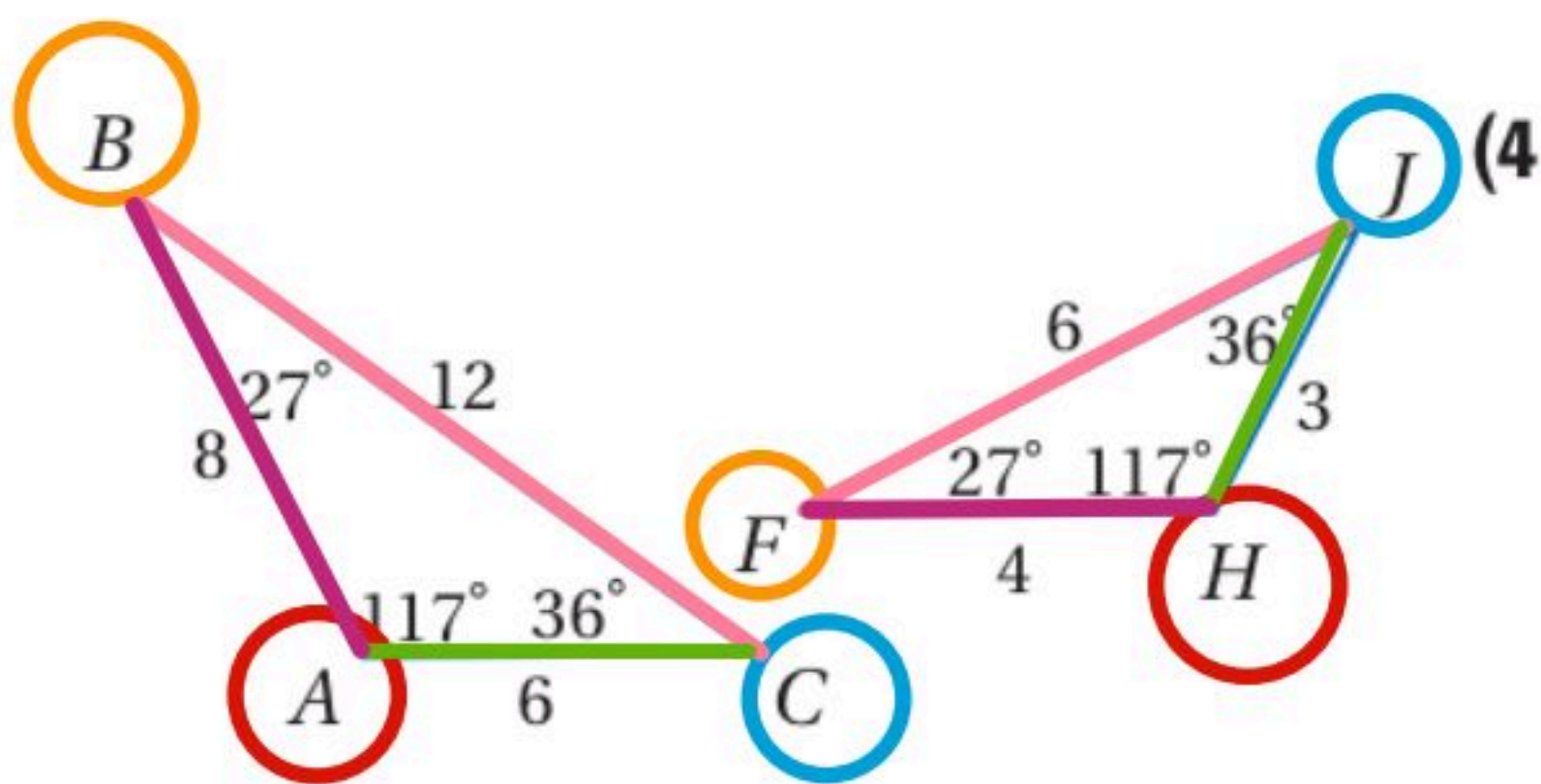
الزوايا متطابقة

تأكد

التناسب: -

$$\frac{18}{10} = \frac{9}{4}$$

المضلعان غير متشابهان $1.8 \neq 2.25$



الزوايا متطابقة

التناسب: -

$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3}$$

$$2 = 2 = 2$$

عامل التشابه = 2 أو 1/2

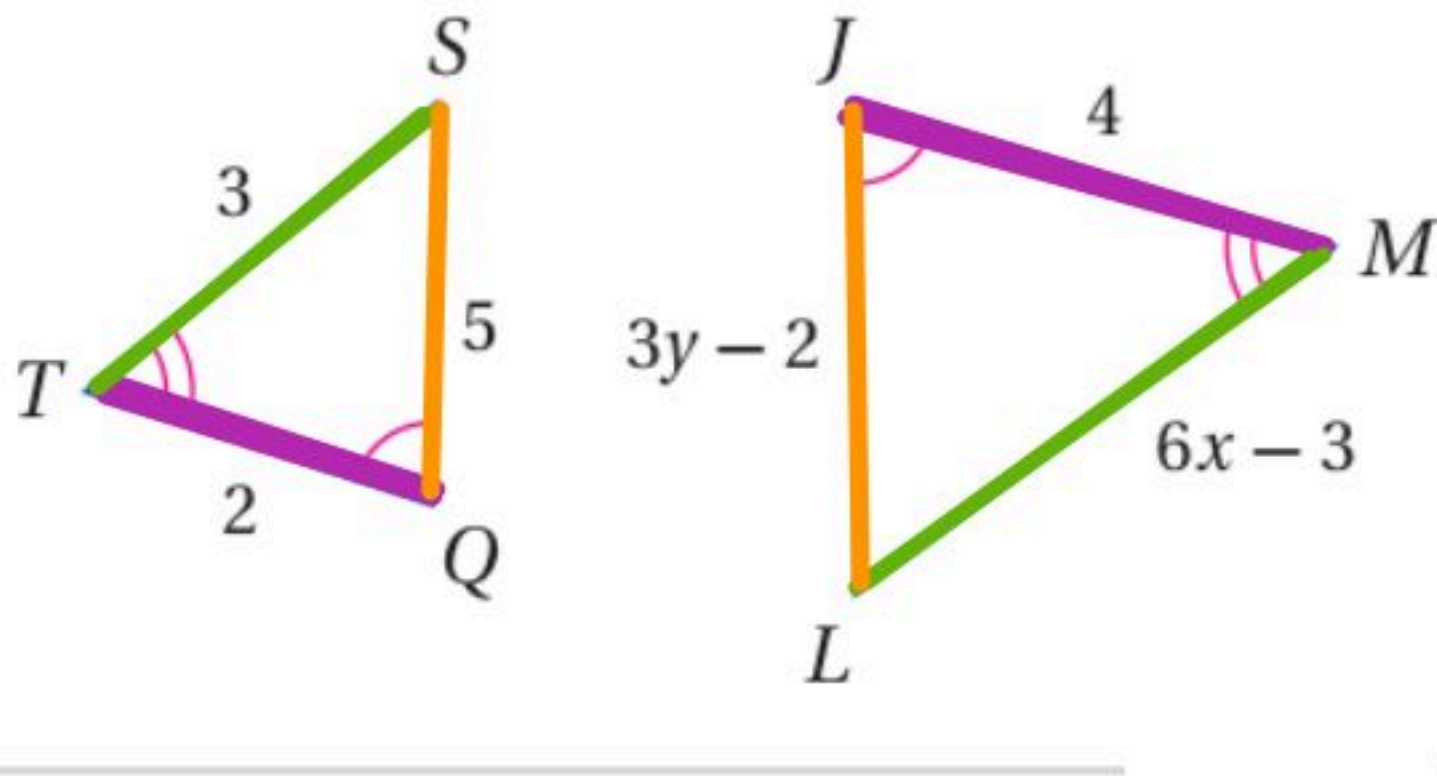
المثلثان متشابهان

$$ABC \sim HFJ$$

عبارة التشابه: -

استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة

تحقق من فهمك إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة المتغير



إذا كان $\Delta JLM \sim \Delta QST$

x (3A)

y (3B)

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{4}{2}$$

$$2(3y-2) = 4 \times 5$$

$$6y - 4 = 20$$

$$6y = 24$$

$$y = 4$$

$$\frac{6x-3}{3} = \frac{4}{2}$$

$$2(6x-3) = 3 \times 4$$

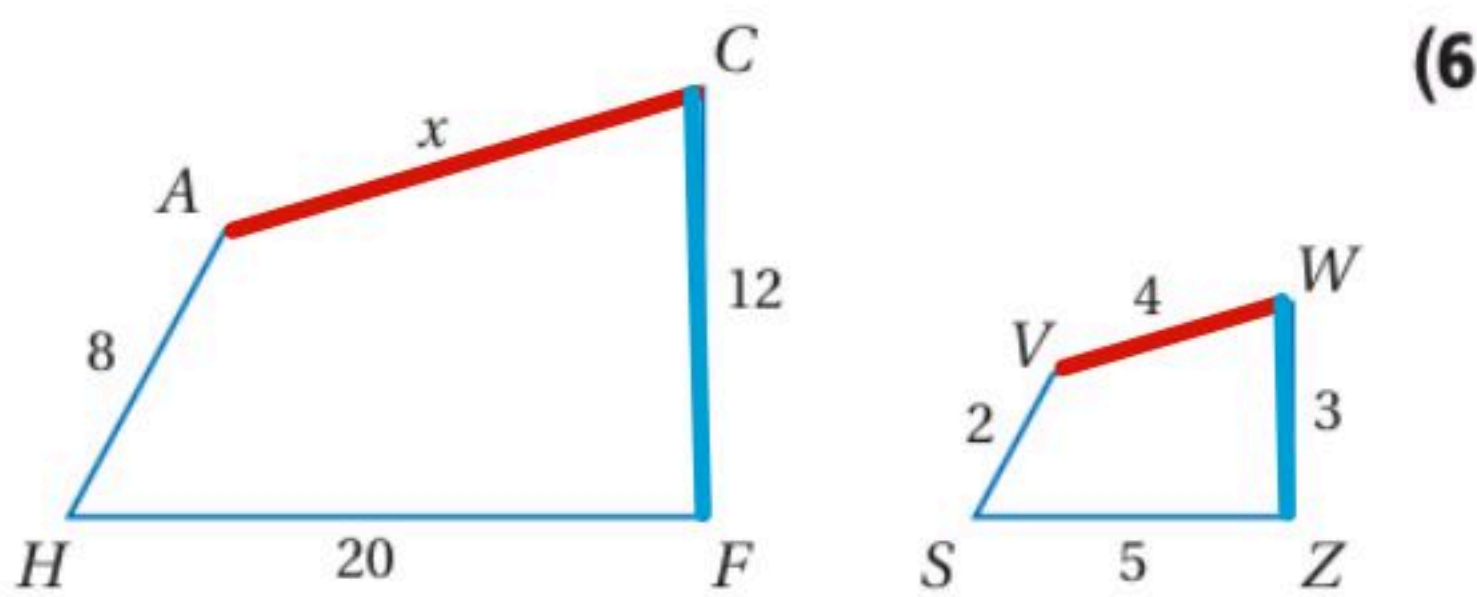
$$12x - 6 = 12$$

$$12x = 18$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = 1.5$$

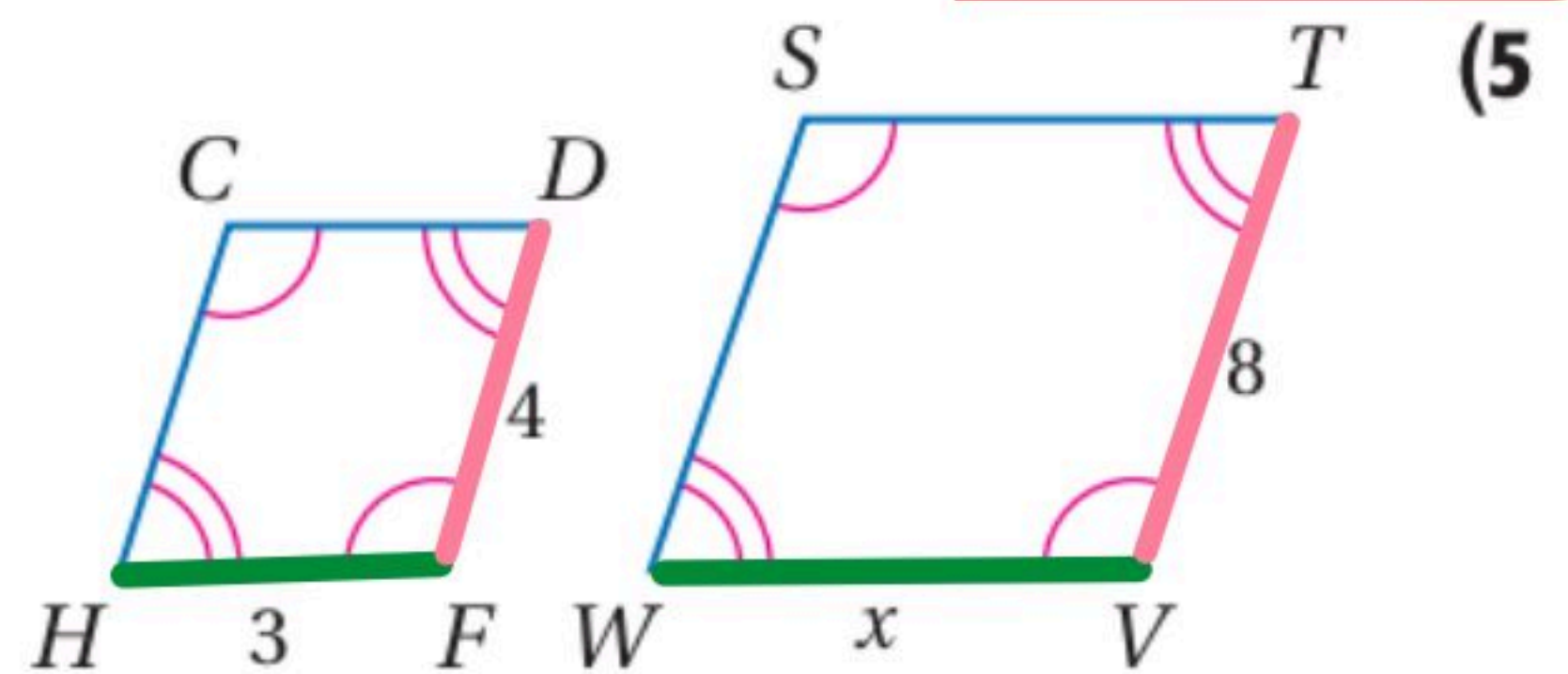
تأكد



$$\frac{x}{4} = \frac{12}{3}$$

$$3x = 4 \times 12$$

$$x = \frac{4 \times 12}{3} = 4 \times 4 = 16$$



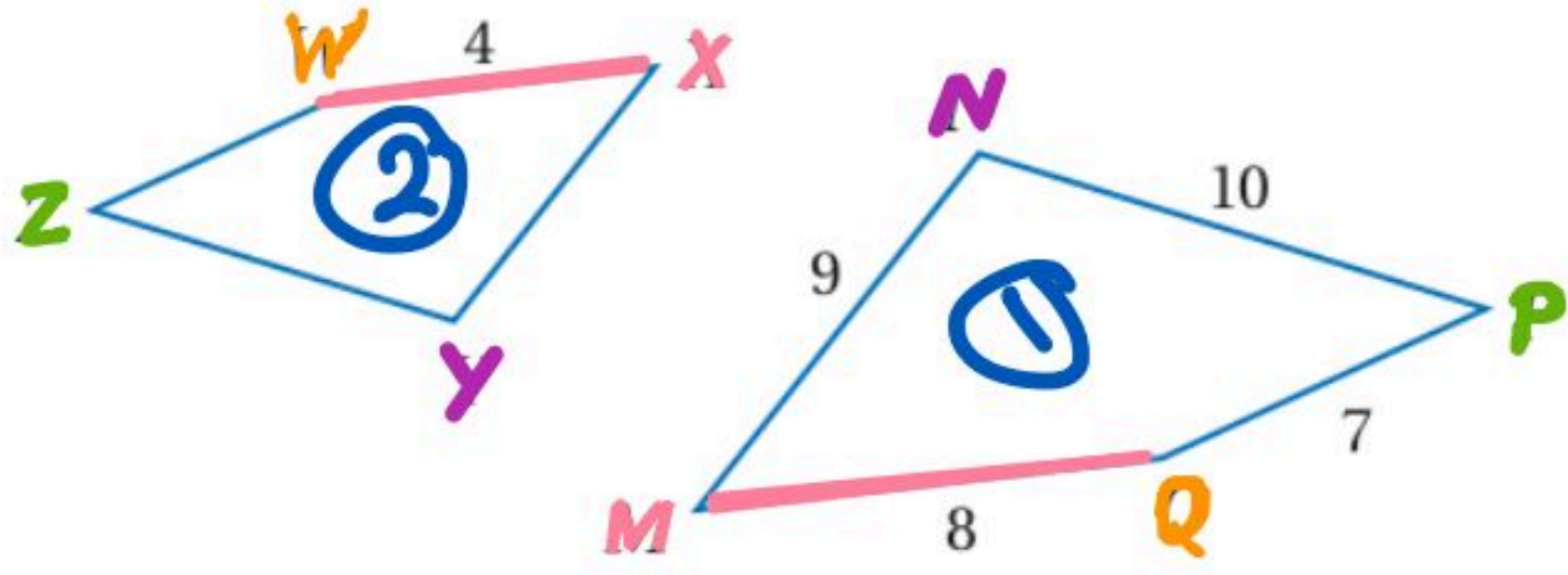
$$\frac{x}{3} = \frac{8}{4}$$

$$4x = 3 \times 8$$

$$x = \frac{24}{4} = 6$$

استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

تحقق من فهمك



(4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

١/ محيط $MNPQ = 7 + 8 + 9 + 10 = 34$

٢/ محيط $XYZW$

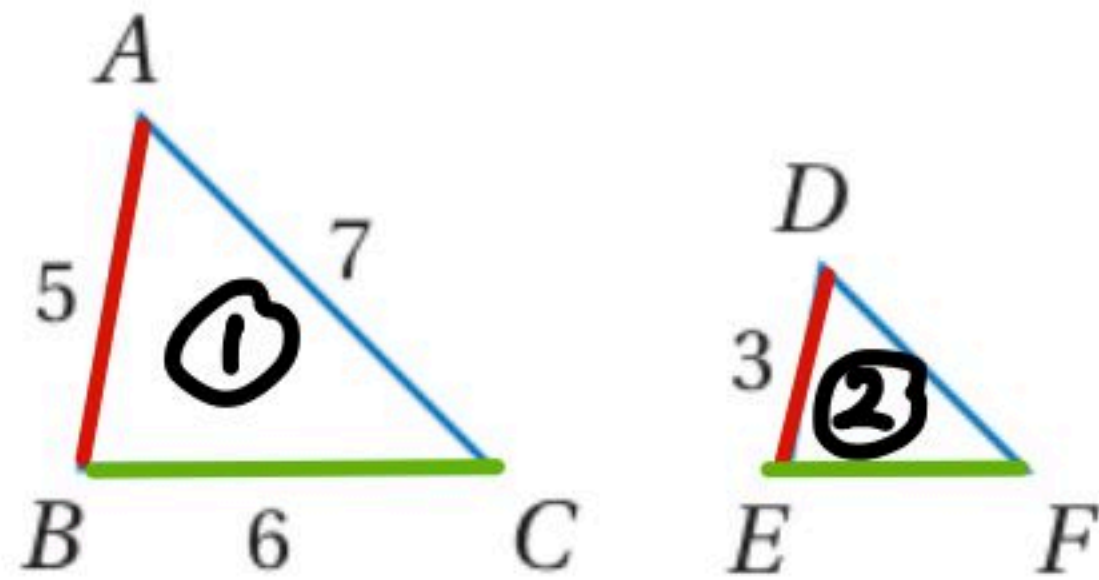
٣/ عامل لتشابهه

① محيط $= \frac{8}{4}$
② محيط

$2 = \frac{8}{4}$

~~$\frac{34}{m} = \frac{8}{4}$~~ $m = \frac{34 \times 4}{8} = \frac{17 \times 2 \times 4}{8} = 17$

محيط $XYZW = 17$



أوجد محيط المثلث المحدد في كل مما يأتي:

(15) $\triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

١/ محيط $ABC = 5 + 6 + 7 = 18$

① محيط $= \frac{5}{3}$
② محيط

٣/ عامل لتشابهه $= \frac{5}{3}$

~~$\frac{18}{m} = \frac{5}{3}$~~

٢/ محيط DEF

$5m = 3 \times 18$

$m = \frac{84}{5}$

$m = 10.8$

المثلثات المتشابهة

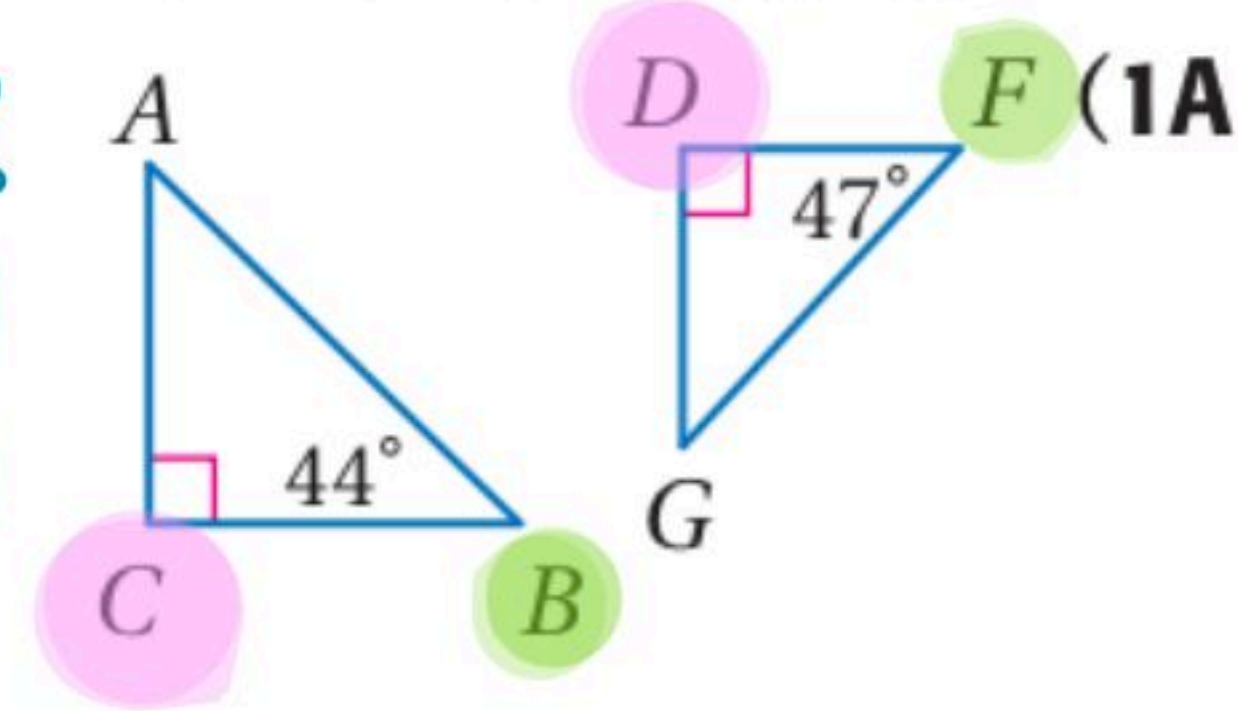
Similar Triangles

80

استعمال مسلة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه

لا ، لا يوجد زاويتان في أحد المثلثين متطابقتان لزاويتين في المثلث الآخر



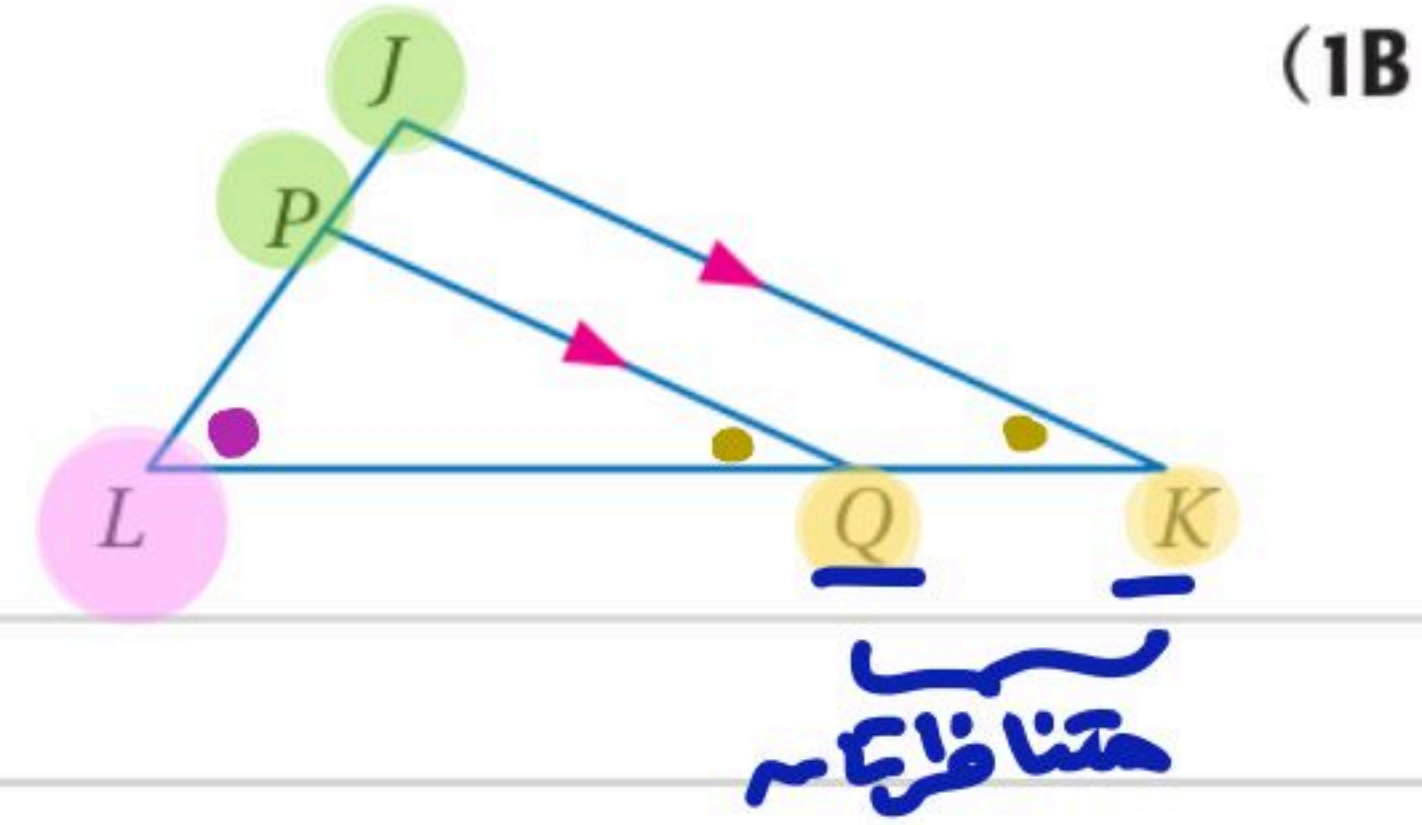
نعم ، حسب مسلة AA

$$\angle L \cong \angle L$$

$$\angle PQL \cong \angle JKL$$

$$\triangle PQL \sim \triangle JKL$$

عبارة التشابه :-

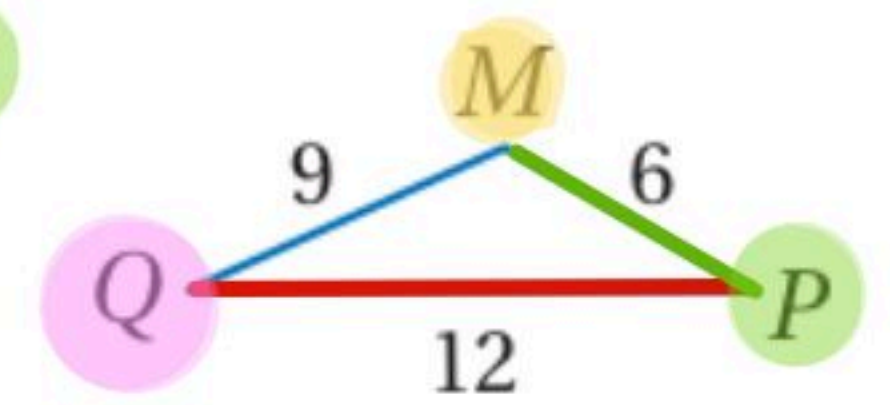
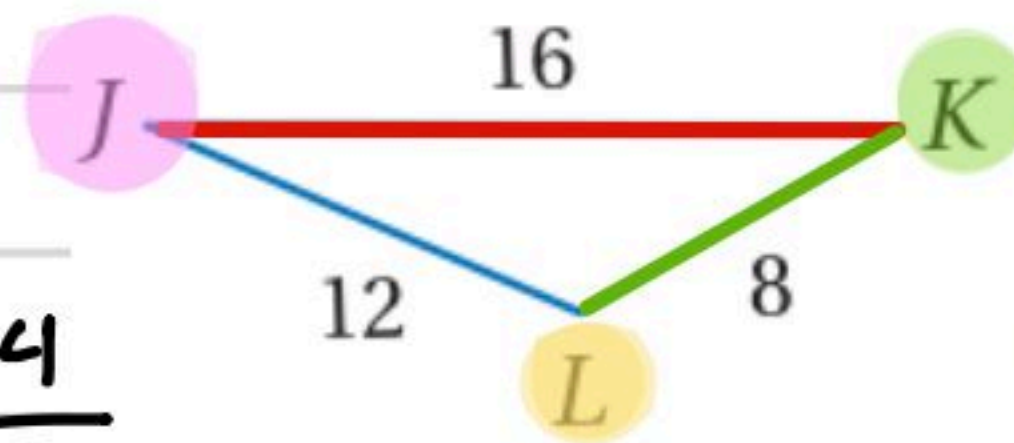


استعمال نظريتي التشابه SSS, SAS

$$\frac{JK}{QP} = \frac{LK}{MP} = \frac{JL}{MQ}$$

$$\frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$$

المثلثان متشابهان حسب مسلة SSS



عبارة التشابه :-

$$\triangle JKL \sim \triangle QMP$$

$$\angle W \cong \angle W$$

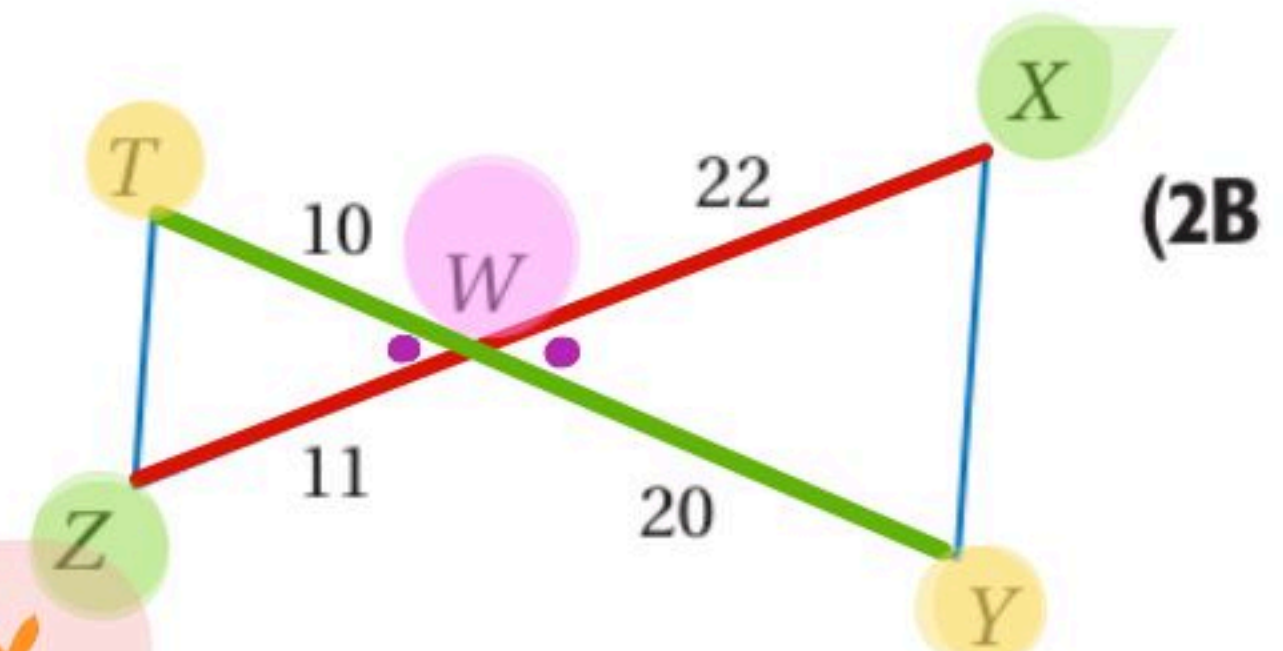
المثلثان متشابهان حسب مسلة SAS

$$\frac{WZ}{WX} = \frac{WT}{WY}$$

$$\frac{11}{22} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

عبارة التشابه :-

$$\triangle ZWT \sim \triangle XWY$$



تأكد

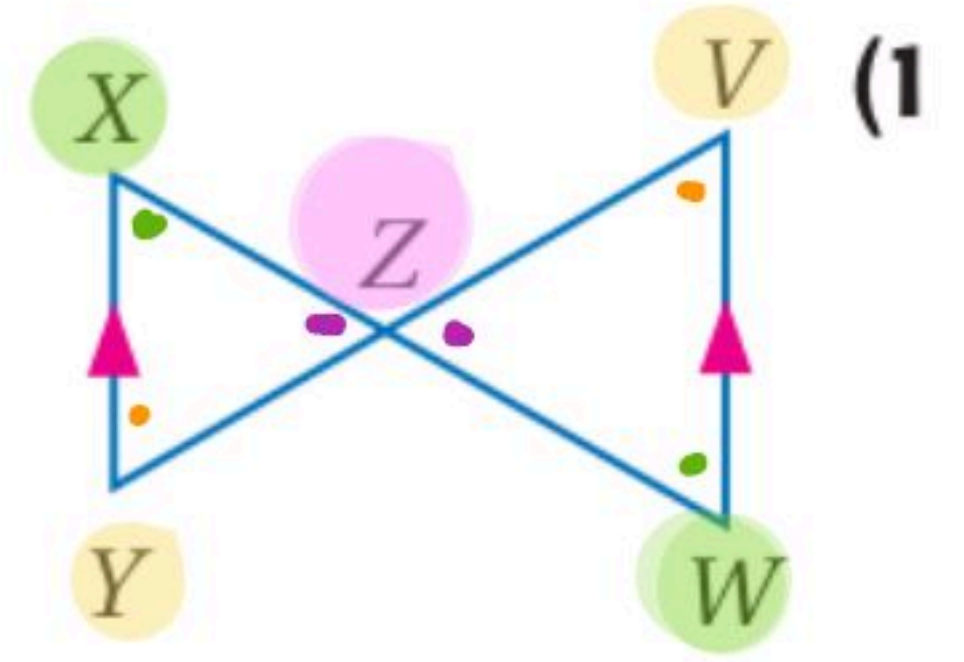
نفس حسب مسطرة AA

$$\angle Z \cong \angle Z$$

$$\angle X \cong \angle W$$

$$\triangle VZW \sim \triangle YZX$$

عبارة لعتشابه :-



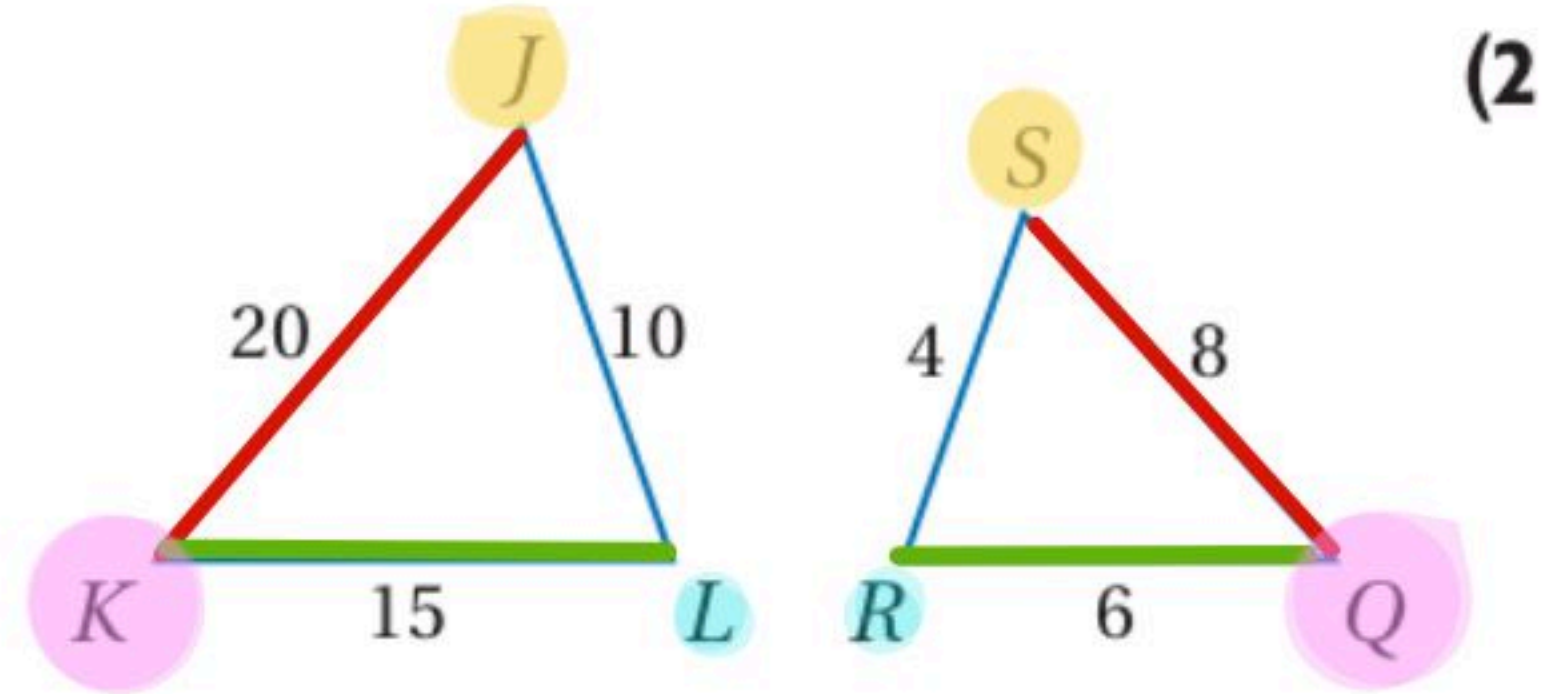
$$\frac{JK}{SQ} = \frac{KL}{QR} = \frac{LJ}{RS}$$

$$\frac{20 \div 4}{8 \div 4} = \frac{15 \div 3}{6 \div 3} = \frac{10 \div 2}{4 \div 2} = \frac{5}{2}$$

المثلثان متشابهان حسب مسطرة SSS

$$\triangle KLJ \sim \triangle QRS$$

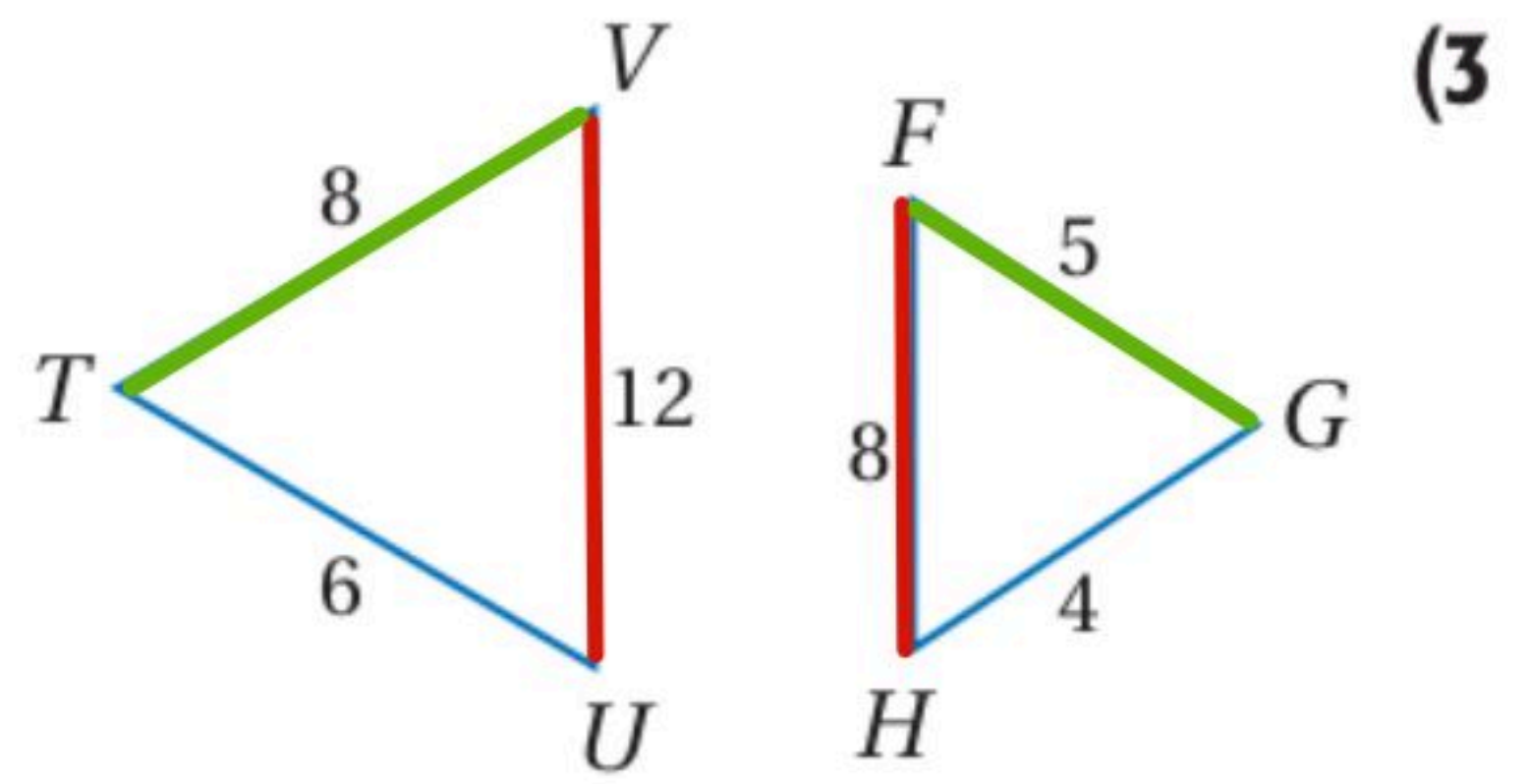
عبارة التثابه :-



$$\frac{UV}{HF} = \frac{VT}{FG} = \frac{TU}{GH}$$

$$\frac{12}{8} \neq \frac{8}{5} \neq \frac{6}{4}$$

المثلثان غير متشابهين



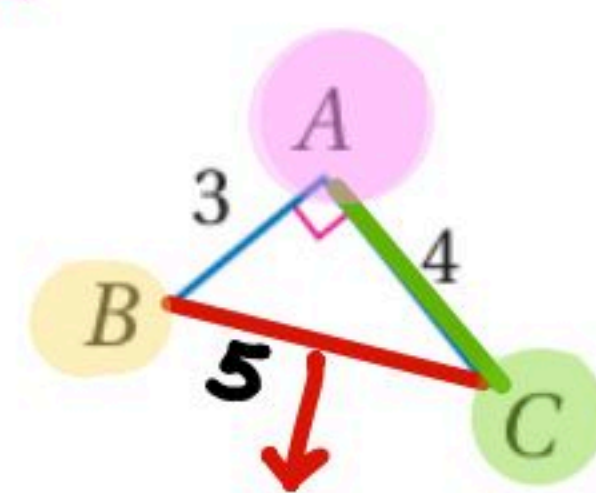
$$\frac{DF}{BC} = \frac{EF}{CA} = \frac{FD}{AB}, \angle A \cong \angle F$$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$$

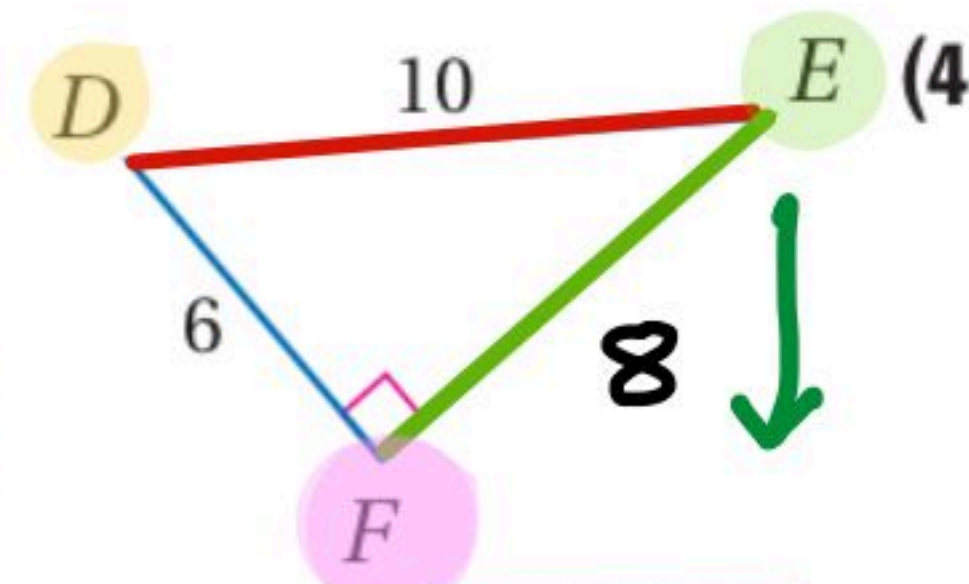
المثلثان متشابهان حسب مسطرة SAS أو مسطرة SSS

عبارة لعتشابه :-

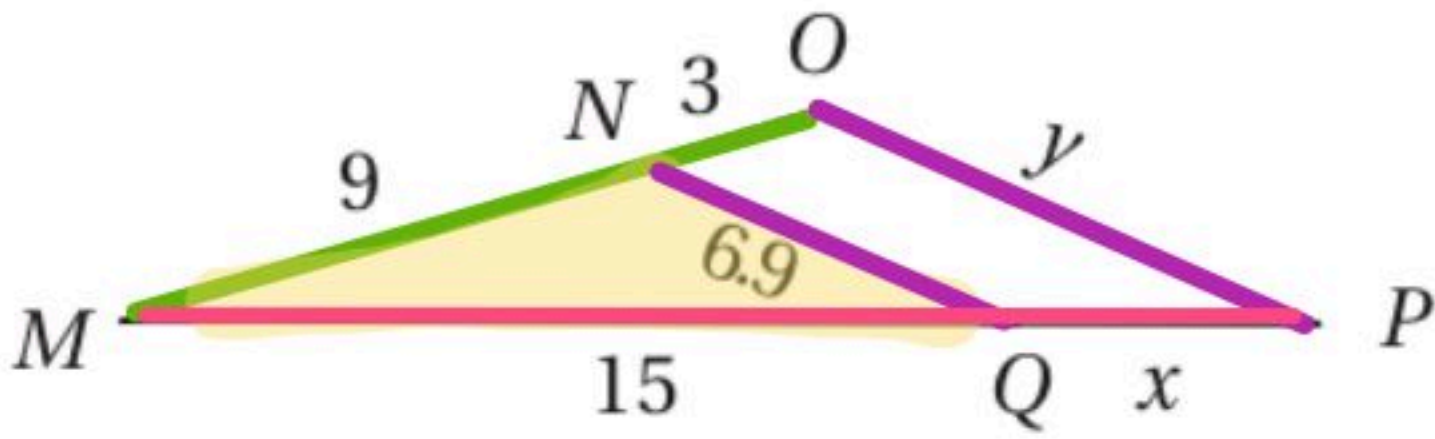
$$\triangle ABC \sim \triangle FDE$$



$$\begin{aligned} &\sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &\sqrt{10^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{100 - 36} \\ &= \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$



المثلثان MNQ, MOP في الشكل المجاور متشابهان، ما قيمة y ؟

$$\frac{OP}{NQ} = \frac{MO}{MN}$$

20.7 D

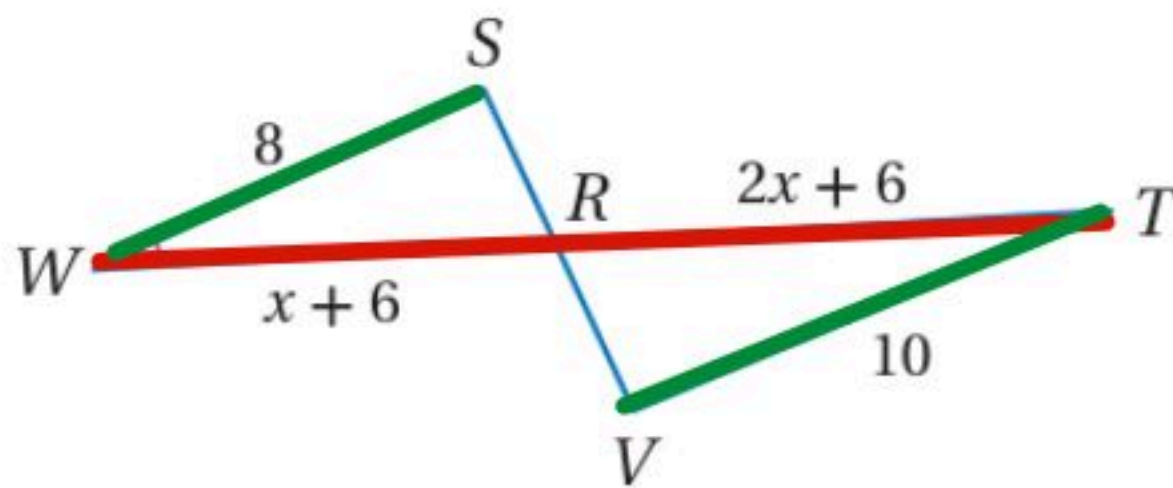
9.2 C

8.4 B

5.2 A

$$\frac{y}{6.9} = \frac{3}{9} \quad y = \frac{12 \times 6.9}{9} = 4 \times 2.3 = 9.2 \star$$

$WR = 8$
 $RT = 10$



WR, RT (4B)

$$\frac{RT}{WR} = \frac{VT}{WS}$$

$$\frac{2x+6}{x+6} = \frac{10}{8}$$

$$8(2x+6) = 10(x+6)$$

$$16x + 48 = 10x + 60$$

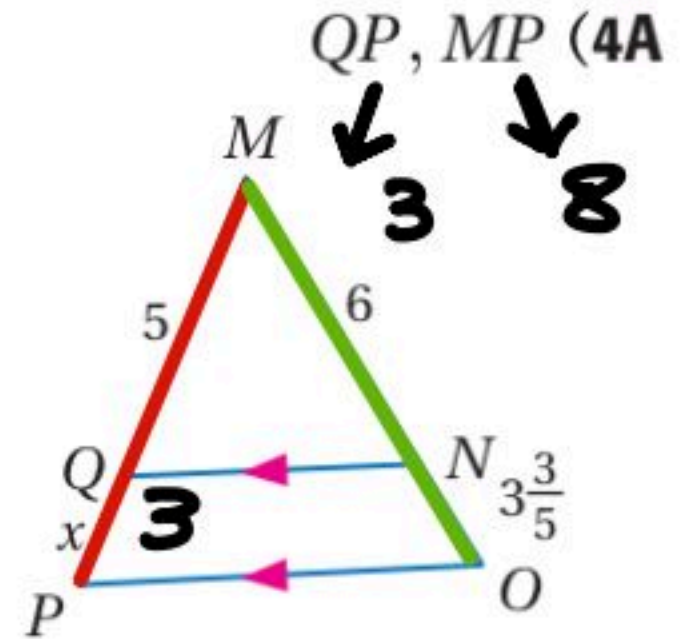
$$16x - 10x = 60 - 48$$

$$6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

$$\frac{MP}{MQ} = \frac{MO}{MN}$$

$$\frac{x+5}{5} = \frac{9\frac{3}{5}}{6}$$



$$6(x+5) = 5 \times 9\frac{3}{5}$$

$$6(x+5) = 5 \times \frac{48}{5}$$

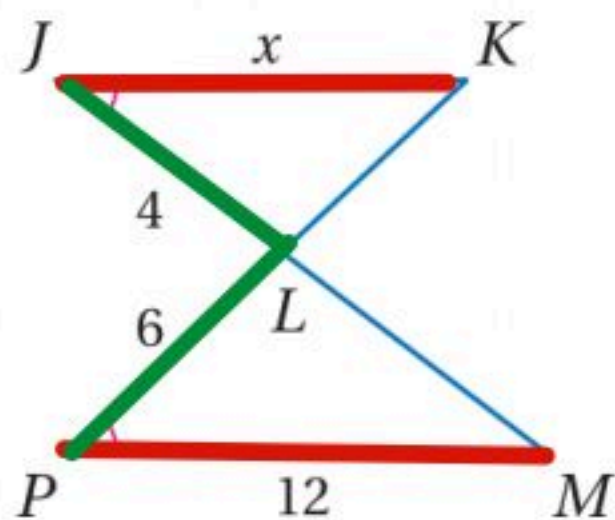
$$x+5 = \frac{48}{6}$$

$$x+5 = 8$$

$$x = 3$$

$QP = 3$, $MP = 3 + 5 = 8$

JK (12)

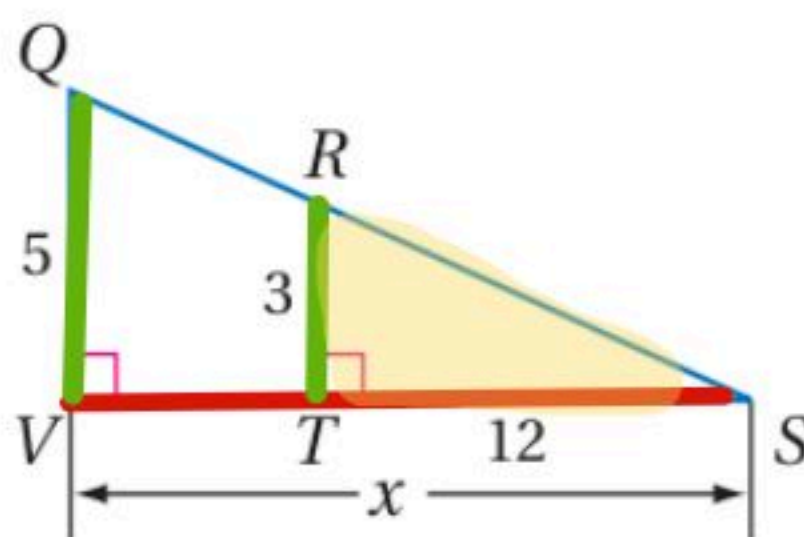


$$\frac{x}{12} = \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{12 \times 4}{6} = 8$$

$JK = 8$

20 = VS (7)

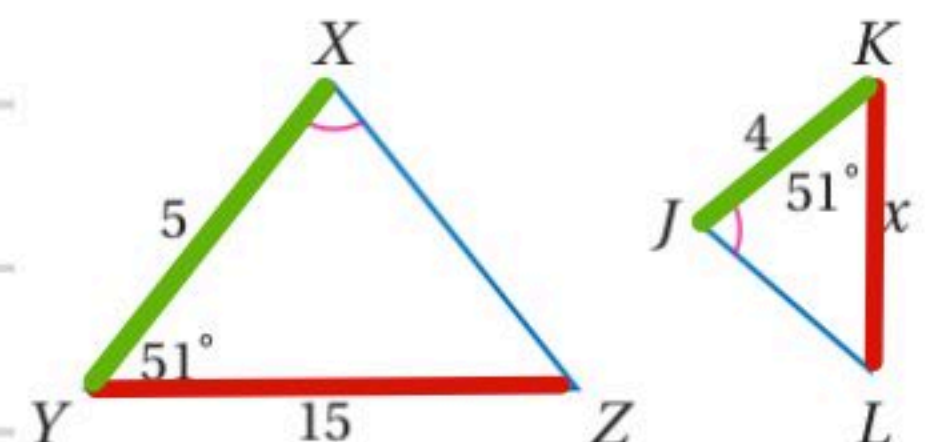


$$\frac{x}{12} = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{12 \times 5}{3} = 4 \times 5 = 20$$

$VS = 20$

KL (6)



$$\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{15 \times 4}{5} = 3 \times 4 = 12$$

$KL = 12$

طول ظل البناية
ظل منصور

(5) بنايات: يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft، كان طول ظل البناية 322.5 ft. إذا كان طول منصور 6 ft، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

$$\frac{322.5}{9} = \frac{y}{6}$$

$$9y = (322.5)(6)$$

$$y = \underline{215}$$

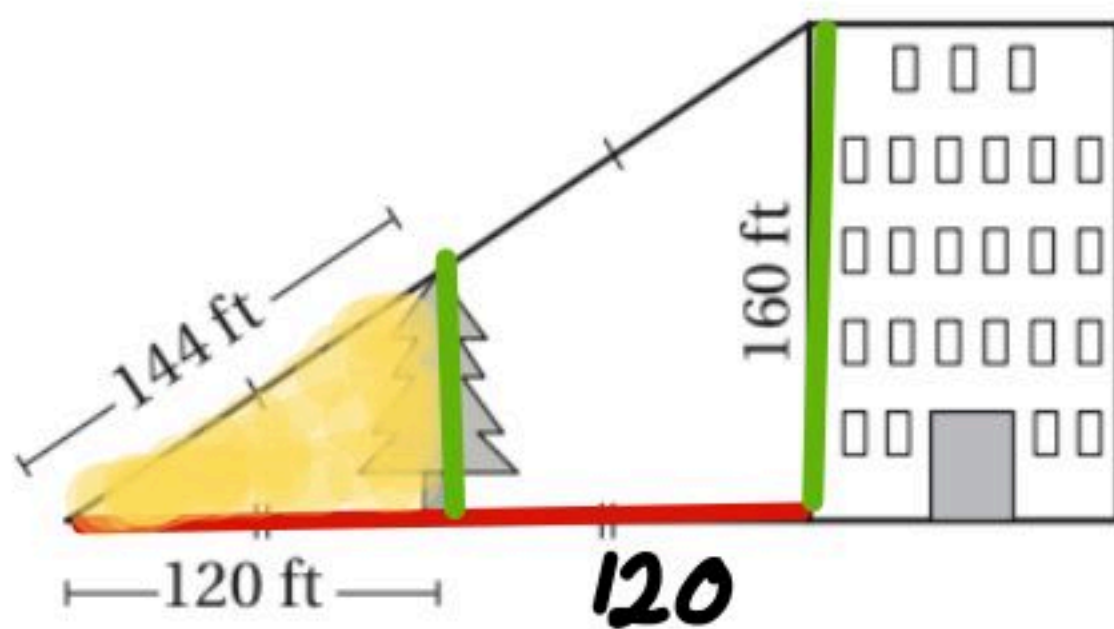
(8) اتصالات: طول ظلّ برج اتصالات في لحظة معينة 100 ft، وبجواره لوحة تحذيرية مثبتة على عمود طول ظلّه في اللحظة ذاتها 4 in و 3 ft. إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in، فما ارتفاع البرج؟

ارتفاع ظل البرج
ارتفاع عمود اللوحة

$$\frac{100}{3 \cdot 4} = \frac{B}{6 \cdot 4}$$

$$B = \frac{100 \times 6 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{640}{3 \cdot 4} = 135$$

(5) اختيار من متعدد: استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



$$\frac{240}{120} = \frac{160 \div 2}{2} = 80$$

264 ft A

60 ft B

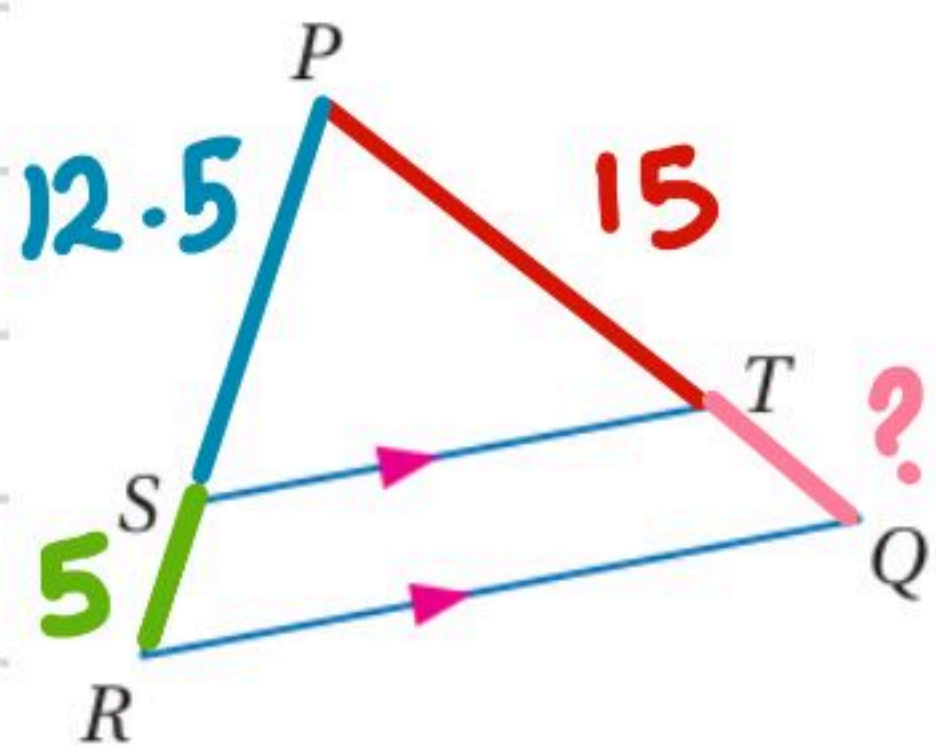
72 ft C

80 ft D

$$\text{ارتفاع الشجرة} = \frac{160 \times 120}{240} = \frac{160}{2} = 80$$

إيجاد طول ضلع

تحقق من فهمك ✓



في ΔPQR ، إذا كان: $PS = 12.5$ ، $SR = 5$ ، $PT = 15$ ، فأوجد TQ .

$$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$$

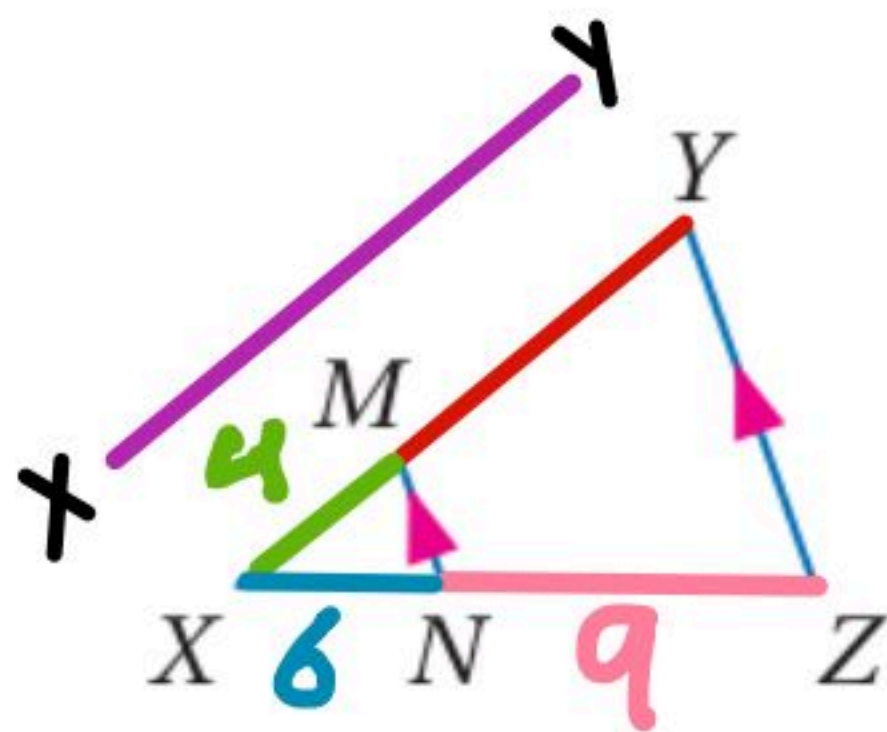
$$12.5(TQ) = 5(15)$$

$$TQ = \frac{75}{12.5}$$

$$TQ = 6$$

~~$$\frac{12.5}{5} = \frac{15}{TQ}$$~~

تأكد ✓



في ΔXYZ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:

(1) إذا كان: $NZ = 9$ ، $XN = 6$ ، $XM = 4$ ، فأوجد XY .

$$\frac{ZN}{NX} = \frac{YM}{MX}$$

~~$$6 \cdot YM = 9 \times 4 = \frac{36}{6}$$~~

~~$$\frac{9}{6} = \frac{YM}{4}$$~~

$$YM = 6$$

$$* XY = YM + MX = 4 + 6 = 10$$

(2) إذا كان: $XY = 10$ ، $XM = 2$ ، $XN = 6$ ، فأوجد NZ .

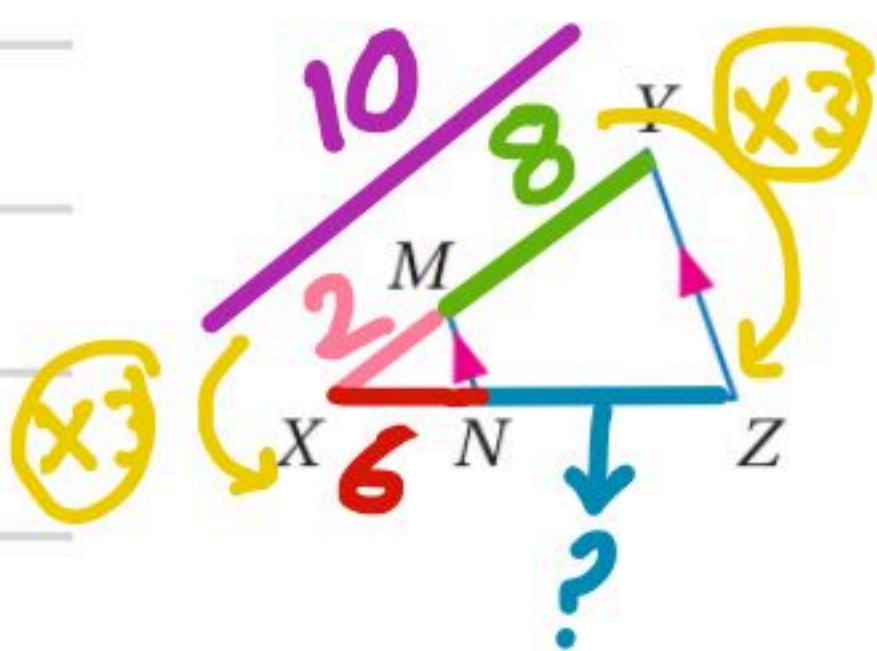
$$\frac{NZ}{XN} = \frac{YM}{MX}$$

~~$$2 NZ = \frac{8 \times 6}{2}$$~~

~~$$\frac{NZ}{6} = \frac{8}{2}$$~~

$$NZ = \frac{48}{2}$$

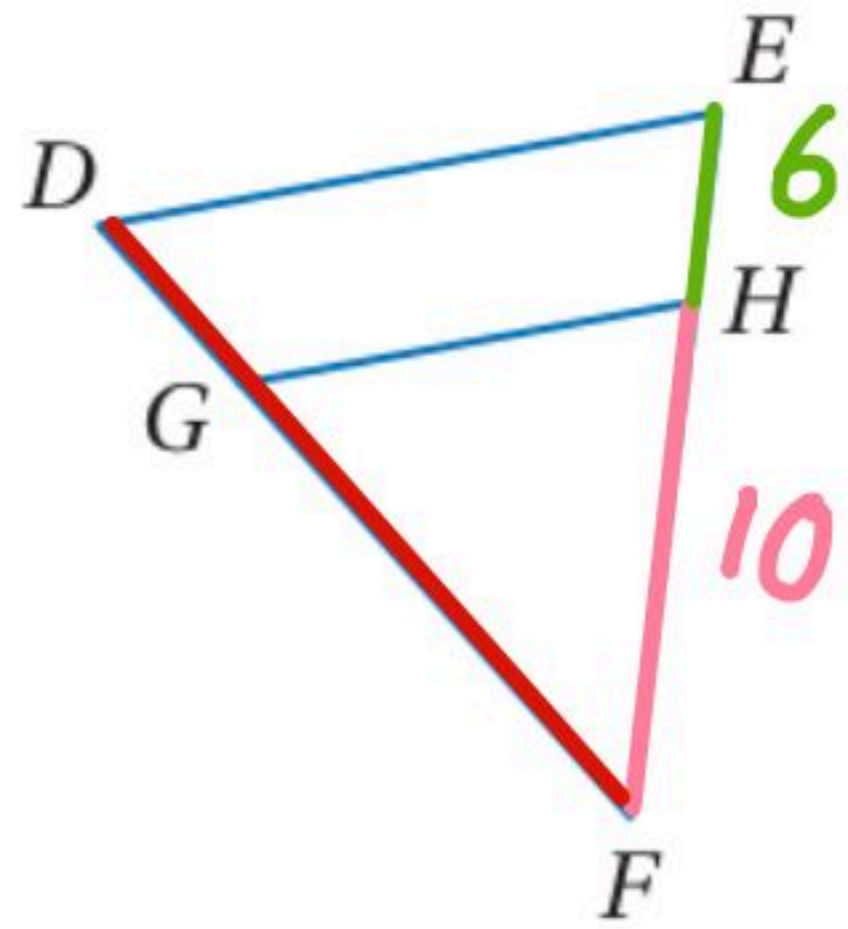
$$NZ = 24$$



تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين

تحقق من فهمك

في $\triangle DEF$



(2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $DG = \frac{1}{2} GF$, $EH = 6$, $HF = 10$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

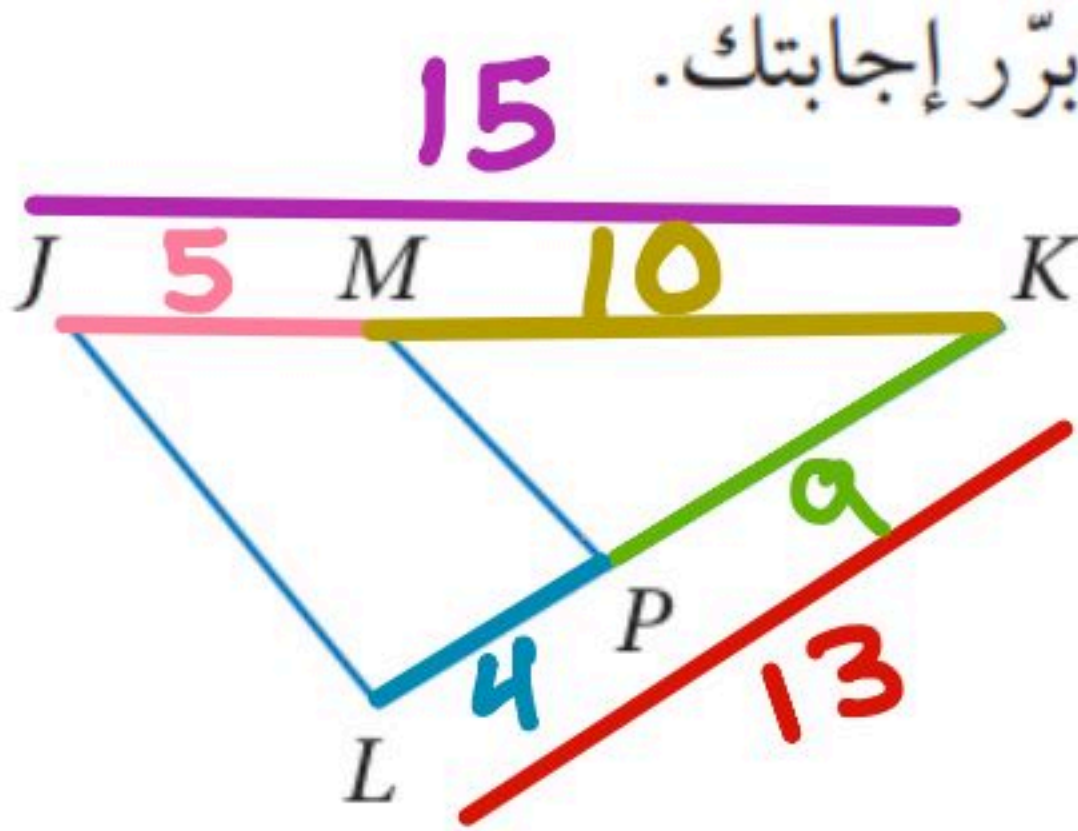
$$\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{6}{10}$$

$$12 \neq 10$$

الأضلاع غير متناسبة المستقيمان غير متوازيان

(4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JK = 15$, $JM = 5$ ، $LK = 13$, $PK = 9$ ، فهل $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$ ؟



$$\frac{MK}{JM} = \frac{PK}{LP}$$

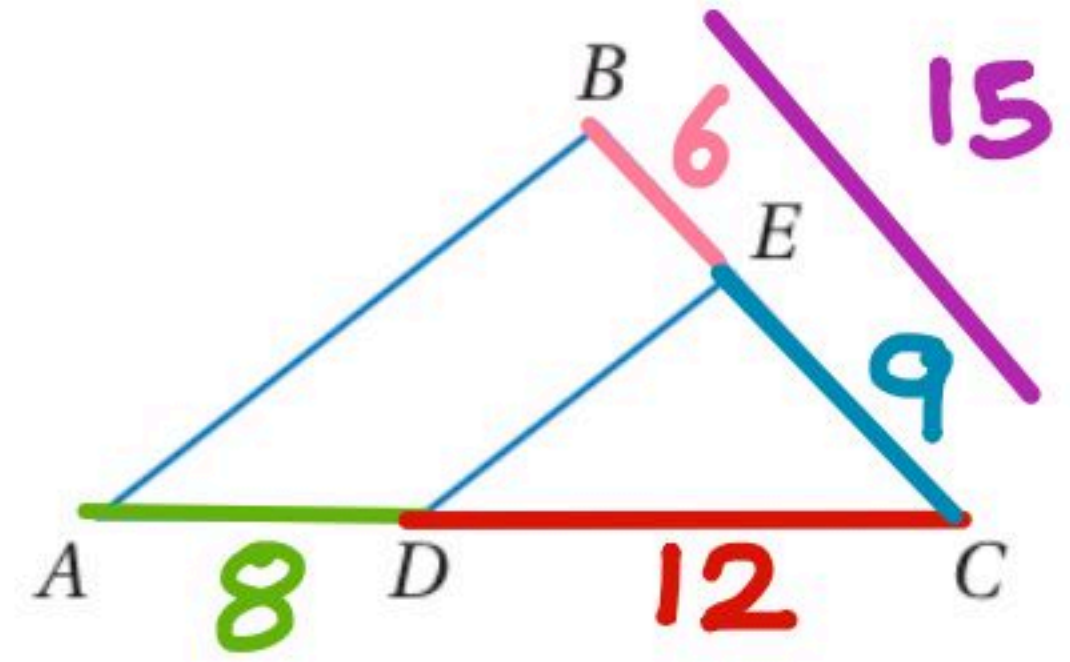
$$\frac{10}{5} \neq \frac{9}{4}$$

$$10 \times 4 = 9 \times 5$$

$$40 \neq 45$$

المستقيمان غير متوازيين

(3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15$, $BE = 6$ ، $DC = 12$, $AD = 8$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟



$$\frac{BE}{EC} = \frac{AD}{DC}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

$$6 \times 12 = 9 \times 8$$

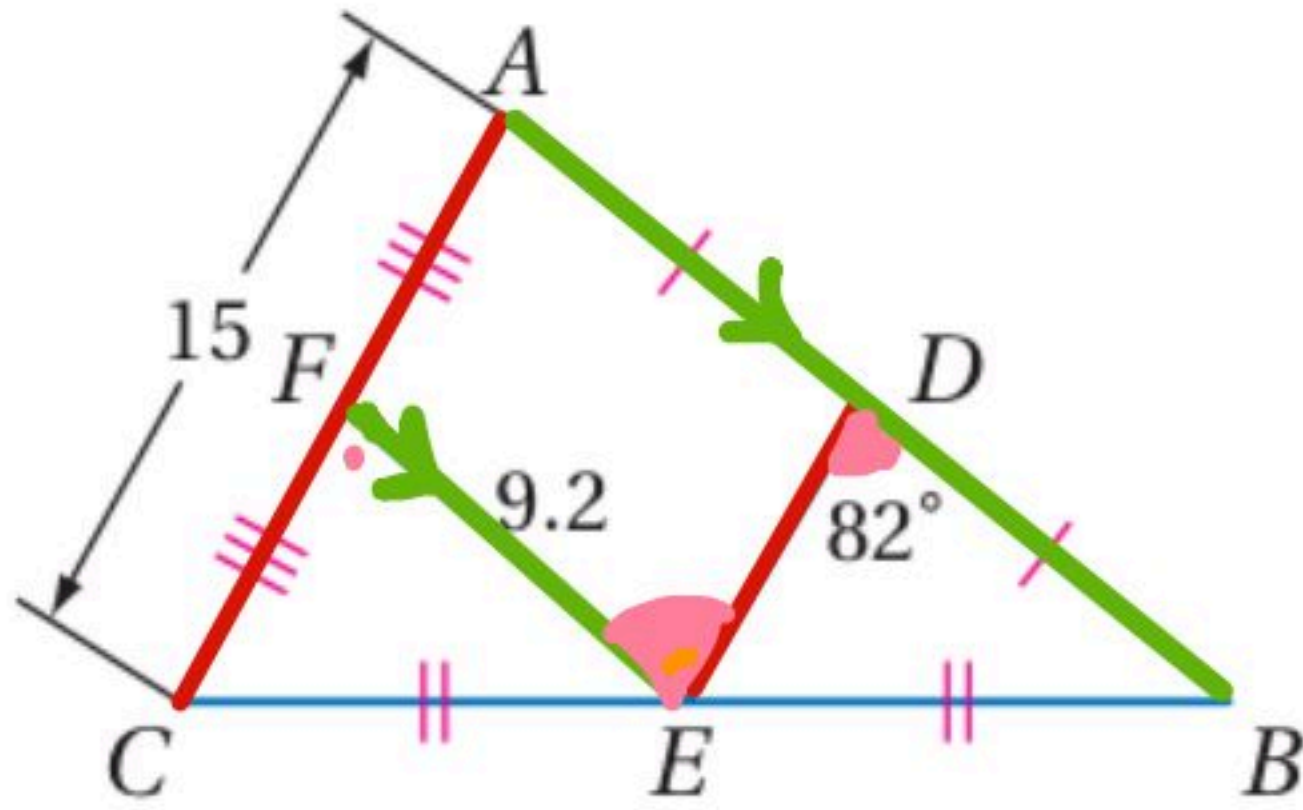
$$72 = 72$$

$\overline{DE} \parallel \overline{AB}$

استعمال نظرية القطعة المنصّفة في المثلث

تحقق من فهمك 

أوجد كل قياس مما يأتي معتمداً على الشكل المجاور:



$$DE = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$AB = 2 \times 9.2 = 18.4$$

$$DB = 9.2$$

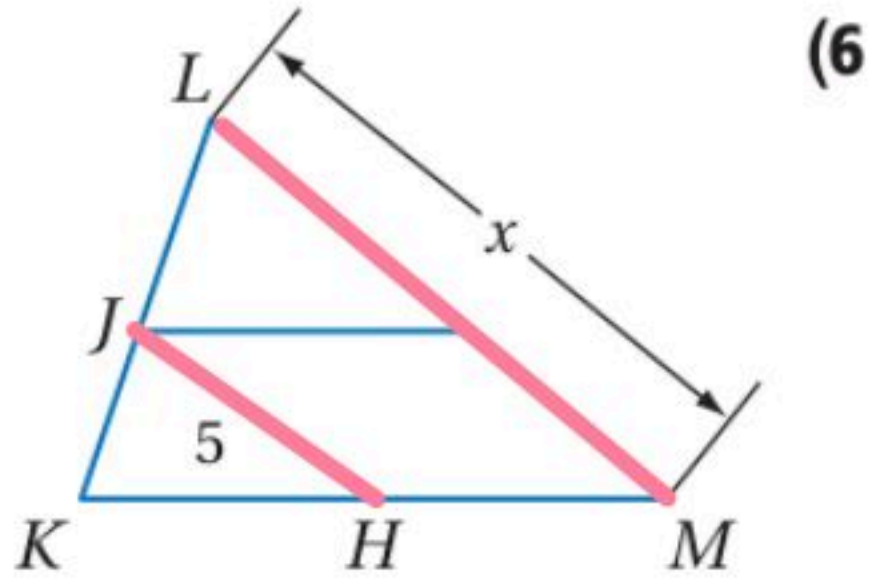
$$m\angle FED = 82^\circ \text{ متبادلتان داخلياً}$$

DE (3A)

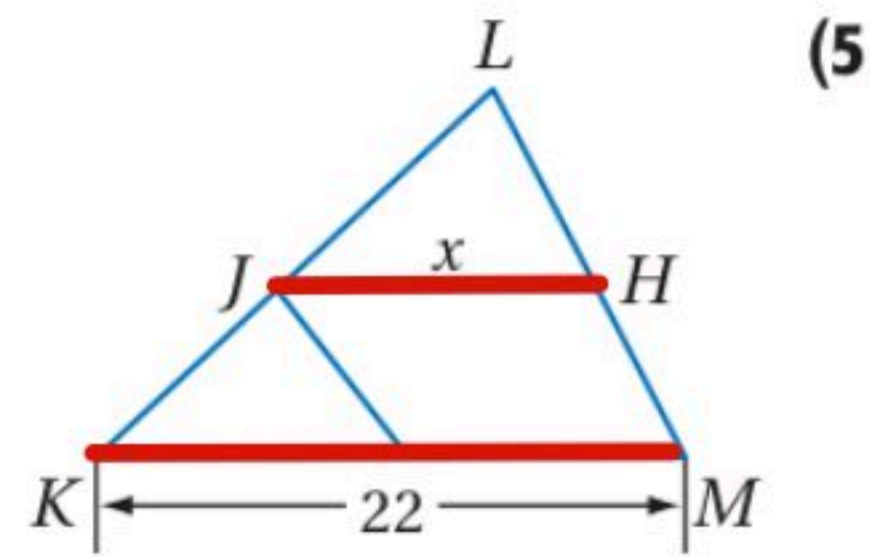
DB (3B)

$m\angle FED$ (3C)

إذا كانت \overline{JH} قطعة منصّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:



$$x = 5 \times 2 = 10$$



$$x = \frac{22}{2} = 11$$

استعمال القطع المتطابقة من قاطعين

تحقق من فهمك 

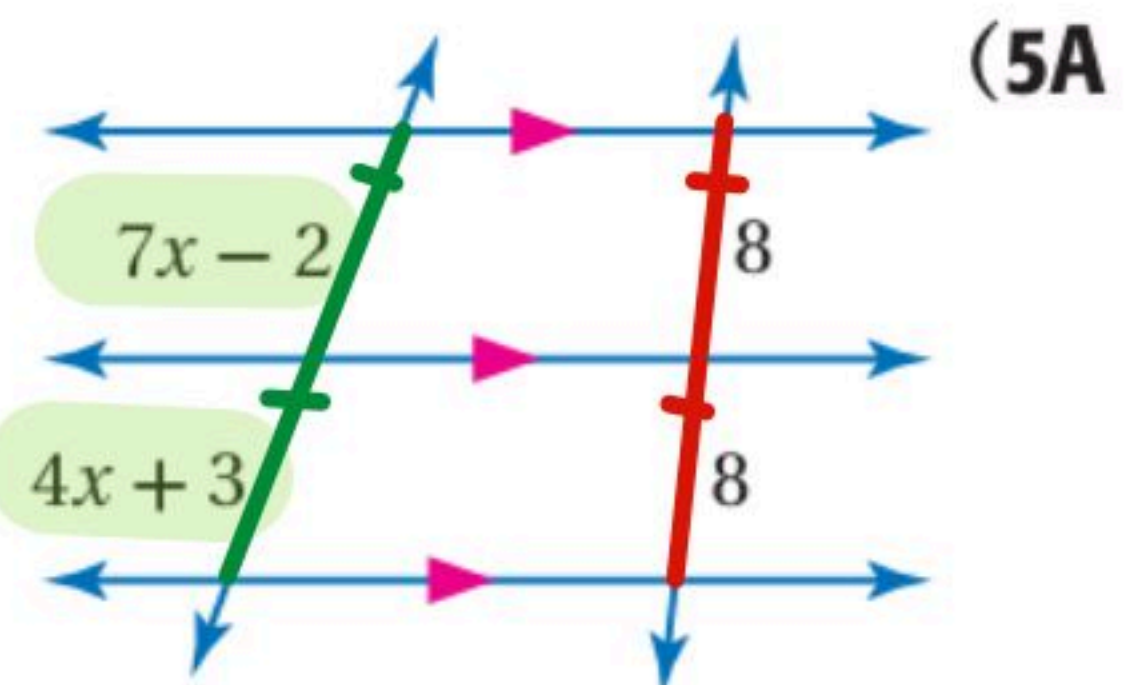
أوجد قيمة كل من x, y .

$$7x - 2 = 4x + 3$$

$$3x - 2 = 3$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$



$$3x - 5 = 2x + 1$$

$$-2x$$

$$-2x$$

$$x - 5 = +1$$

$$+5$$

$$+5$$

$$5y - 9 = 3y + 1$$

$$-3y$$

$$-3y$$

$$2y - 9 = 1$$

$$+9$$

$$+9$$

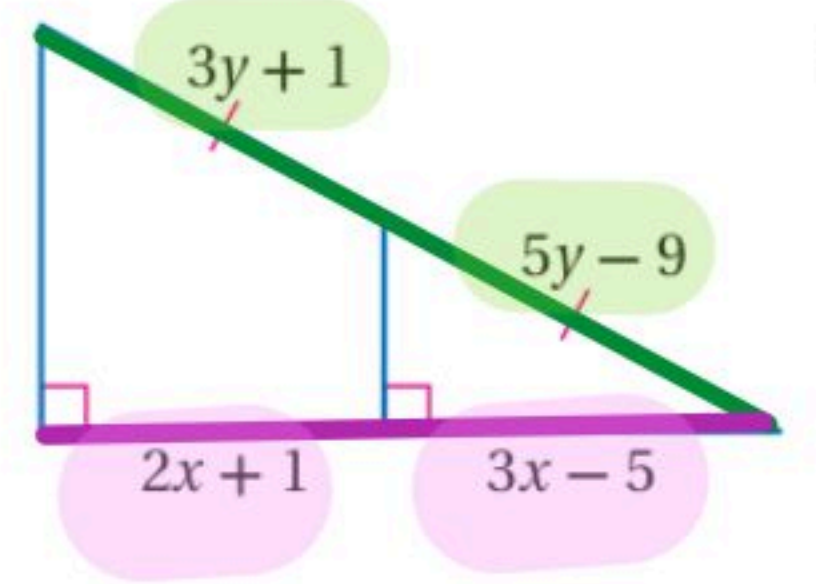
∴ قيمة x

$$x = 6$$

∴ قيمة y

$$\frac{2y}{2} = \frac{10}{2}$$

$$y = 5$$



∴ قيمة x

$$2x - 5 = 20 - 3x$$

$$+3x$$

$$+3x$$

$$5x - 5 = 20$$

$$+5$$

$$+5$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$$

$$x = 5$$

$$3y = \frac{1}{2}y + 20$$

بضرب في (2)

∴ قيمة y

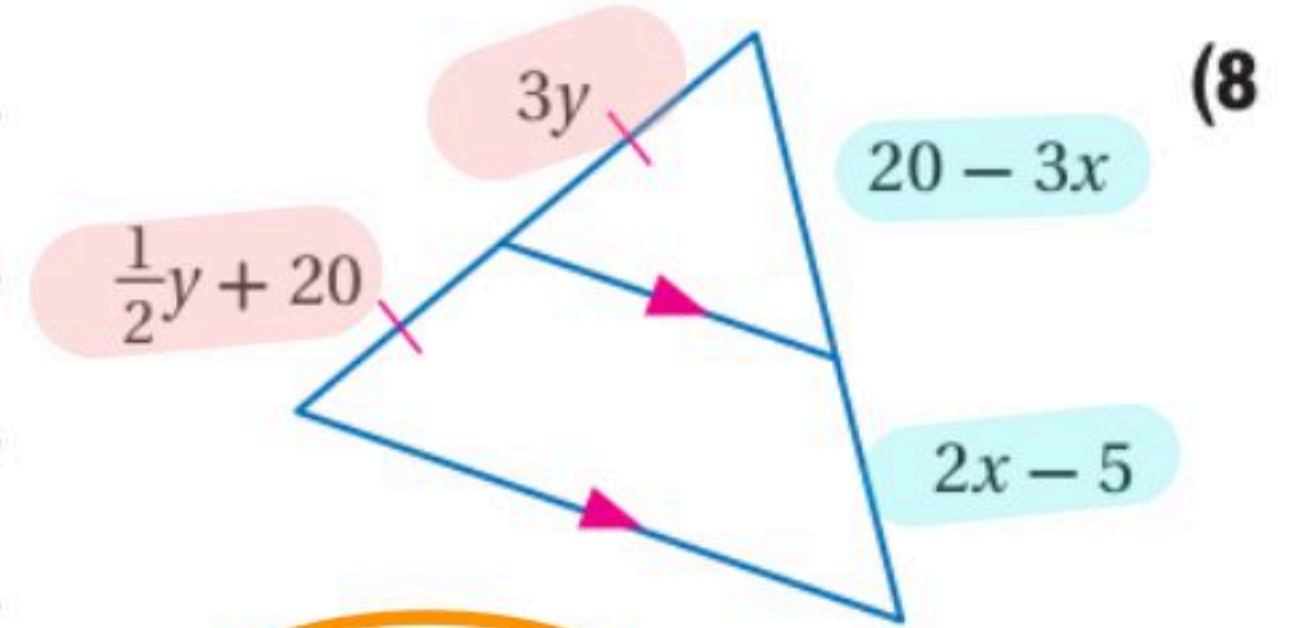
$$6y = y + 40$$

$$-y$$

$$-y$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{40}{5}$$

$$y = 8$$



∴ قيمة x

$$2x - 29 = \frac{1}{4}x + 6$$

بضرب في 4

$$8x - 116 = x + 24$$

$$8x - x = 24 + 116$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{140}{7}$$

$$x = 20$$

$$12 - 3y = 16 - 5y$$

$$+5y$$

$$+5y$$

$$12 + 2y = 16$$

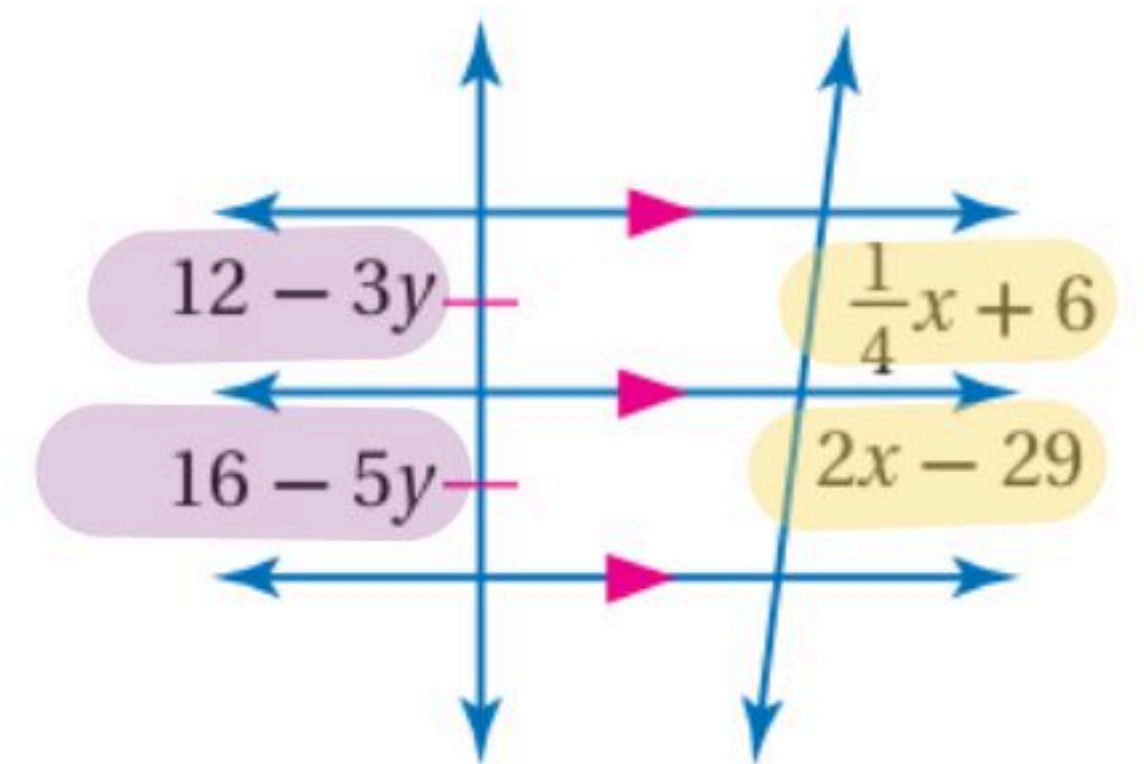
$$-12$$

$$-12$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$$

$$y = 2$$

∴ قيمة y



استعمال القطع الخاصة في المثلثات المتشابهة

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين،

$$\frac{PM}{QY} = \frac{KM}{XY}$$

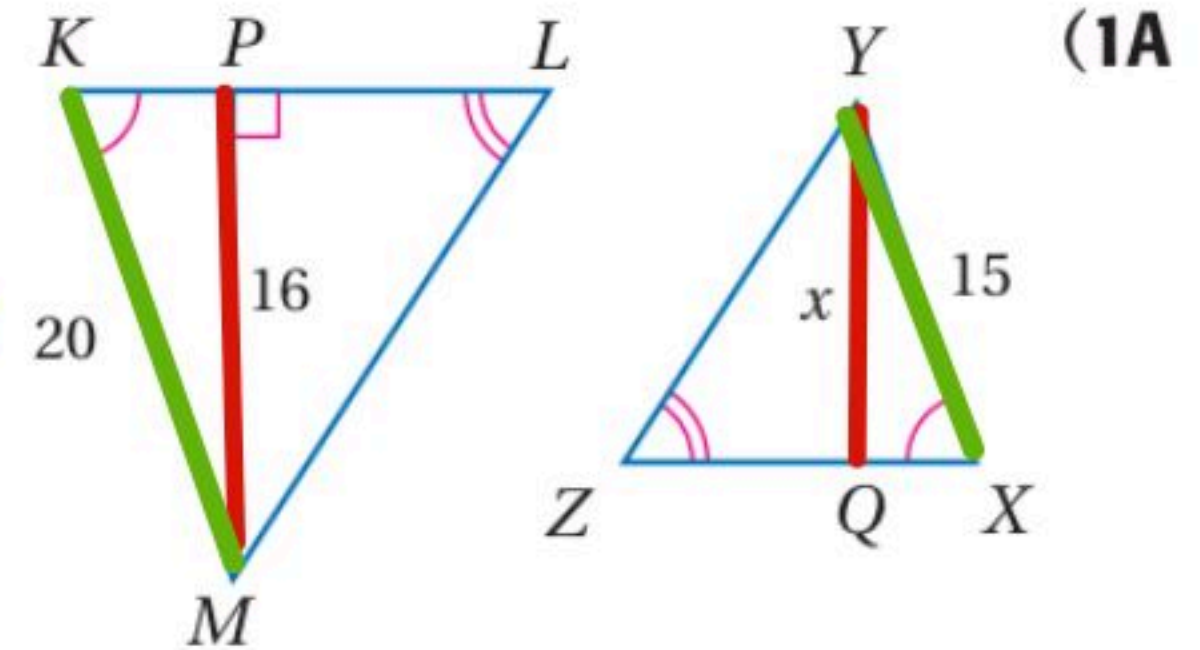
$$\frac{16}{x} = \frac{20}{15}$$

$$20x = 15(16)$$

$$x = \frac{15 \times 16}{20}$$

$$= \frac{5 \times 3 \times 4 \times 4}{5 \times 4}$$

$$x = 12$$



$$\frac{PT}{WQ} = \frac{PS}{QU}$$

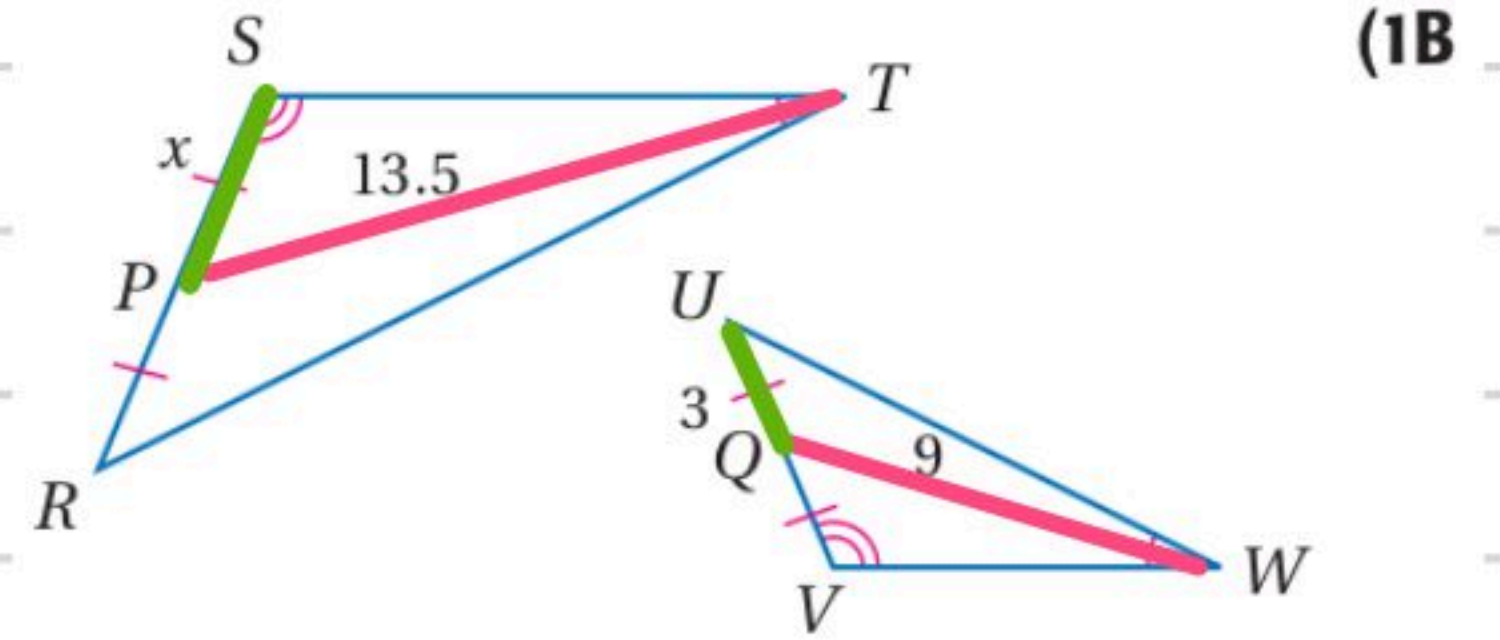
$$\frac{13.5}{9} = \frac{x}{3}$$

$$9x = 3 \times 13.5$$

$$x = \frac{3 \times 13.5}{9}$$

$$x = \frac{13.5}{3}$$

$$x = 4.5$$



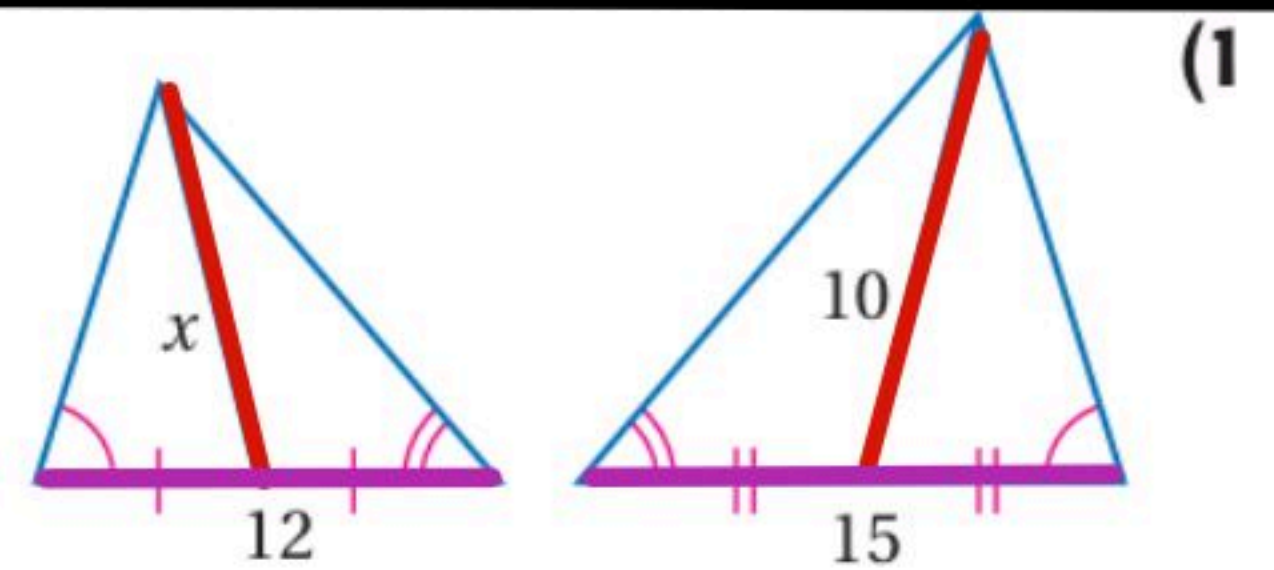
$$\frac{x}{10} = \frac{12}{15}$$

$$15x = 10(12)$$

$$x = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 4}{3 \times 5}$$

$$x = \frac{120}{15}$$

$$x = 8$$



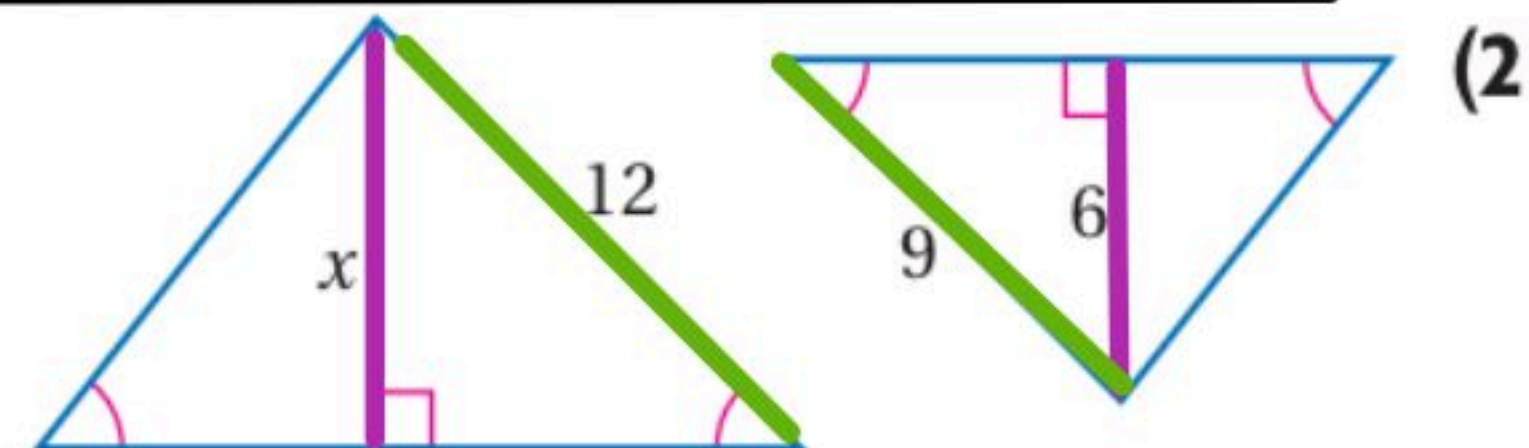
$$\frac{x}{6} = \frac{12}{9}$$

$$9x = 6(12)$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{72}{9}$$

$$x = \frac{72}{9}$$

$$x = 8$$

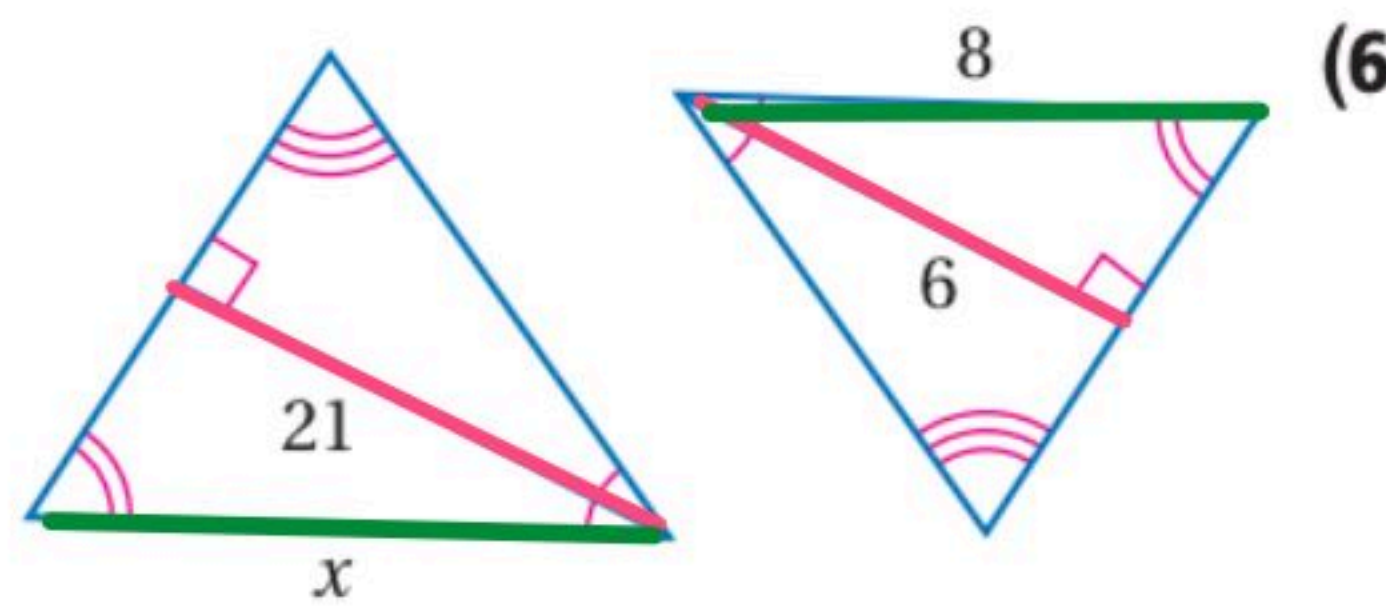


$$\frac{21}{6} = \frac{x}{8}$$

$$6x = 21 \times 8$$

$$x = \frac{21 \times 8}{6} = \frac{3 \times 7 \times 2 \times 4}{3 \times 2}$$

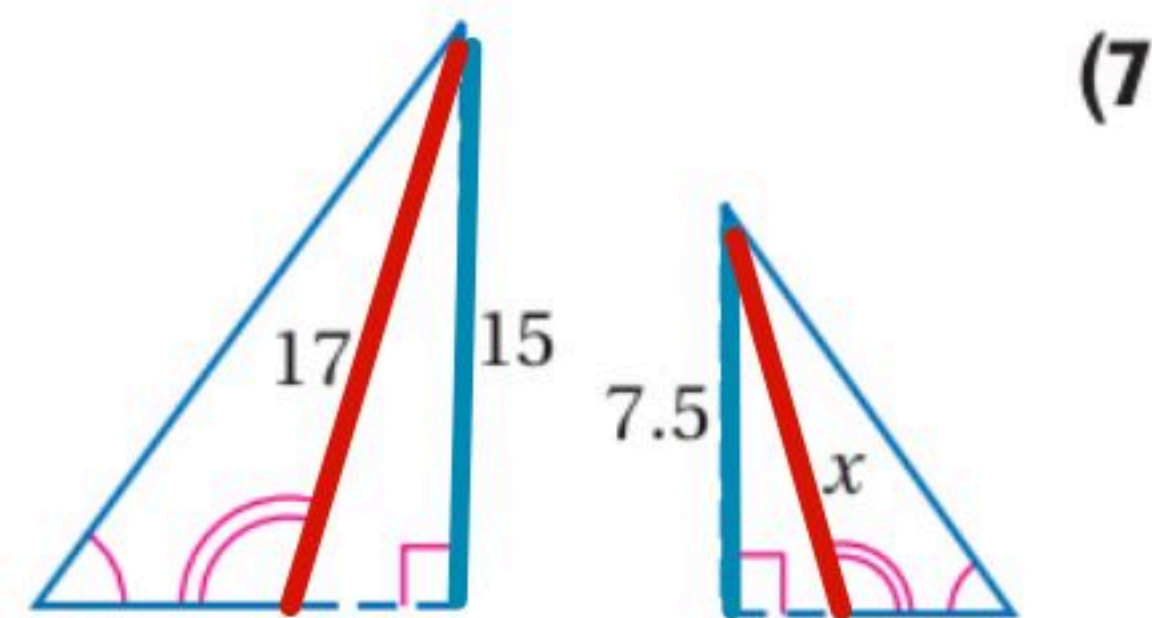
$$x = 28$$



$$\frac{x}{17} = \frac{7.5}{15}$$

$$15x = 7.5(17)$$

$$x = \frac{7.5}{15} (17) = \frac{17}{2} = 8.5$$

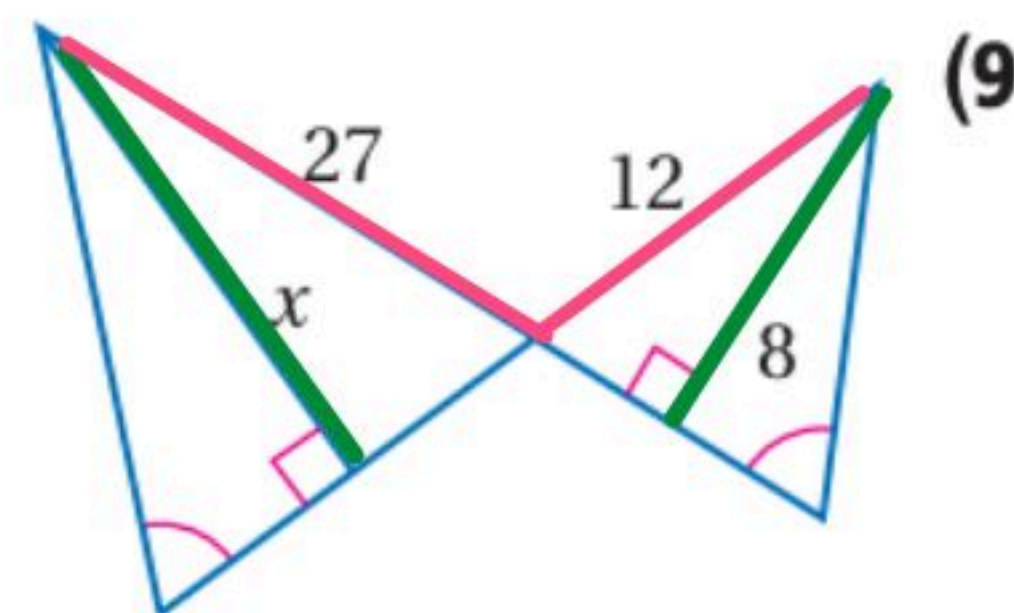


$$\frac{27}{12} = \frac{x}{8}$$

$$12x = (27)(8)$$

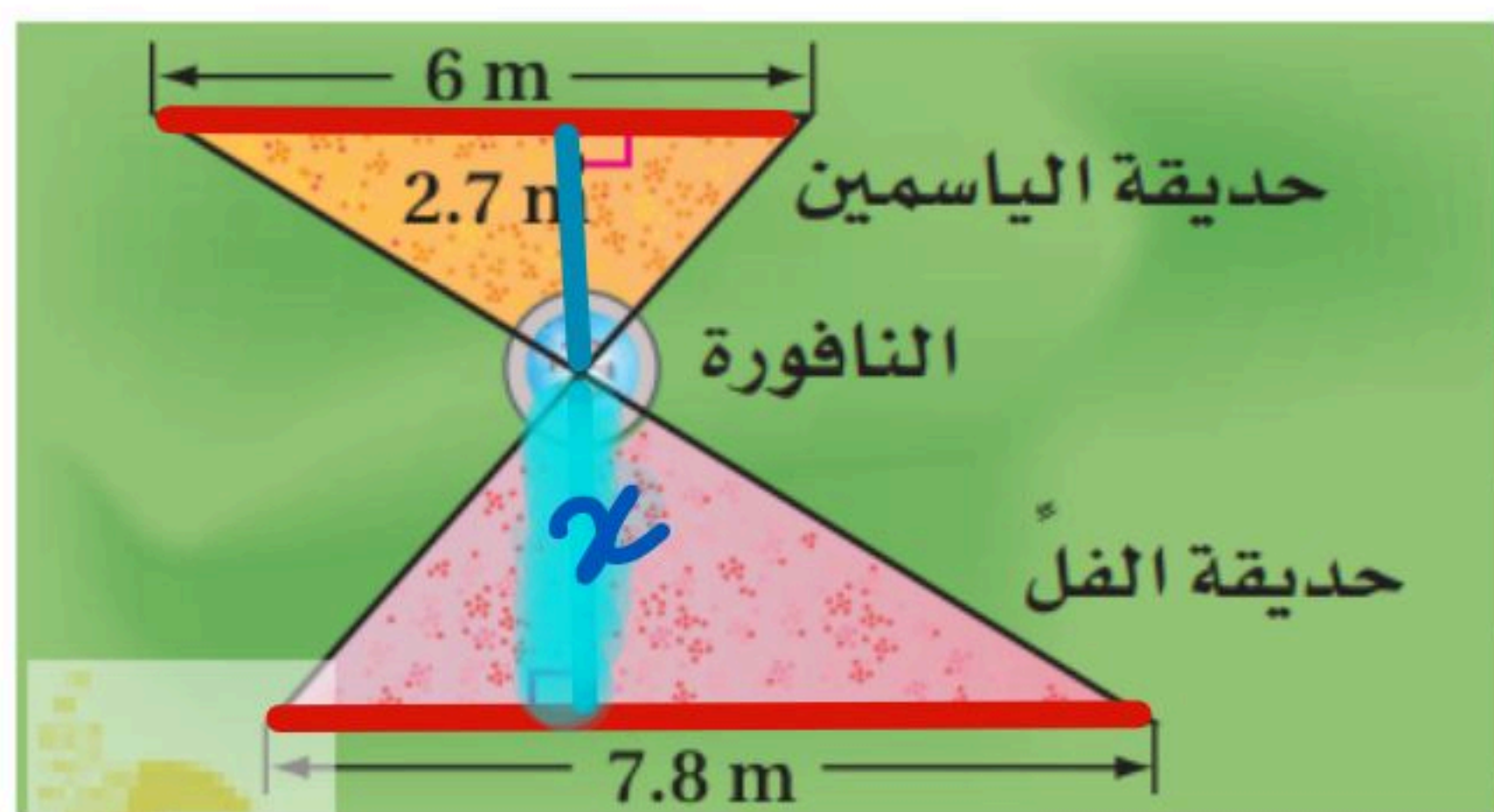
$$x = \frac{27(8)}{12} = \frac{3 \times 9 \times 2 \times 4}{3 \times 4}$$

$$x = 18$$



استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل

تحقق من فهمك



(2) **حدايق:** في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفل.

$$\frac{x}{2.7} = \frac{7.8}{6}$$

المسافة = 3.6 متر

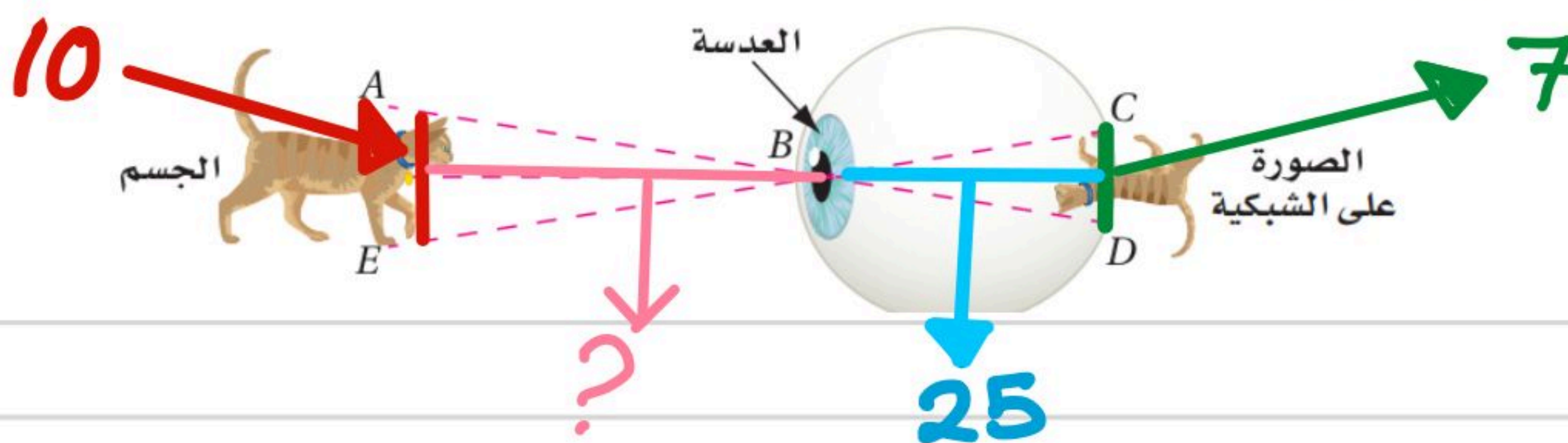
$$6x = (7.8)(2.7)$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{21.6}{6}$$

$$x = \frac{21.6}{6} = 3.6$$

(3) **صورة:** ارتفاع قطعة 10 in وارتفاع صورتها على شبكية العين 7 mm، إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ ، وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكية 25 mm فكم تبعد القطعة عن بؤبؤ العين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

المثال 2



$$\frac{x}{25} = \frac{10}{7}$$

$$7x = 10 \times 25$$

$$x = \frac{250}{7} \approx 35.8$$

استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث

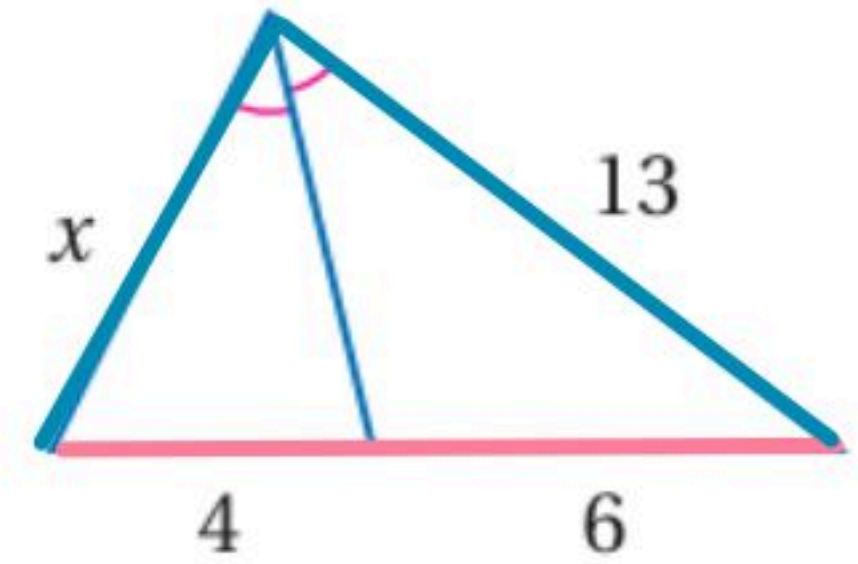
أوجد قيمة x

$$\frac{x}{13} = \frac{4}{6}$$

$$6x = 13 \times 4$$

$$x = \frac{13 \times 4}{6} = \frac{52}{6}$$

$$x = 8.7$$



(3A)

$$\frac{11}{14} = \frac{20-x}{x}$$

$$11x = 14(20-x)$$

$$11x = 280 - 14x$$

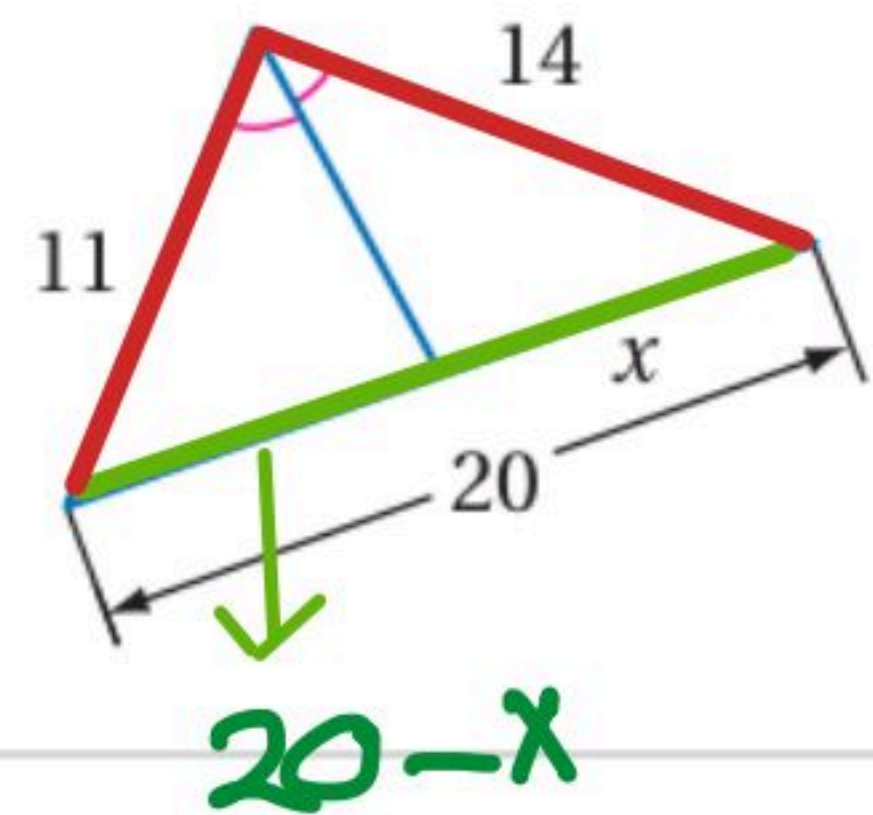
$$+14x$$

$$+14x$$

$$25x = 280$$

$$x = \frac{280}{25}$$

$$x = 11.2$$



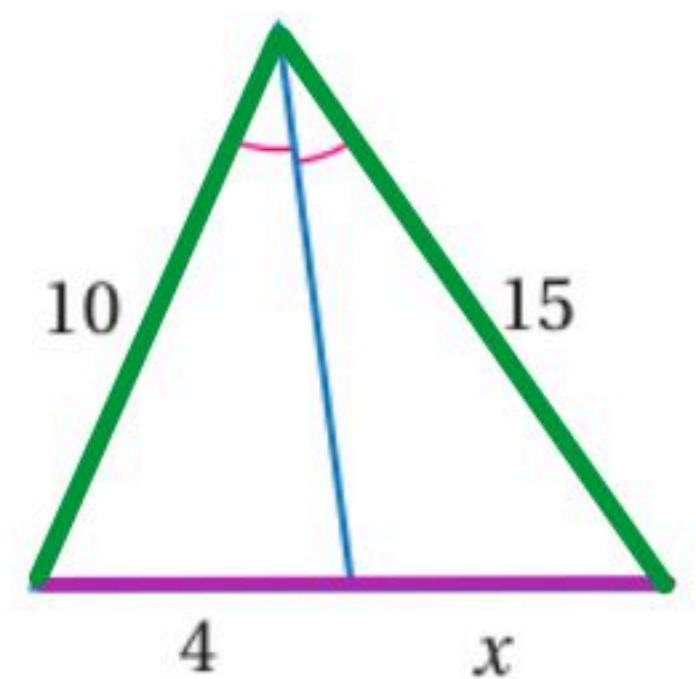
(3B)

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{15}$$

$$10x = (4)(15)$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{60}{10}$$

$$x = 6$$

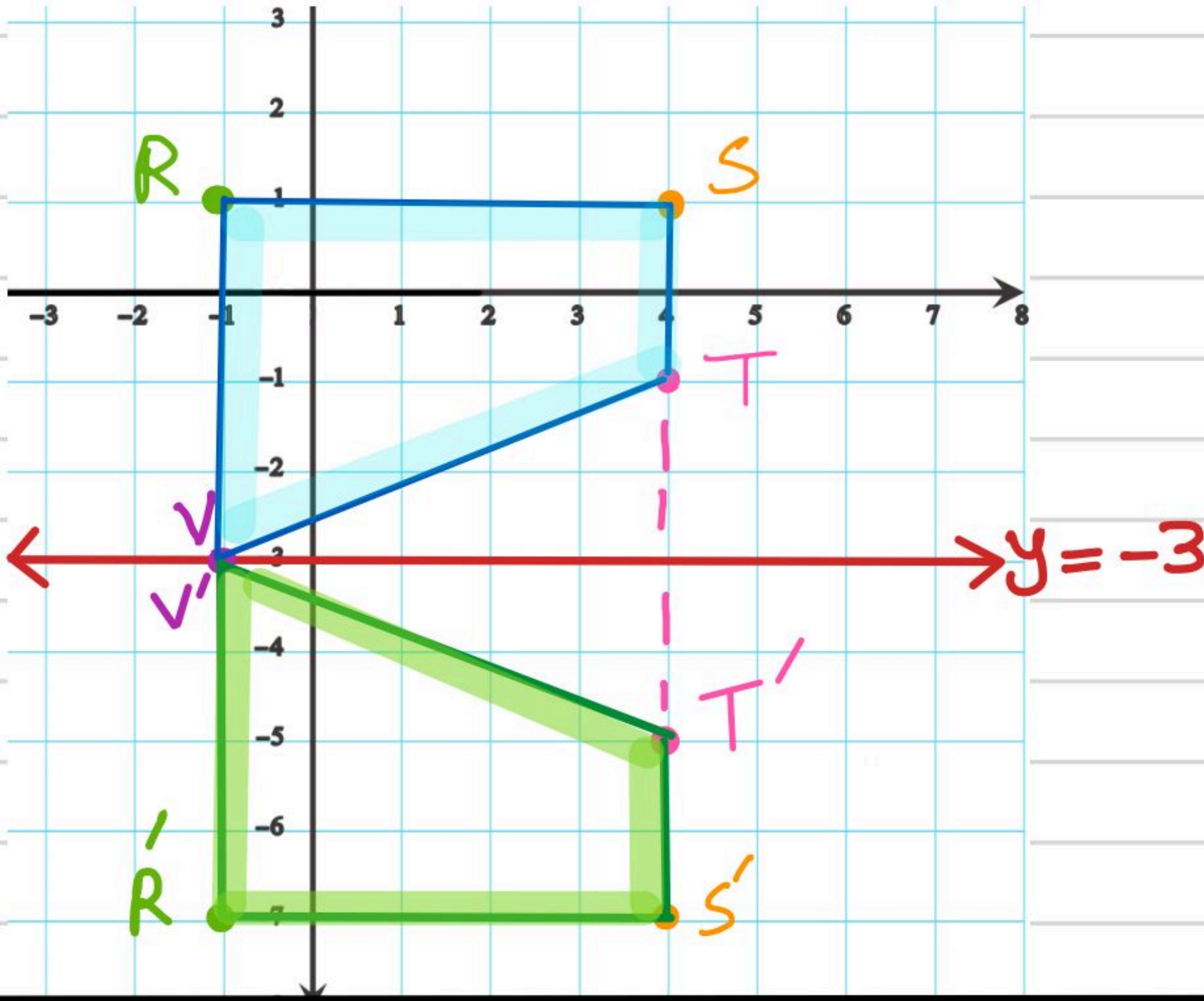


(4)

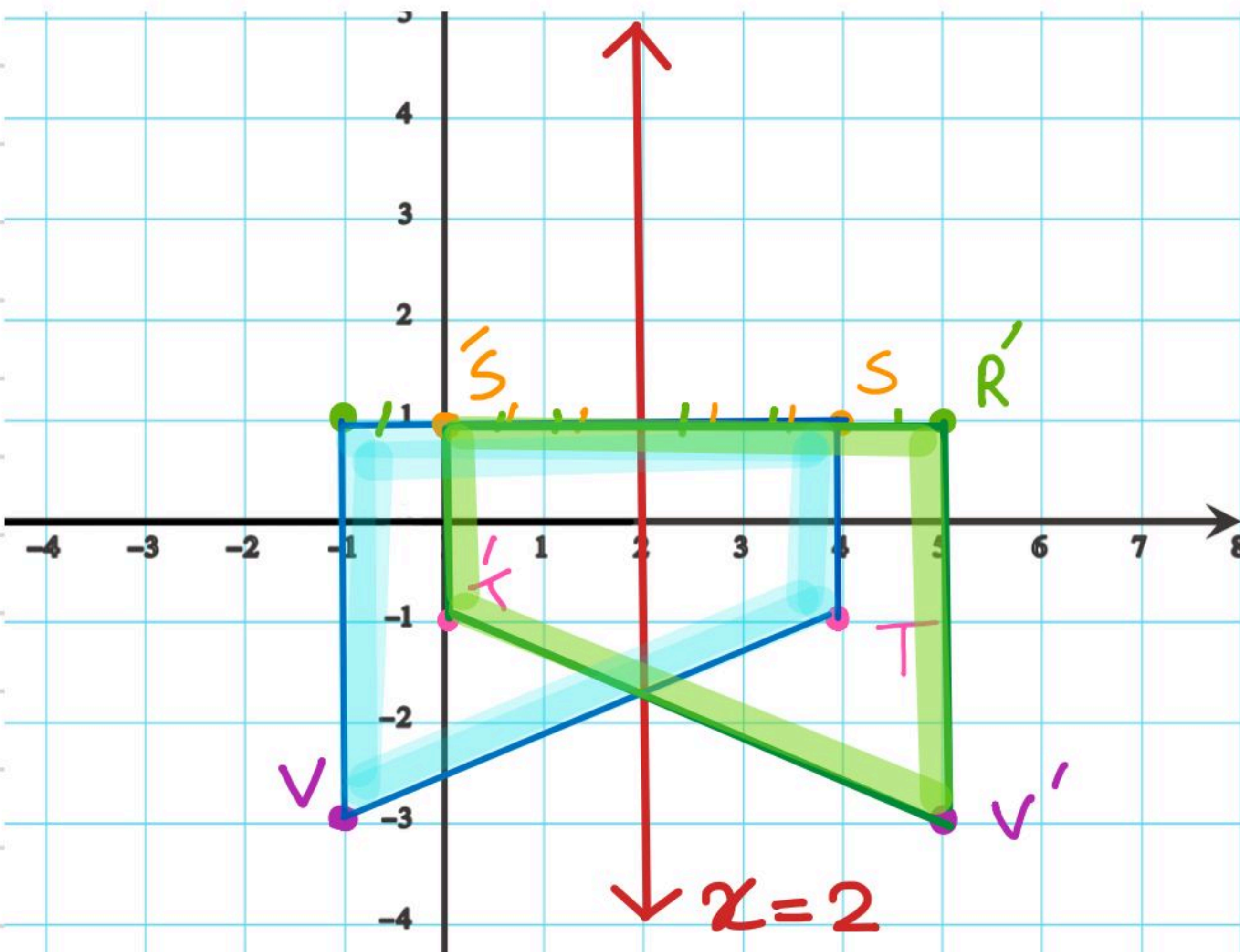
رسم صورة بالانعكاس حول مستقيم أفقى أو مستقيم رأسى

تحقق من فهمك

مثل بياناً شبه المنحرف $RSTV$ ، الذي إحداثيات رؤوسه هي $R(-1, 1)$ ، $S(4, 1)$ ، $T(4, -1)$ ، $V(-1, -3)$ وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المعطى فى كلِّ ممّا يأتى:



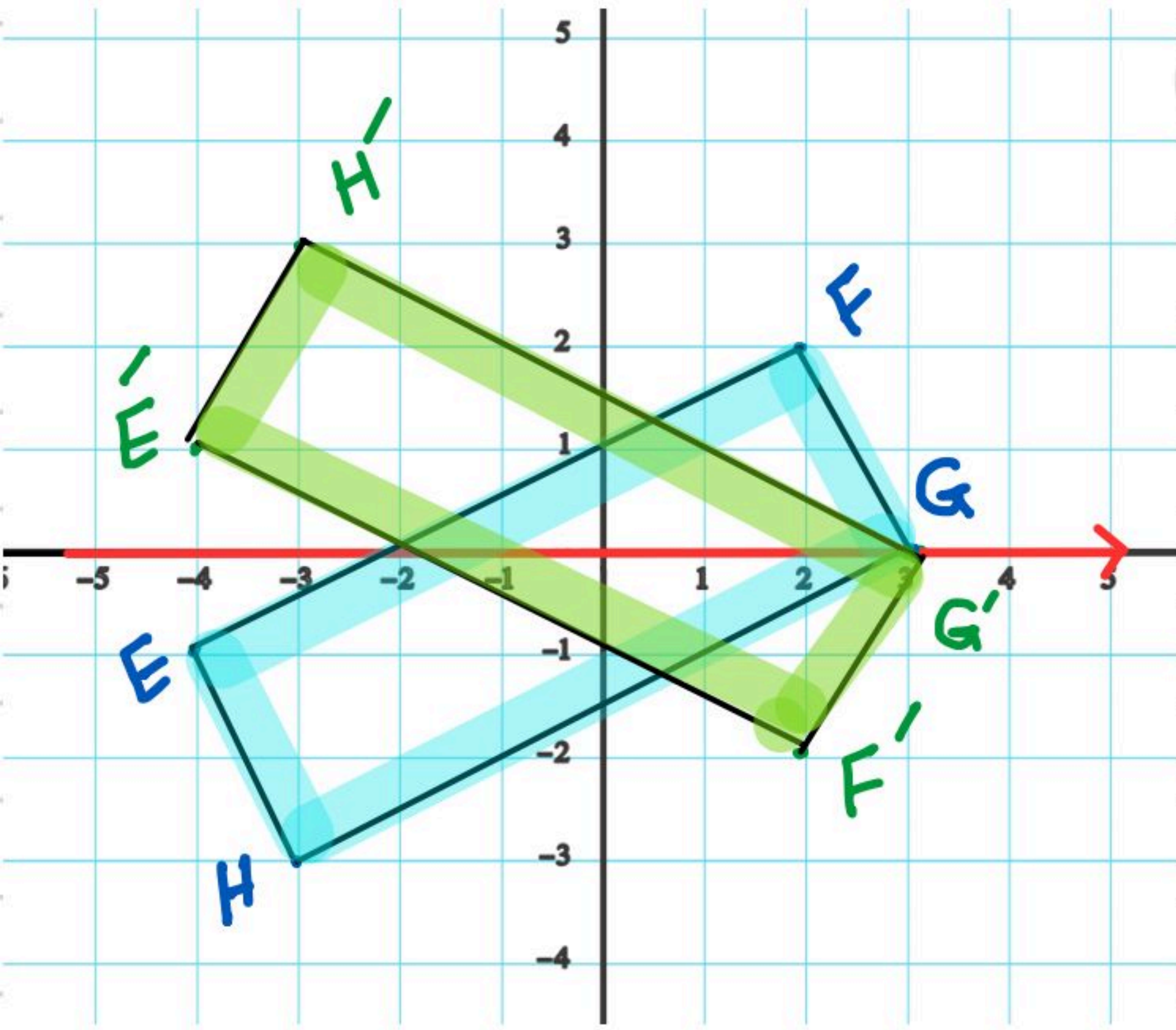
$x = 2$ (3B)



رسم صورة بالانعكاس حول المحور x أو المحور y

تحقق من فهمك

4A المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $E(-4, -1), F(2, 2), G(3, 0), H(-3, -3)$ بالانعكاس حول المحور x .



$$(x, y) \xrightarrow{\text{حول } x} (x, -y)$$

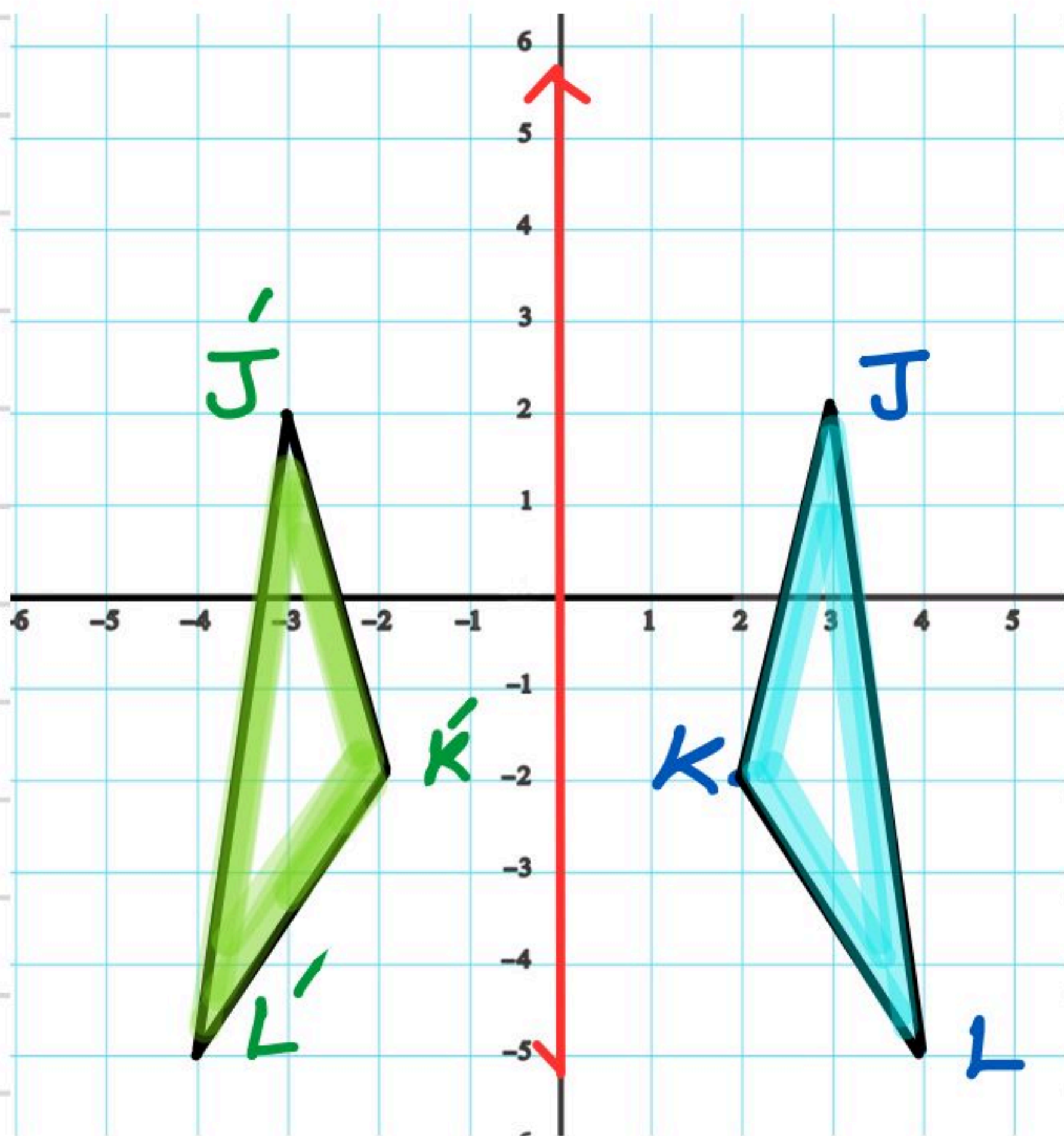
$$E(-4, -1) \rightarrow E'(-4, 1)$$

$$F(2, 2) \rightarrow F'(2, -2)$$

$$G(3, 0) \rightarrow G'(3, 0)$$

$$H(-3, -3) \rightarrow H'(-3, 3)$$

4B $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 2), K(2, -2), L(4, -5)$ بالانعكاس حول المحور y .



$$(x, y) \xrightarrow{\text{حول } y} (-x, y)$$

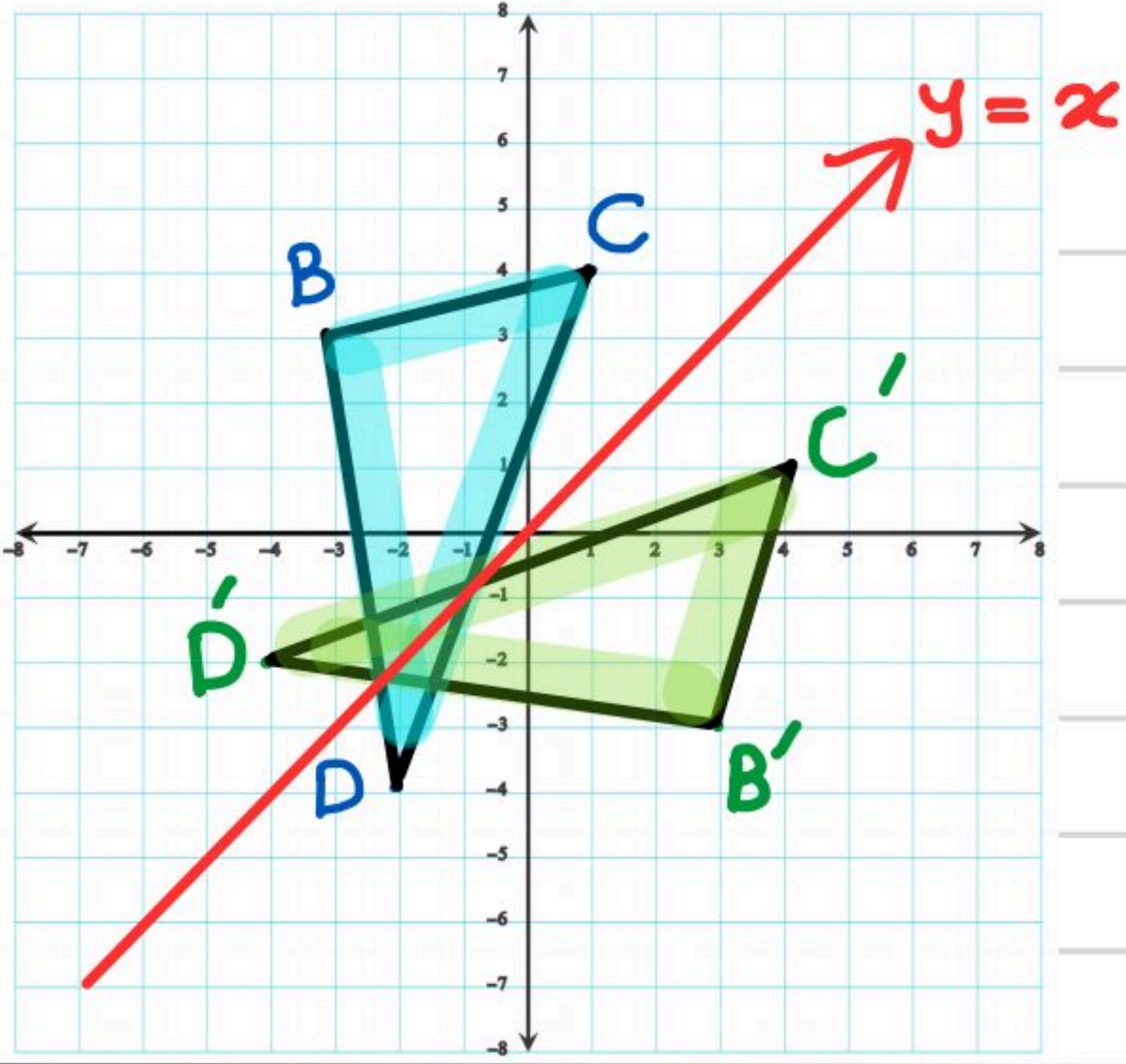
$$J(3, 2) \rightarrow J'(-3, 2)$$

$$K(2, -2) \rightarrow K'(-2, -2)$$

$$L(4, -5) \rightarrow L'(-4, -5)$$

رسم صورة شكل بالانعكاس حول المستقيم $y = x$

(5) مثل بيانياً $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3)$, $C(1, 4)$, $D(-2, -4)$.
ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



$$(x, y) \rightarrow (y, x)$$

$$B(-3, 3) \rightarrow B'(3, -3)$$

$$C(1, 4) \rightarrow C'(4, 1)$$

$$D(-2, -4) \rightarrow D'(-4, -2)$$

تأكد ✓

مثل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

(7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0, 4)$, $Y(-3, 4)$, $Z(-4, -1)$

بالانعكاس حول المحور y .

$$X(0, 4) \xrightarrow[\text{حول محور } y]{\text{حول محور } y} X'(0, 4)$$

$$Y(-3, 4) \rightarrow Y'(3, 4)$$

$$Z(-4, -1) \rightarrow Z'(4, -1)$$

(8) $\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-1, 4)$, $R(4, 4)$, $S(3, 1)$, $T(-2, 1)$

بالانعكاس حول المحور x .

$$Q(-1, 4) \xrightarrow[\text{حول محور } x]{\text{حول محور } x} Q'(-1, -4) \quad S(3, 1) \rightarrow S'(3, -1)$$

$$R(4, 4) \rightarrow R'(4, -4) \quad T(-2, 1) \rightarrow T'(-2, -1)$$

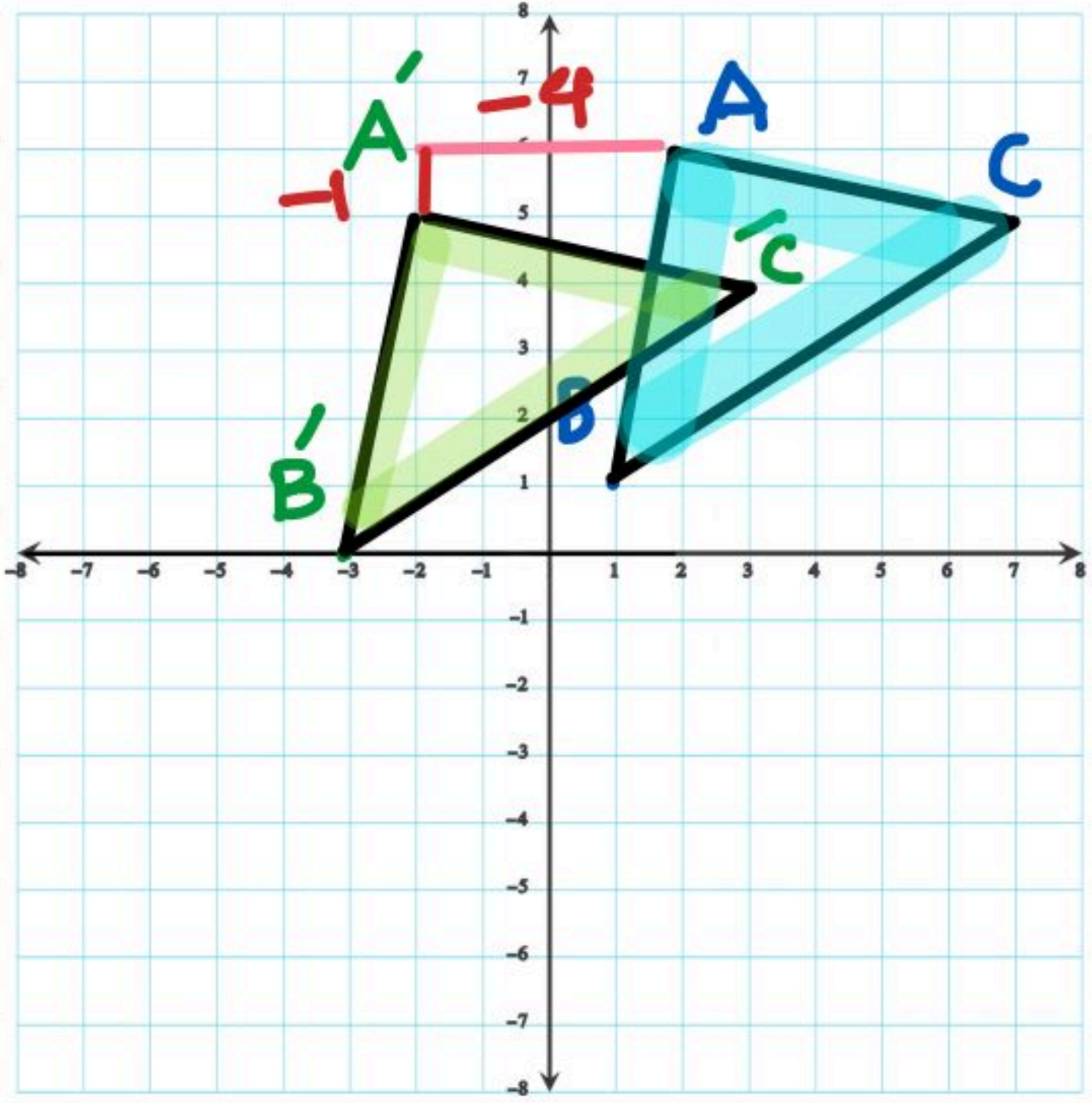
(9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-3, 1)$, $K(-1, 3)$, $L(1, 3)$, $M(-3, -1)$

بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

$$J(-3, 1) \xrightarrow[\text{حول } y=x]{\text{حول}} J'(1, -3) \quad L(1, 3) \rightarrow L'(3, 1)$$

$$K(-1, 3) \rightarrow K'(3, -1) \quad M(-3, -1) \rightarrow M'(-1, -3)$$

2A $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(2, 6)$, $B(1, 1)$, $C(7, 5)$ ، أزيح وفق القاعدة



$$(x, y) \rightarrow (x-4, y-1)$$

$$A(2, 6) \rightarrow A'(2-4, 6-1) = A'(-2, 5)$$

$$B(1, 1) \rightarrow B'(1-4, 1-1) = B'(-3, 0)$$

$$C(7, 5) \rightarrow C'(7-4, 5-1) = C'(3, 4)$$

2B الشكل الرباعي QRST الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-8, -2)$, $R(-9, -5)$, $S(-4, -7)$, $T(-4, -2)$ أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x+7, y+1)$

$$Q(-8, -2) \rightarrow Q'(-8+7, -2+1) = Q'(-1, -1)$$

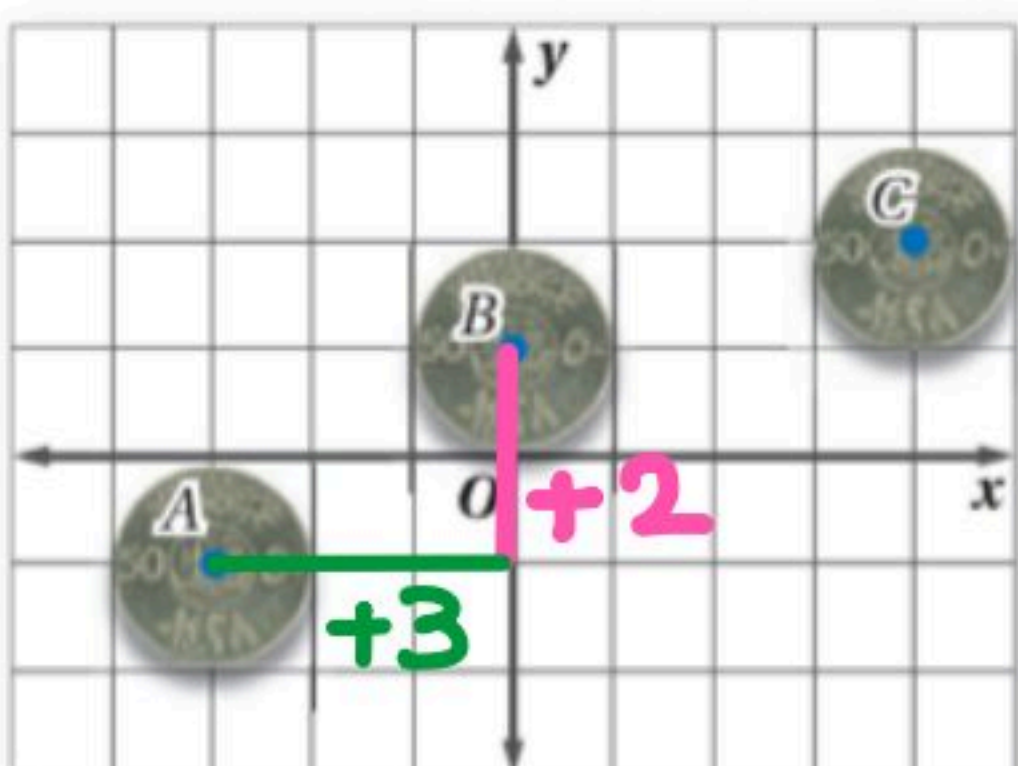
$$R(-9, -5) \rightarrow R'(-9+7, -5+1) = R'(-2, -4)$$

$$S(-4, -7) \rightarrow S'(-4+7, -7+1) = S'(3, -6)$$

$$T(-4, -2) \rightarrow T'(-4+7, -2+1) = T'(3, -1)$$

وصف الإزاحة

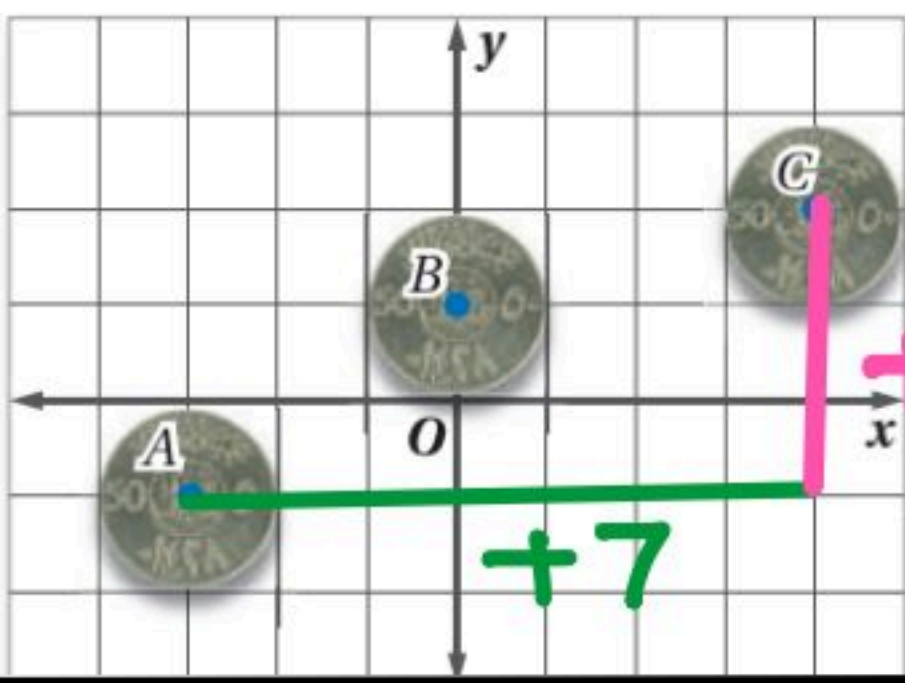
تحقق من فهمك



3 نقود: تم تصوير حركة قطعة نقود في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي.

A صِف حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع B لفظيًا.

$$(x+3, y+2)$$



(B) صِف حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع C باستخدام قاعدة الإزاحة.

$$(x + 7, y + 3)$$

(4) شبه المنحرف JKLM الذي إحداثيات رؤوسه: $J(2, 4)$, $K(1, 1)$, $L(5, 1)$, $M(4, 4)$ ، أزيح وفق القاعدة

$$(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$$

$$\begin{aligned} J(2, 4) &\rightarrow J'(2+7, 4+1) = J'(9, 5) \\ K(1, 1) &\rightarrow K'(1+7, 1+1) = K'(8, 2) \\ L(5, 1) &\rightarrow L'(5+7, 1+1) = L'(12, 2) \\ M(4, 4) &\rightarrow M'(4+7, 4+1) = M'(11, 5) \end{aligned}$$

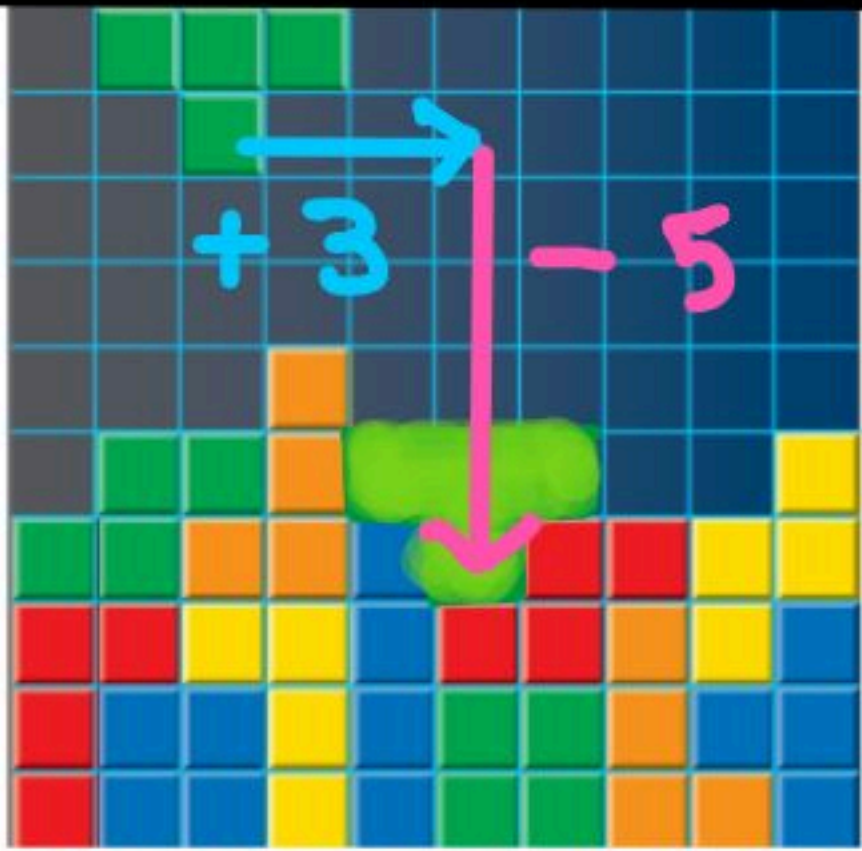
(5) $\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-8, 8)$, $F(-10, 4)$, $G(-7, 6)$ ، أزيح وفق القاعدة

$$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$$

$$\begin{aligned} D(-8, 8) &\rightarrow D'(-3, 6) \\ F(-10, 4) &\rightarrow F'(-5, 2) \\ G(-7, 6) &\rightarrow G'(-2, 4) \end{aligned}$$

(7) ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة

إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغات فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x, y) ، فاكتب قاعدة لوصف الانسحاب الذي يملأ الصف المشار إليه بالسهم.



$$(x + 3, y - 5)$$

(14) مواقع: تبين الشبكة المجاورة بعض المواقع في الحي الذي يقطنه سعيد.

(a) إذا غادر سعيد منزله، وانتقل 4 وحدات إلى الشمال و 3 وحدات إلى

الشرق، فأين يصل؟ المسجد

(b) صِف لفظياً إزاحتين تنقلان سعيد من المدرسة إلى منزله.

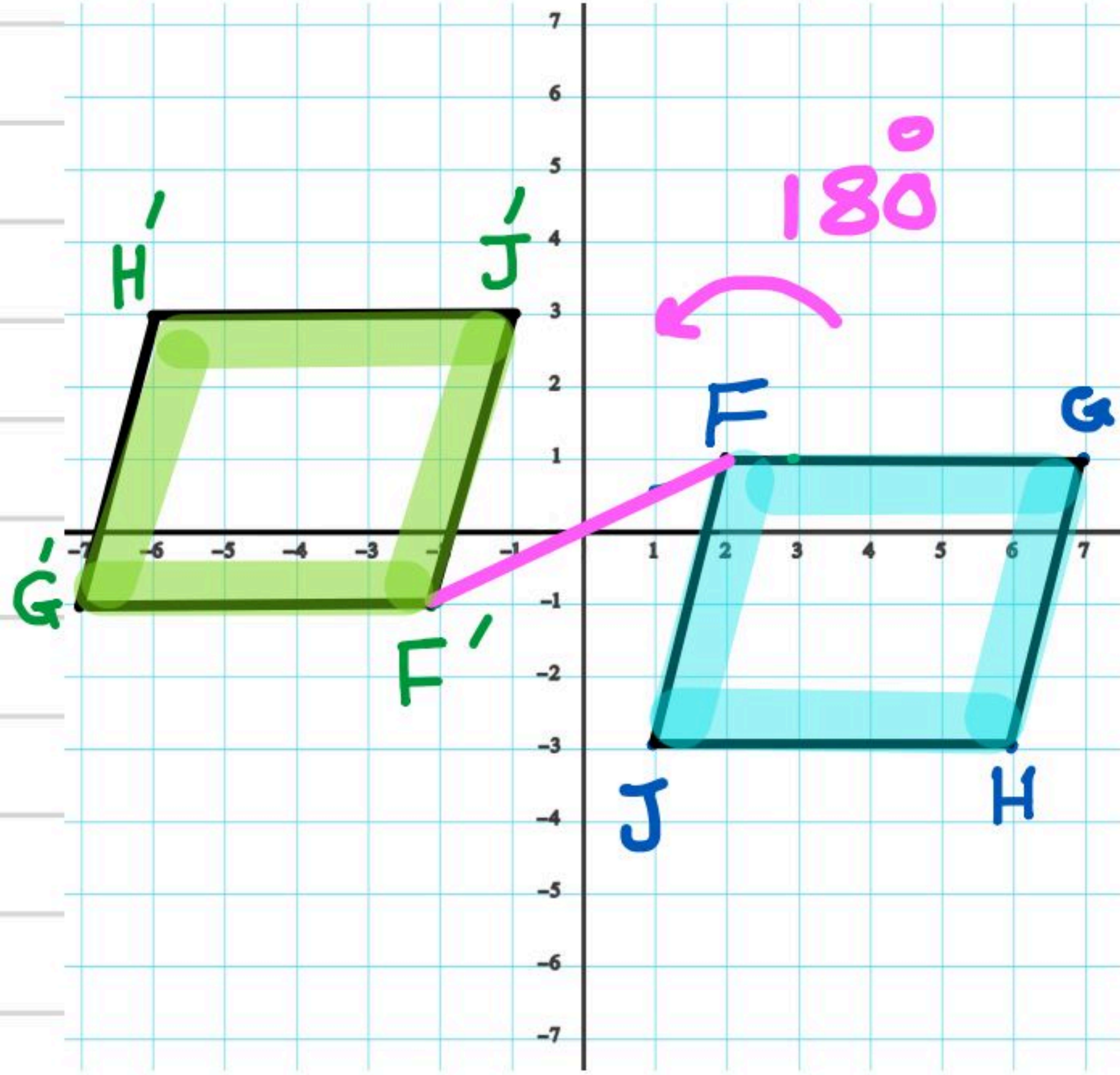
5 وحدات إلى غرب ثم وحدة إلى الجنوب
وحدة إلى الجنوب ثم 5 وحدات إلى غرب



رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي:

تحقق من فهمك

(2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1), G(7, 1), H(6, -3), J(1, -3)$.
مثل بياناً $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.



$$(x, y) \xrightarrow[180]{\text{دوران بزاوية}} (-x, -y)$$

$$F(2, 1) \longrightarrow F'(-2, -1)$$

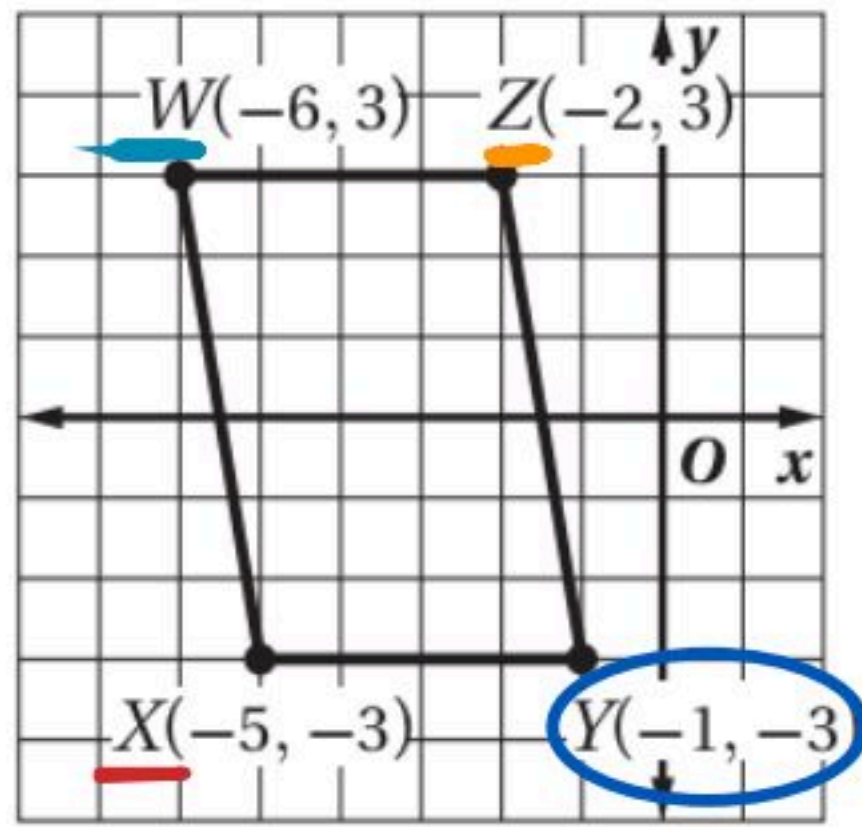
$$G(7, 1) \longrightarrow G'(-7, -1)$$

$$H(6, -3) \longrightarrow H'(-6, 3)$$

$$J(1, -3) \longrightarrow J'(-1, 3)$$

تحقق من فهمك

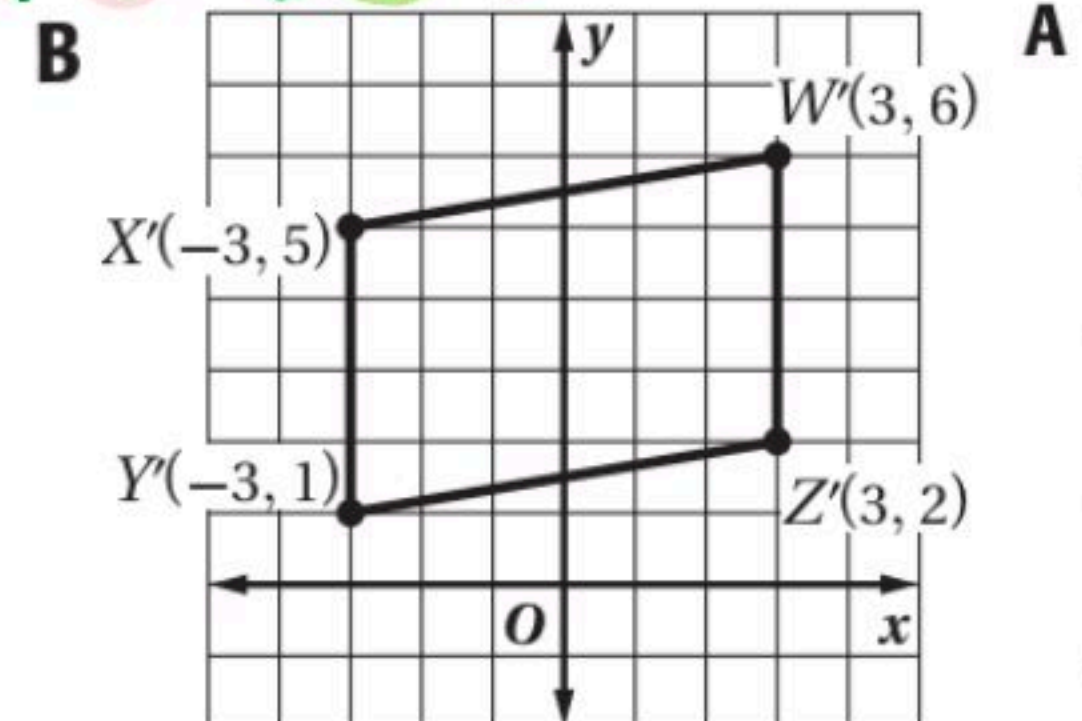
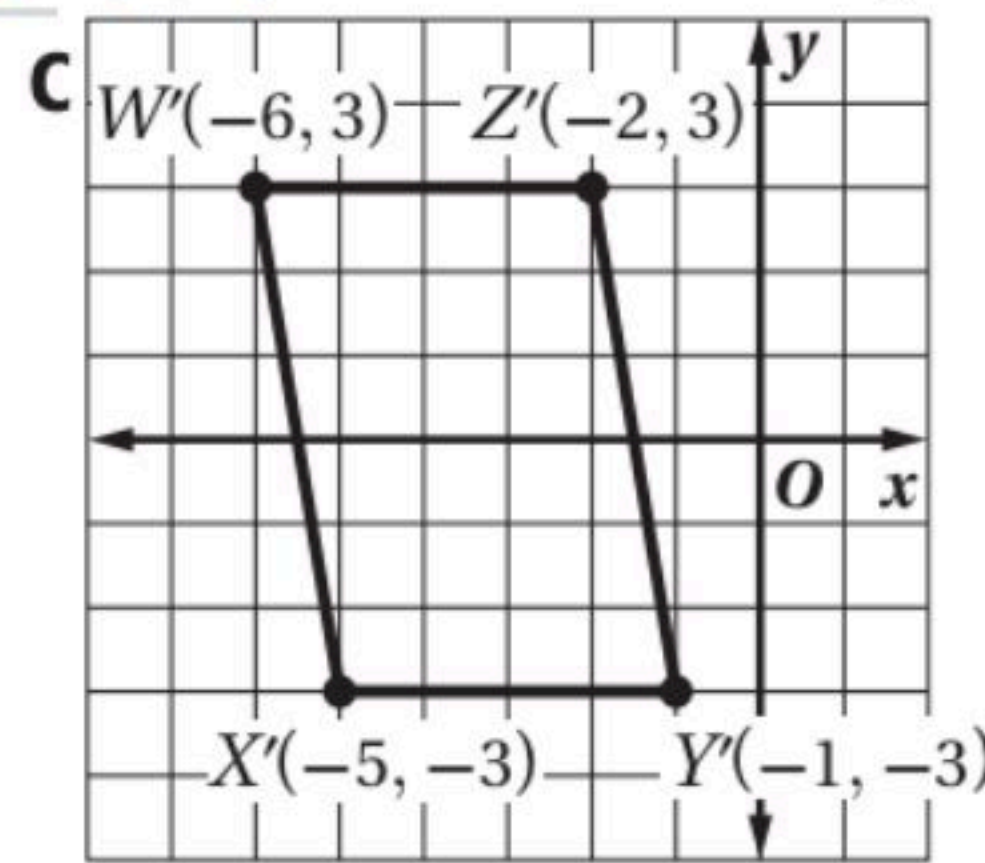
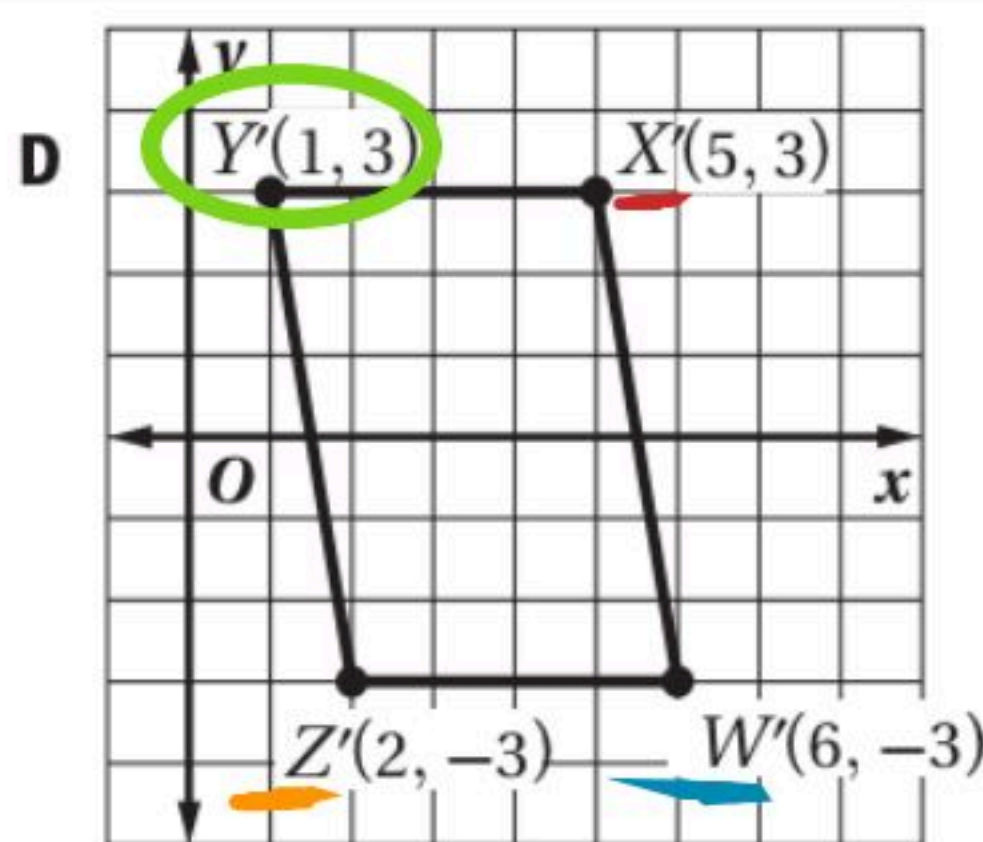
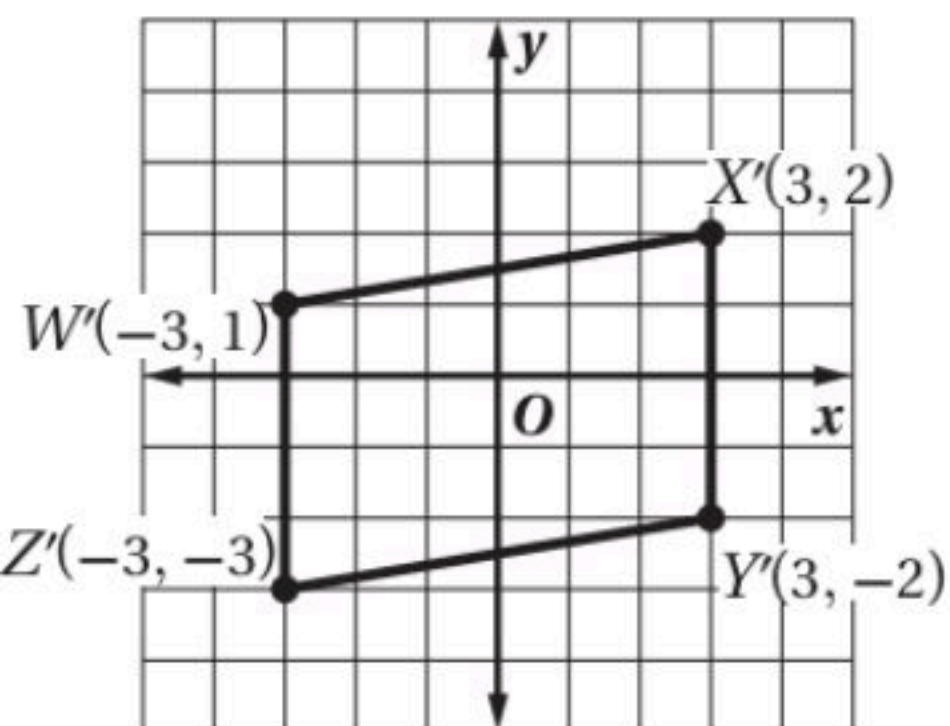
(3) تم تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أي الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟



$$(x, y) \xrightarrow[180]{\text{دوران بزاوية}} (-x, -y)$$

$$Y(-1, -3) \longrightarrow (+1, +3)$$

تغير
إشارات
x و y

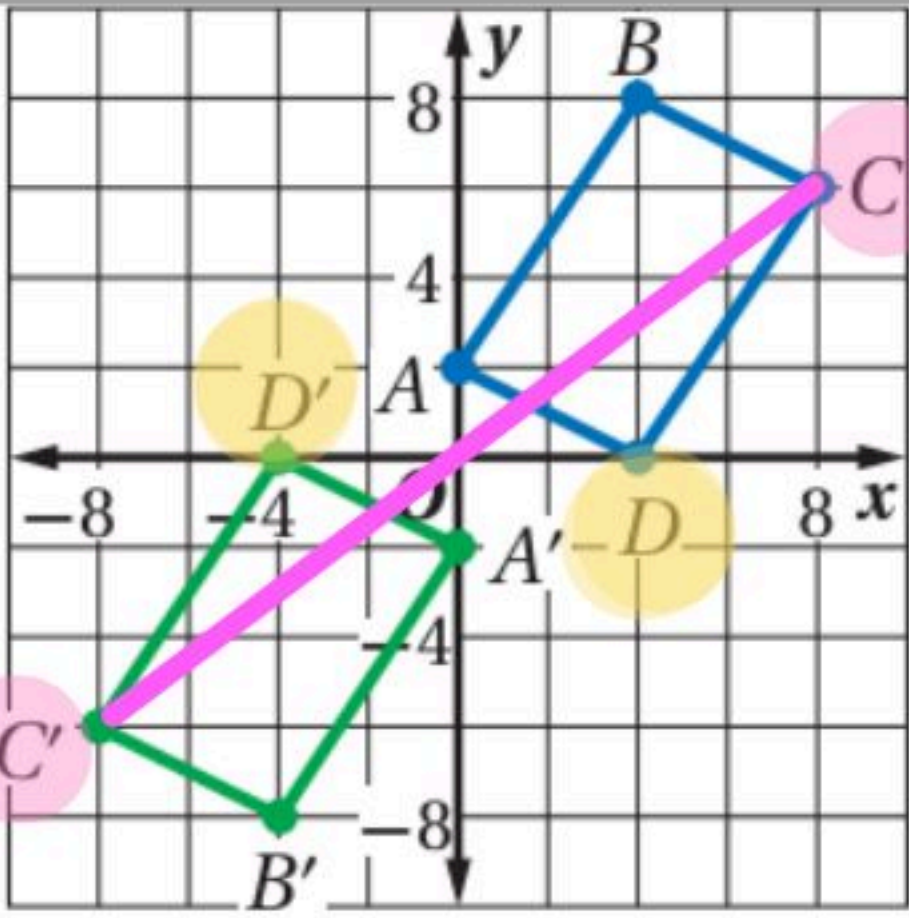


3 إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$ ، مثل بيانياً $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 270° حول نقطة الأصل.

بند ونغير إشارة x

$$(x, y) \xrightarrow[270]{\text{دوران جزاوية}} (y, -x)$$

$$\begin{aligned} D(-2, 6) &\longrightarrow D(6, +2) \\ F(2, 8) &\longrightarrow F(8, -2) \\ G(2, 3) &\longrightarrow G'(3, -2) \end{aligned}$$



4 اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل.

ما قياس زاوية الدوران؟

- 90° A
 180° B
 270° C
 360° D

$$C(8, 6) \longrightarrow C'(-8, -6)$$

8 المعين $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(-3, 4)$, $X(0, 7)$, $Y(3, 4)$, $Z(0, 1)$ ، 90°

بند ونغير إشارة y

$$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$W(-3, 4) \longrightarrow W'(-4, -3) \quad X(0, 7) \longrightarrow X'(-7, 0)$$

$$Y(3, 4) \longrightarrow Y'(-4, 3) \quad Z(0, 1) \longrightarrow Z'(-1, 0)$$

9 $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(2, 4)$, $G(5, 6)$, $H(7, 2)$ ، 180°

$$\begin{aligned} F(2, 4) &\longrightarrow F'(-2, -4) \\ H(7, 2) &\longrightarrow H'(-7, -2) \end{aligned}$$

$$G(5, 6) \longrightarrow G'(-5, -6)$$

10 متوازي الأضلاع $MPQV$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(-6, 3)$, $P(-2, 3)$, $Q(-3, -2)$, $V(-7, -2)$ ، 270°

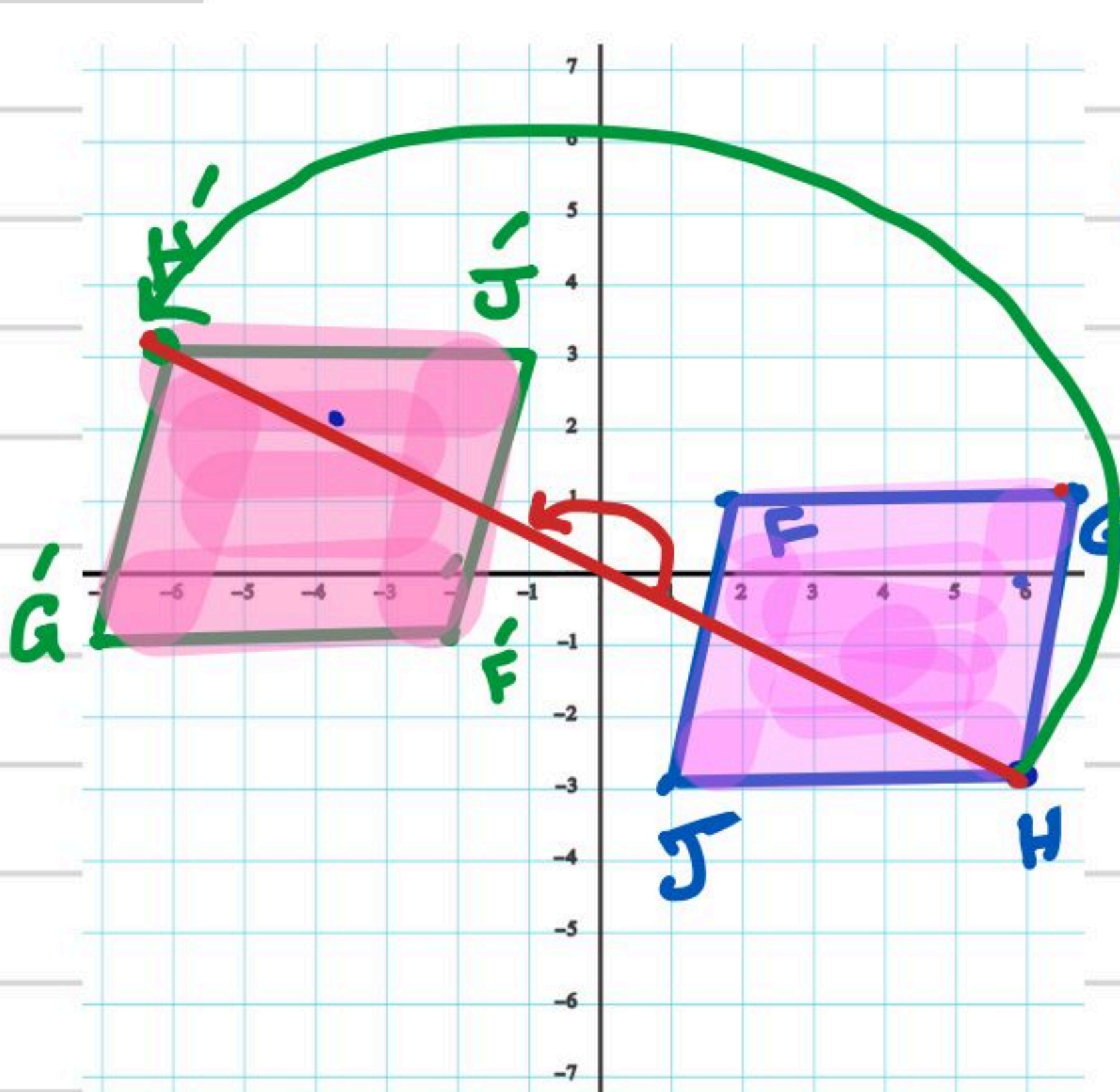
$$M(-6, 3) \longrightarrow M'(3, 6) \quad Q(-3, -2) \longrightarrow Q'(-2, 3)$$

$$P(-2, 3) \longrightarrow P'(3, 2) \quad V(-7, -2) \longrightarrow V'(-2, 7)$$

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي:

تحقق من فهمك ✓

(2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1), G(7, 1), H(6, -3), J(1, -3)$ مثل بياناً $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.



$$F(2, 1) \rightarrow F'(-2, -1)$$

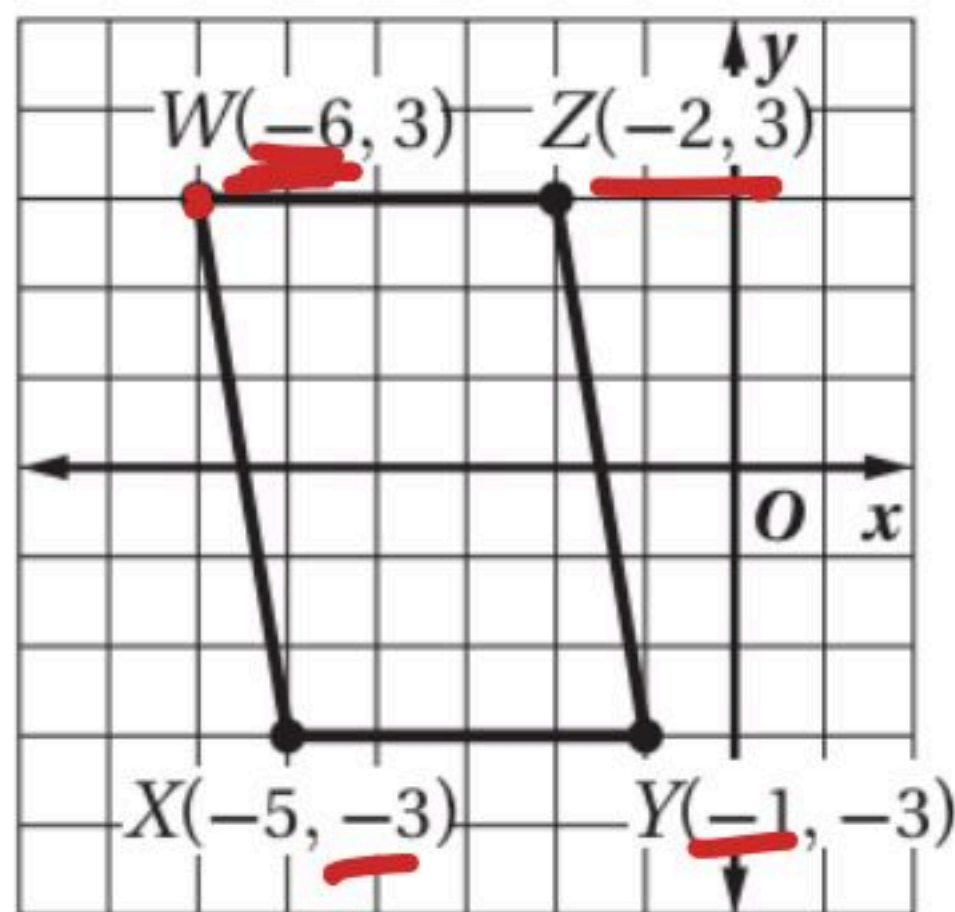
$$G(7, 1) \rightarrow G'(-7, -1)$$

$$H(6, -3) \rightarrow H'(-6, 3)$$

$$J(1, -3) \rightarrow J'(-1, 3)$$

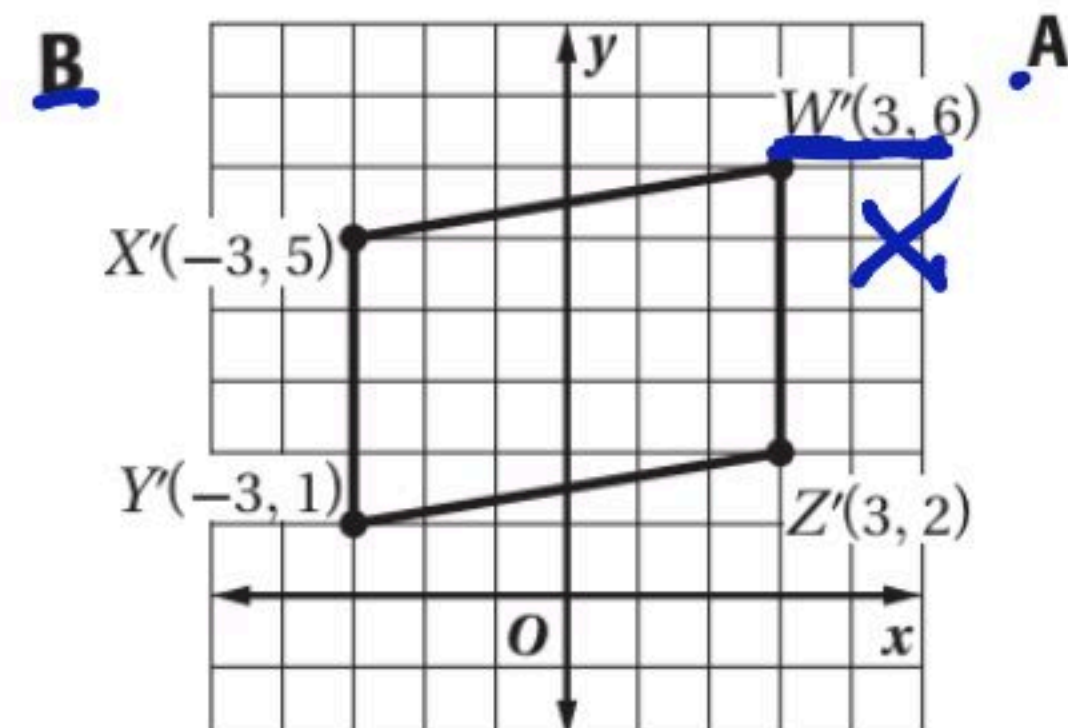
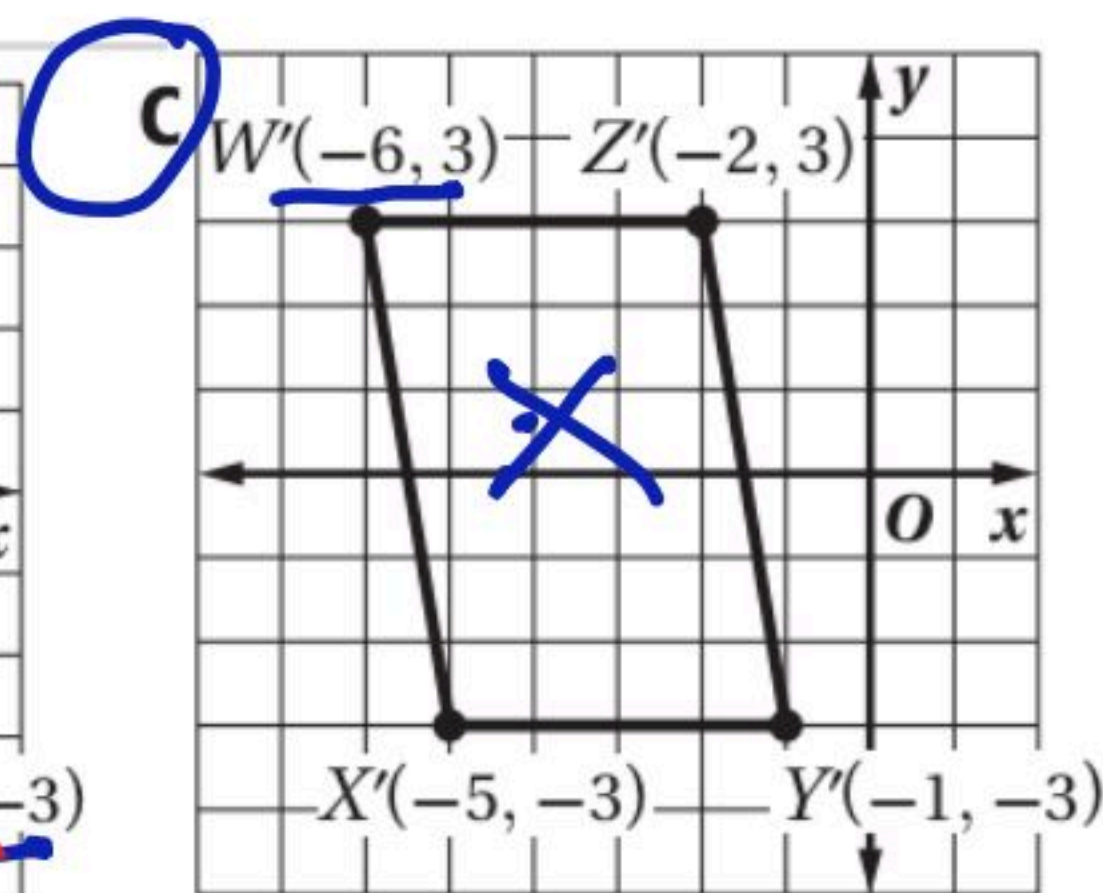
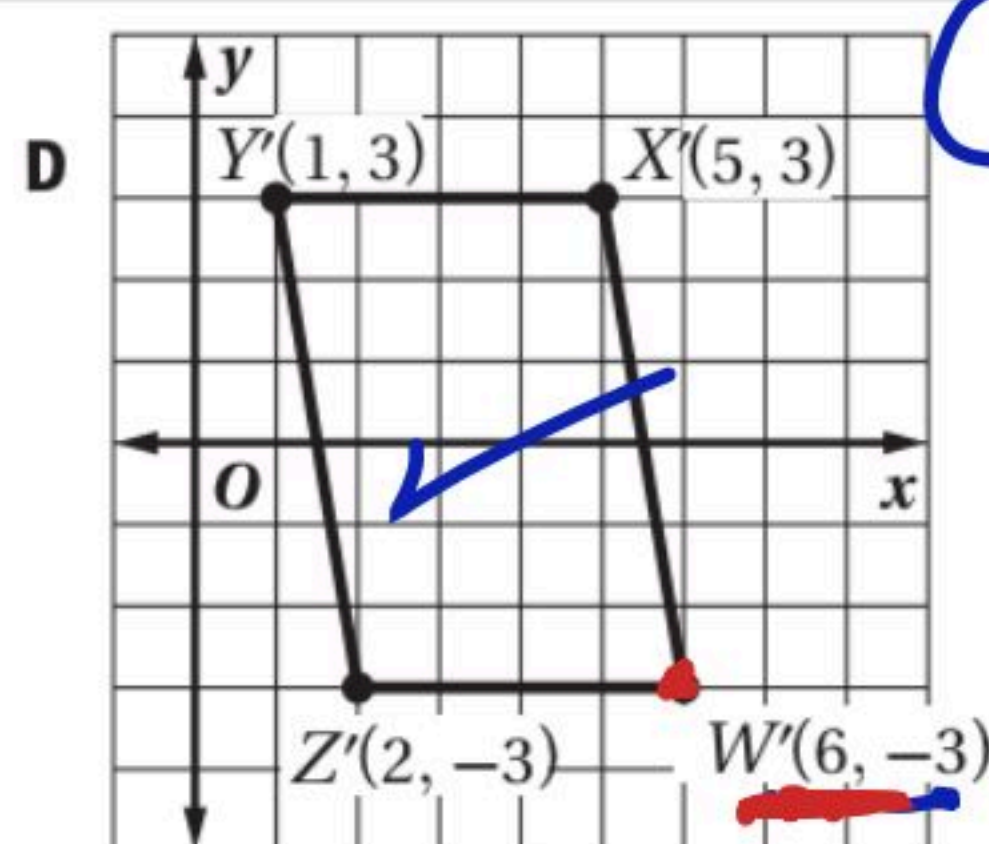
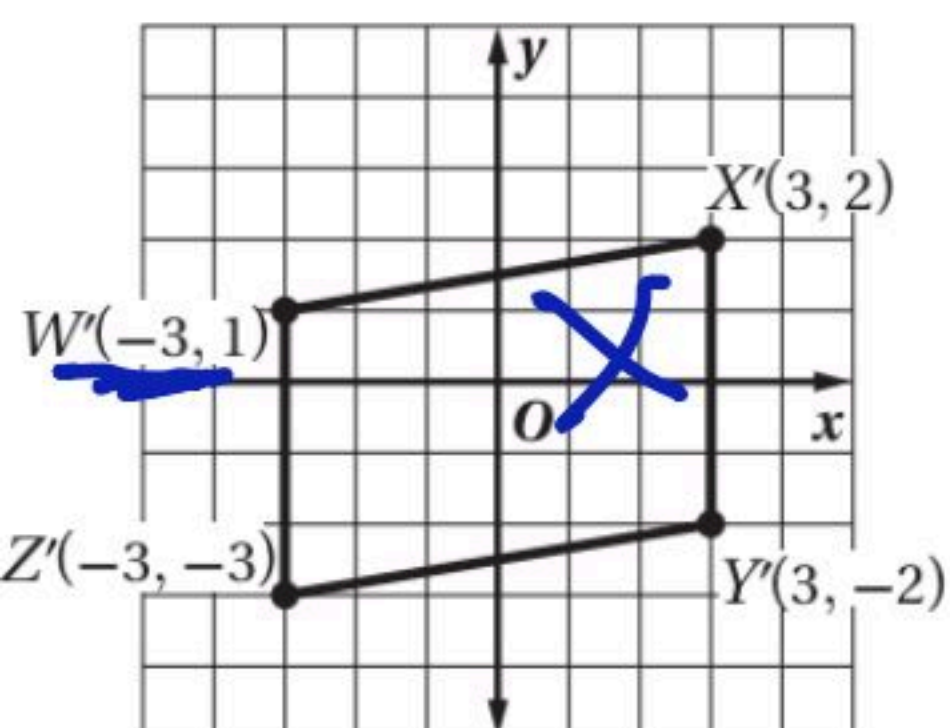
تحقق من فهمك ✓

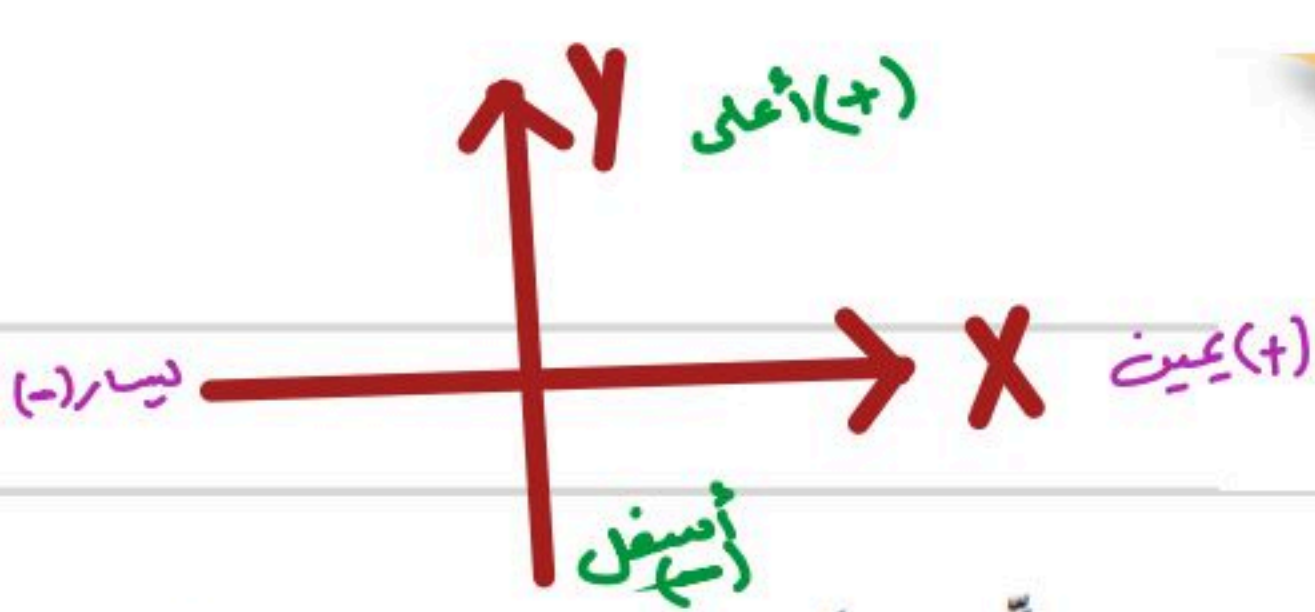
ساعة



(3) تم تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أي الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟

$$W(-6, 3) \rightarrow W'(6, -3)$$





تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1)$, $Q(2, 5)$, $R(4, 2)$ ، مثلث بيانيًا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار.

ثم انعكاس حول المحور x .

$$P(1, 1) \xrightarrow[\text{يسار } (x)]{-2} P'(1-2, 1) = P'(-1, 1) \xrightarrow[\text{حول } x]{\text{انعكاس}} P''(-1, -1)$$

$$Q(2, 5) \longrightarrow Q'(2-2, 5) = Q'(0, 5) \longrightarrow Q''(0, -5)$$

$$R(4, 2) \longrightarrow R'(4-2, 2) = R'(2, 2) \longrightarrow R''(2, -2)$$

(1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل

و3 وحدات إلى اليسار، ثم

انعكاس حول المستقيم $y = x$.

$$P(1, 1) \xrightarrow[\text{أسفل } (y)]{(-3)} \xrightarrow[\text{يسار } (x)]{(-3)} P'(-2, -2) \xrightarrow[\text{حول } y=x]{\text{انعكاس}} P''(-2, -2)$$

$$Q(2, 5) \longrightarrow Q'(-1, 2) \longrightarrow Q''(2, -1)$$

$$R(4, 2) \longrightarrow R'(1, -1) \longrightarrow R''(-1, 1)$$

إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $C(-5, -1)$, $D(-2, -5)$, $E(-1, -1)$ ، مثلث بيانيًا $\triangle CDE$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(1) إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين،

ثم انعكاس حول المحور x .

$$C(-5, -1) \xrightarrow[\text{يمين } (x)]{+4} C'(-1, -1) \xrightarrow[\text{حول } x]{\text{انعكاس}} C''(-1, +1)$$

$$D(-2, -5) \longrightarrow D'(2, -5) \longrightarrow D''(2, +5)$$

$$E(-1, -1) \longrightarrow E'(3, -1) \longrightarrow E''(3, +1)$$

(2) إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى،

ثم انعكاس حول المحور y

$$\begin{array}{l} C(-5, -1) \xrightarrow[\text{يمين } +6]{\text{إزاحة}} C'(1, -1) \xrightarrow[\text{حول } y]{\text{انعكاس}} C''(-1, -1) \\ D(-2, -5) \longrightarrow D'(4, -5) \longrightarrow D''(-4, -5) \\ E(-1, -1) \longrightarrow E'(5, -1) \longrightarrow E''(-5, -1) \end{array}$$

تحقق من فهمك
إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6, -2)$, $B(-5, -5)$, $C(-2, -1)$ ، مثل بيانياً ΔABC وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(2A) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين

ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم

انعكاس حول المحور y .

$$\begin{array}{l} A(-6, -2) \xrightarrow[\text{أسفل } -1]{\text{يمين } +3} A'(-3, -3) \xrightarrow[\text{حول } y]{\text{انعكاس}} A''(-3, 3) \\ B(-5, 5) \longrightarrow B'(-2, +4) \longrightarrow B''(2, -4) \\ C(-2, -1) \longrightarrow C'(-1, -2) \longrightarrow C''(-1, -2) \end{array}$$

(2B) دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل،

ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار

و4 وحدات إلى أعلى.

$$\begin{array}{l} A(-6, -2) \xrightarrow[180^\circ]{\text{دوران}} A'(6, 2) \xrightarrow[\text{أعلى } (+4)]{\text{يسار } (-2)} A''(4, 6) \\ B(-5, -5) \longrightarrow B'(5, 5) \longrightarrow B''(3, 9) \\ C(-2, -1) \longrightarrow C'(2, 1) \longrightarrow C''(0, 5) \end{array}$$

(3) إحداثيات طرفي \overline{JK} هما $J(2, 5)$, $K(6, 5)$ ، مثل بيانياً \overline{JK} وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،

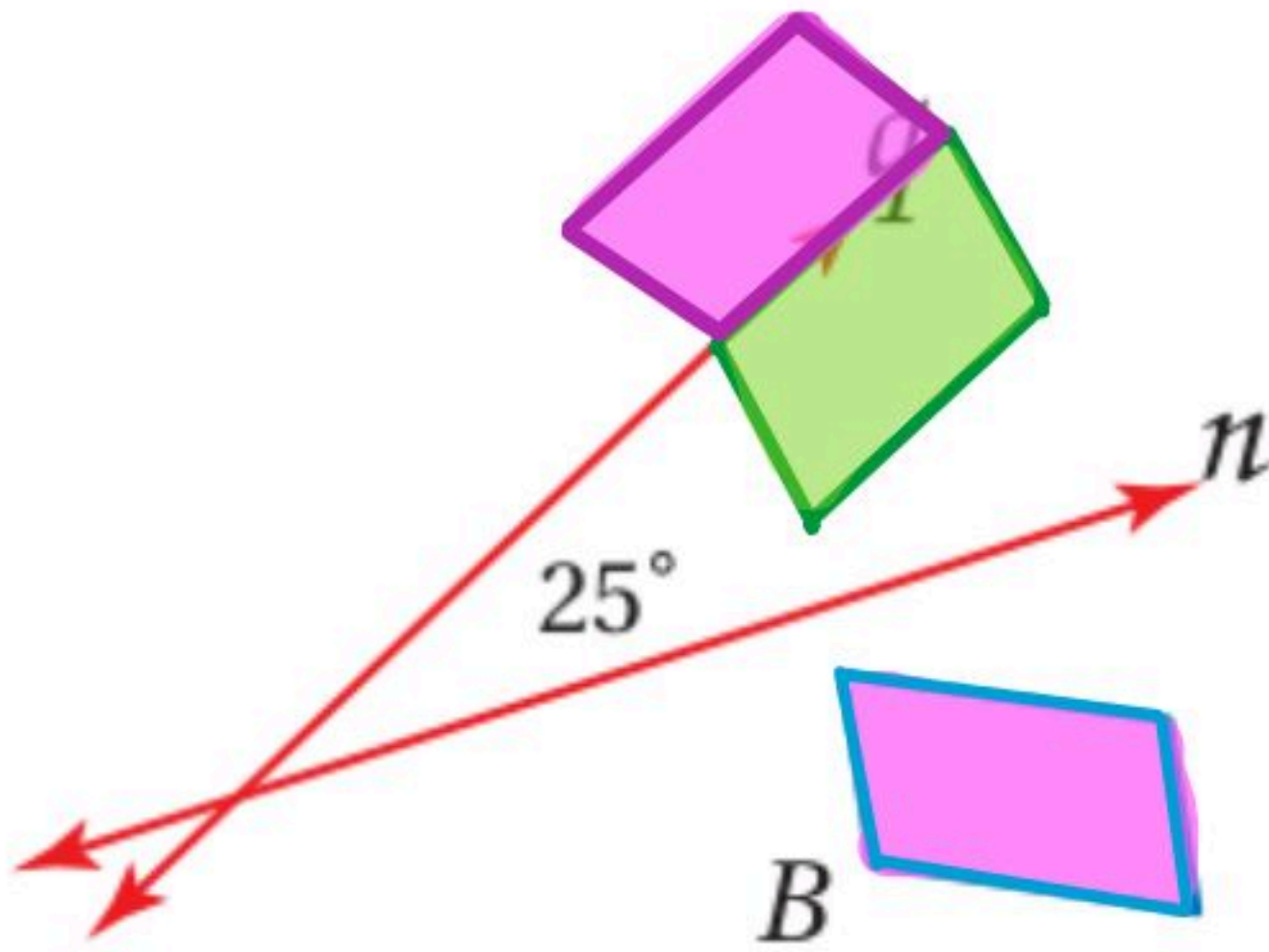
ثم دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.

$$\begin{array}{l} J(2, 5) \xrightarrow[x]{\text{انعكاس}} J'(2, -5) \xrightarrow[90^\circ]{\text{دوران}} J''(5, 2) \\ K(6, 5) \longrightarrow K'(6, -5) \longrightarrow K''(5, 6) \end{array}$$

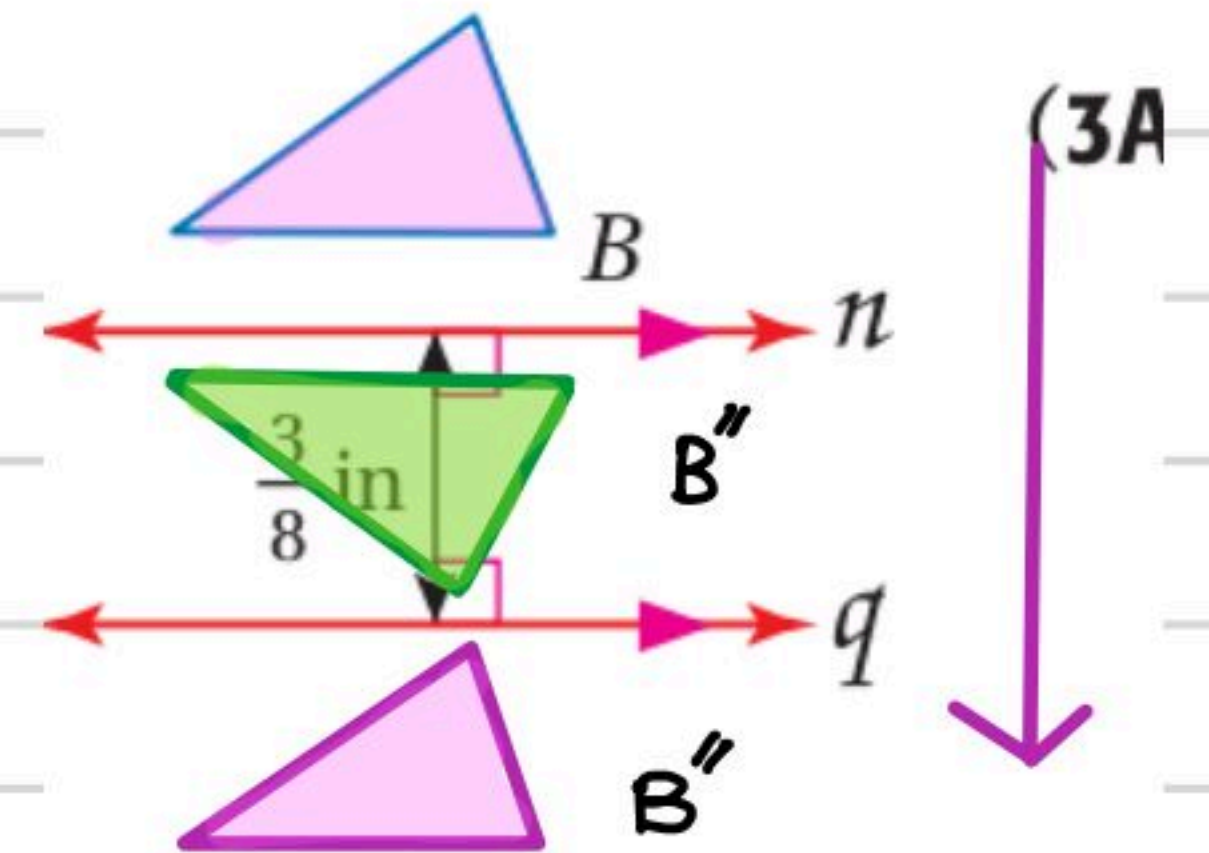
تركيب انعكاسين:

تحقق من فهمك 

ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q ، ثم صِف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل B إلى B'' .



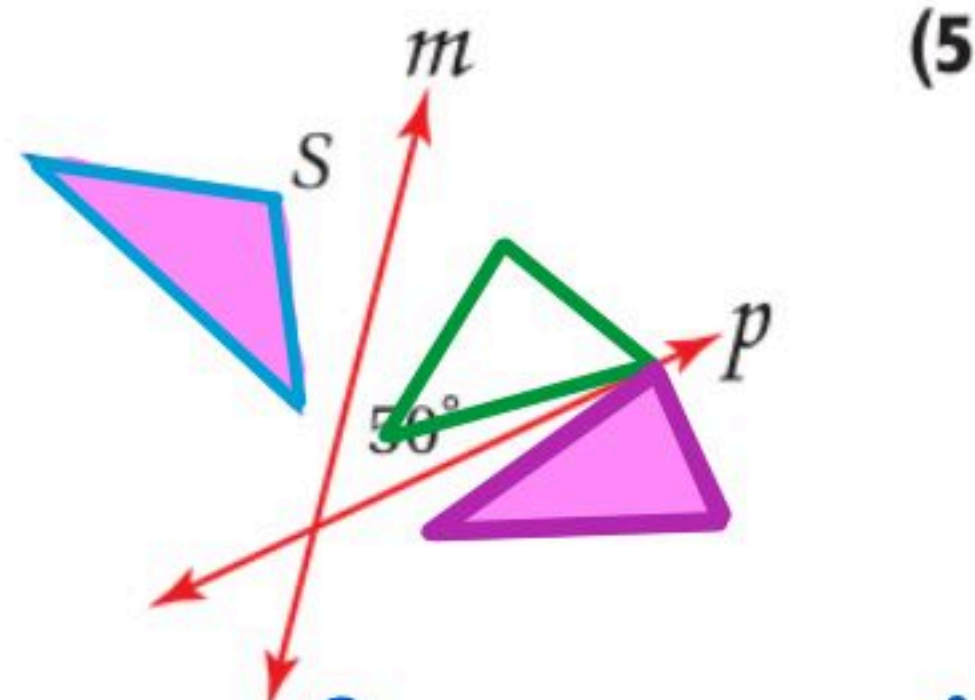
(3B)



(3A)

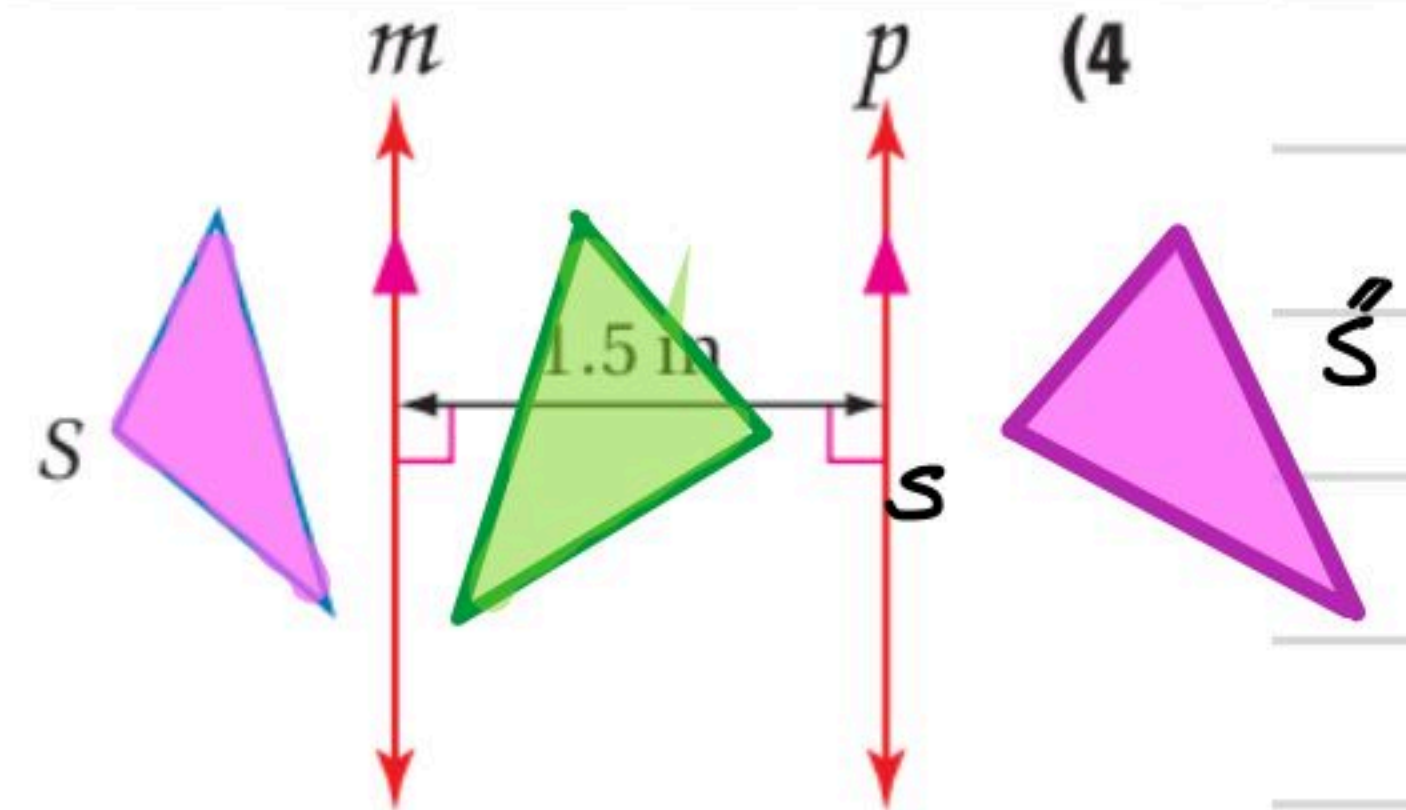
دوران زاوية 50° حول نقطة تقاطع المستقيمين

إزاحة إلى أسفل بمقدار $\frac{3}{4}$ in



(5)

دوران بزاوية 100° حول نقطة تقاطع المستقيمين



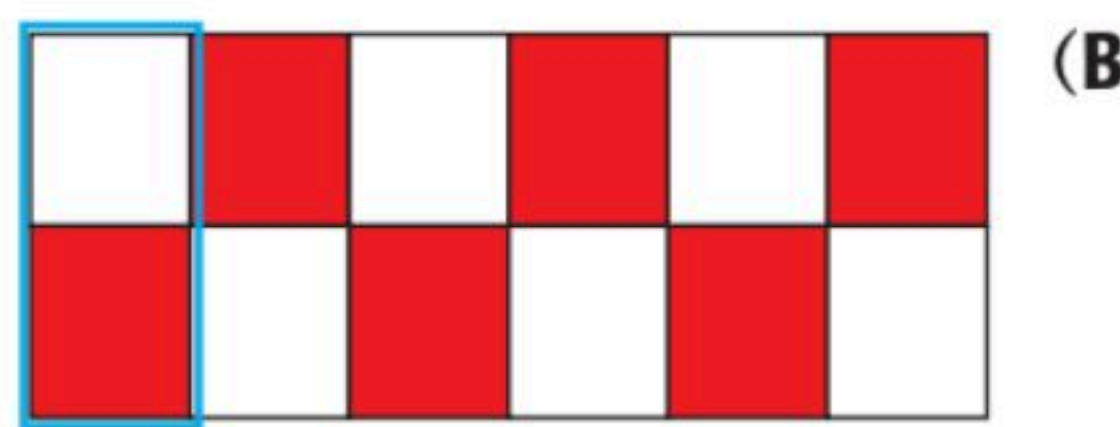
(4)

إزاحة إلى يمين بمقدار 3 in

وصف التحويلات الهندسية

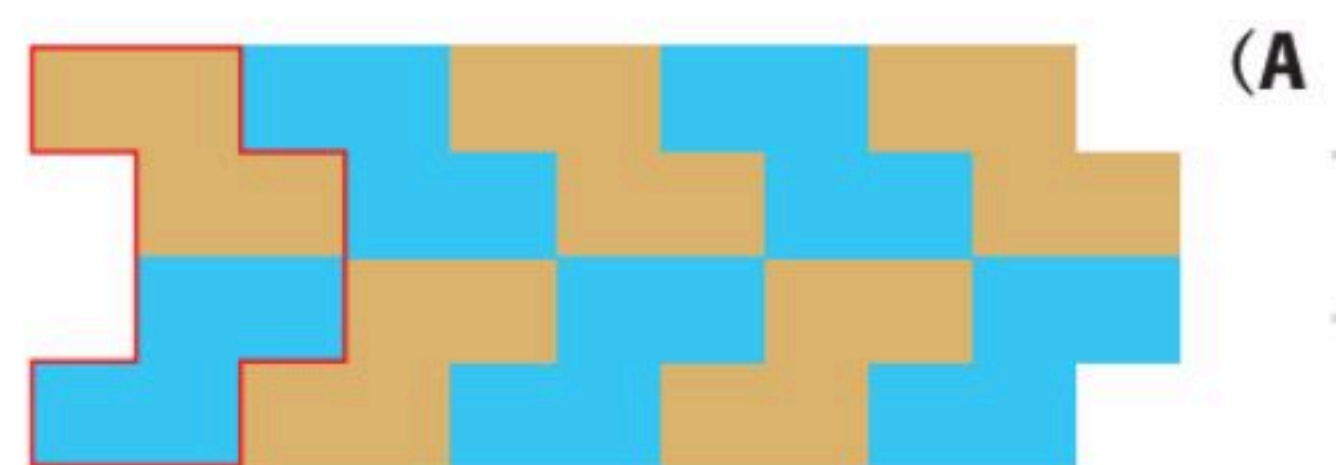
تحقق من فهمك

(4) سجادة: صِف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتكوين النمط في كل ممّا يأتي:



(B)

إنعكاس وإزاحة



(A)

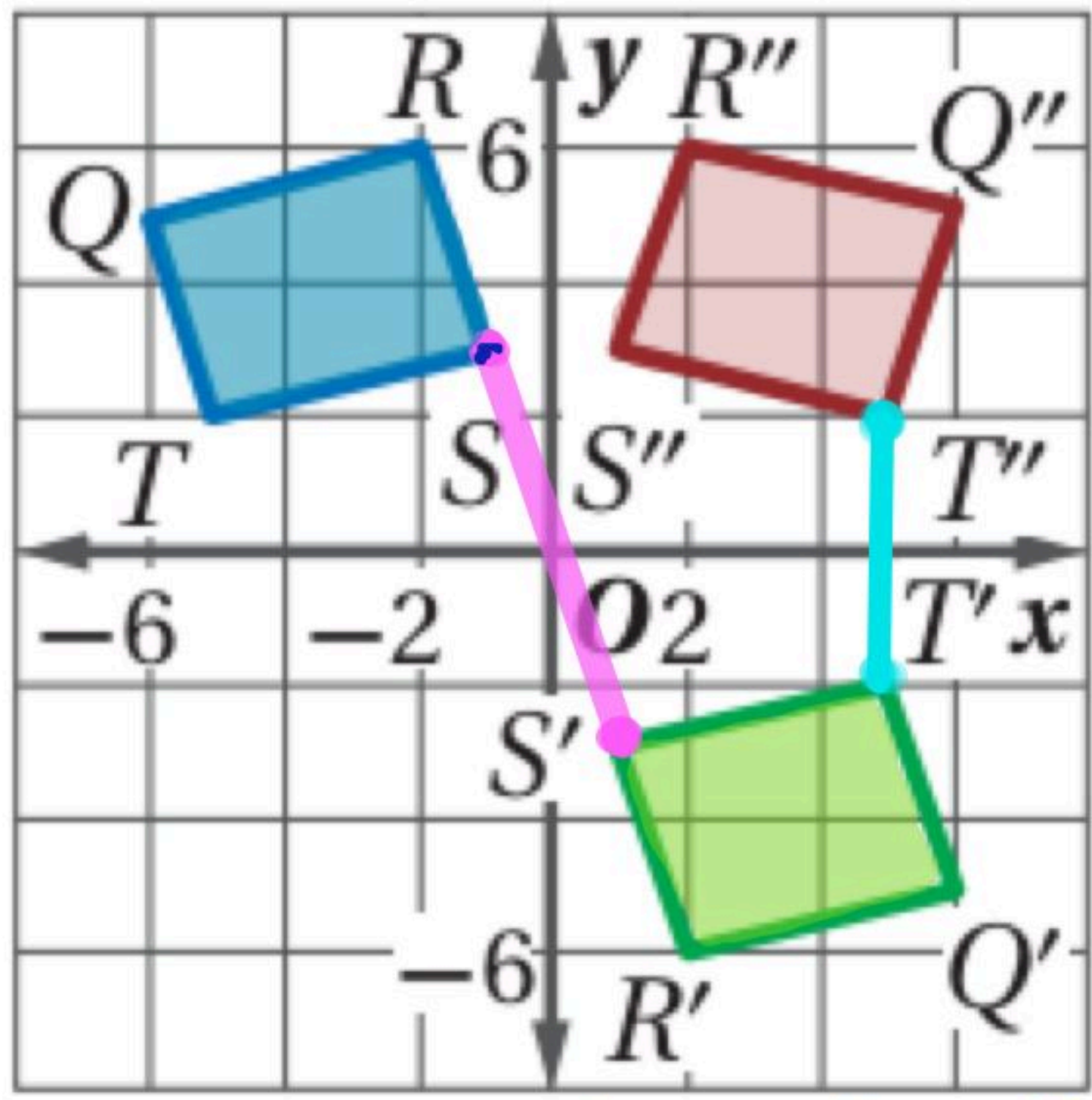
إنعكاس وإزاحة



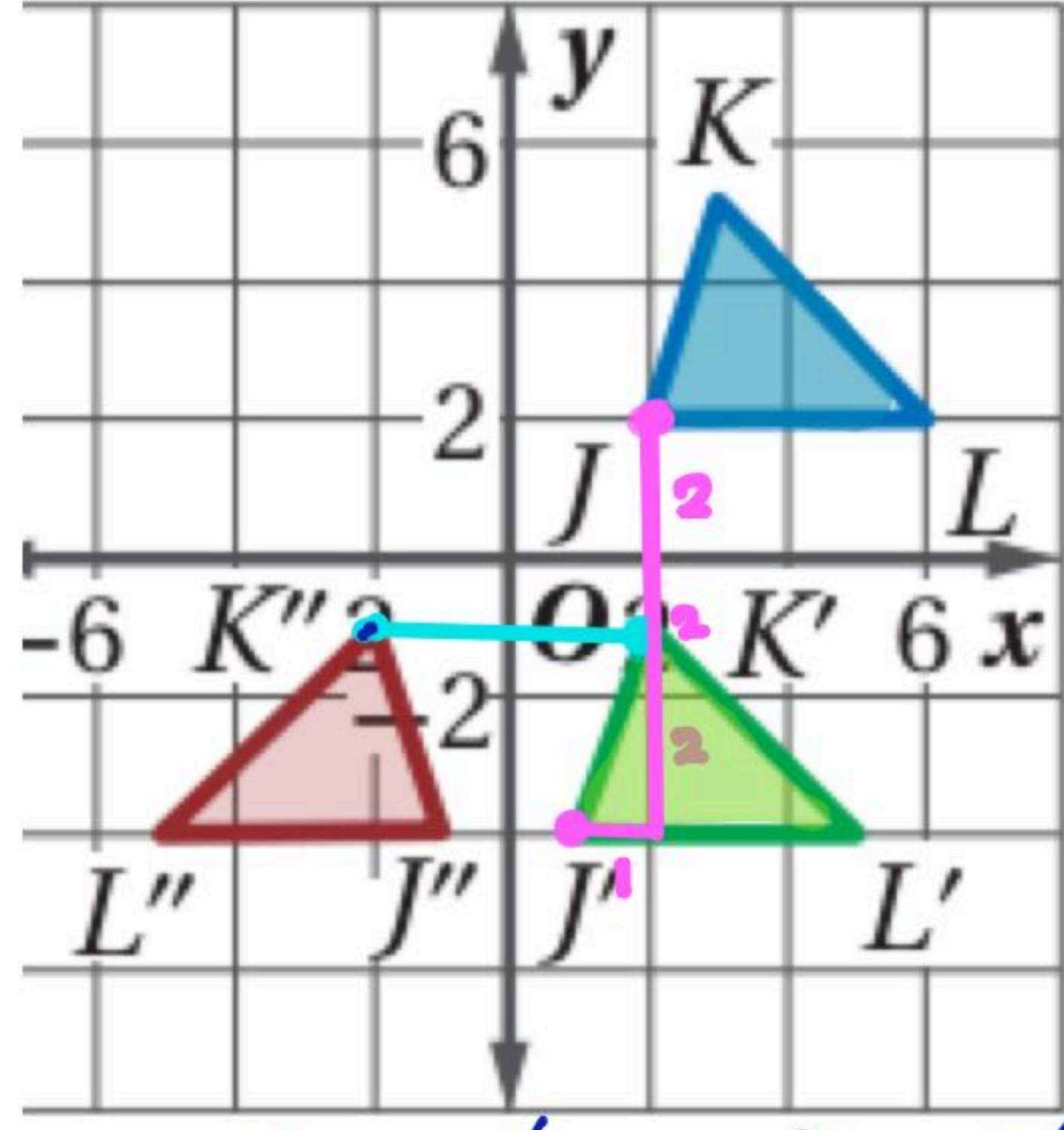
(6) أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صِف التحويل الهندسي المركب الذي يمكن استعماله لتكوين هذا النمط.

إنعكاس وإزاحة

صِف التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل الأزرق إلى البني في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



(25)



(24)

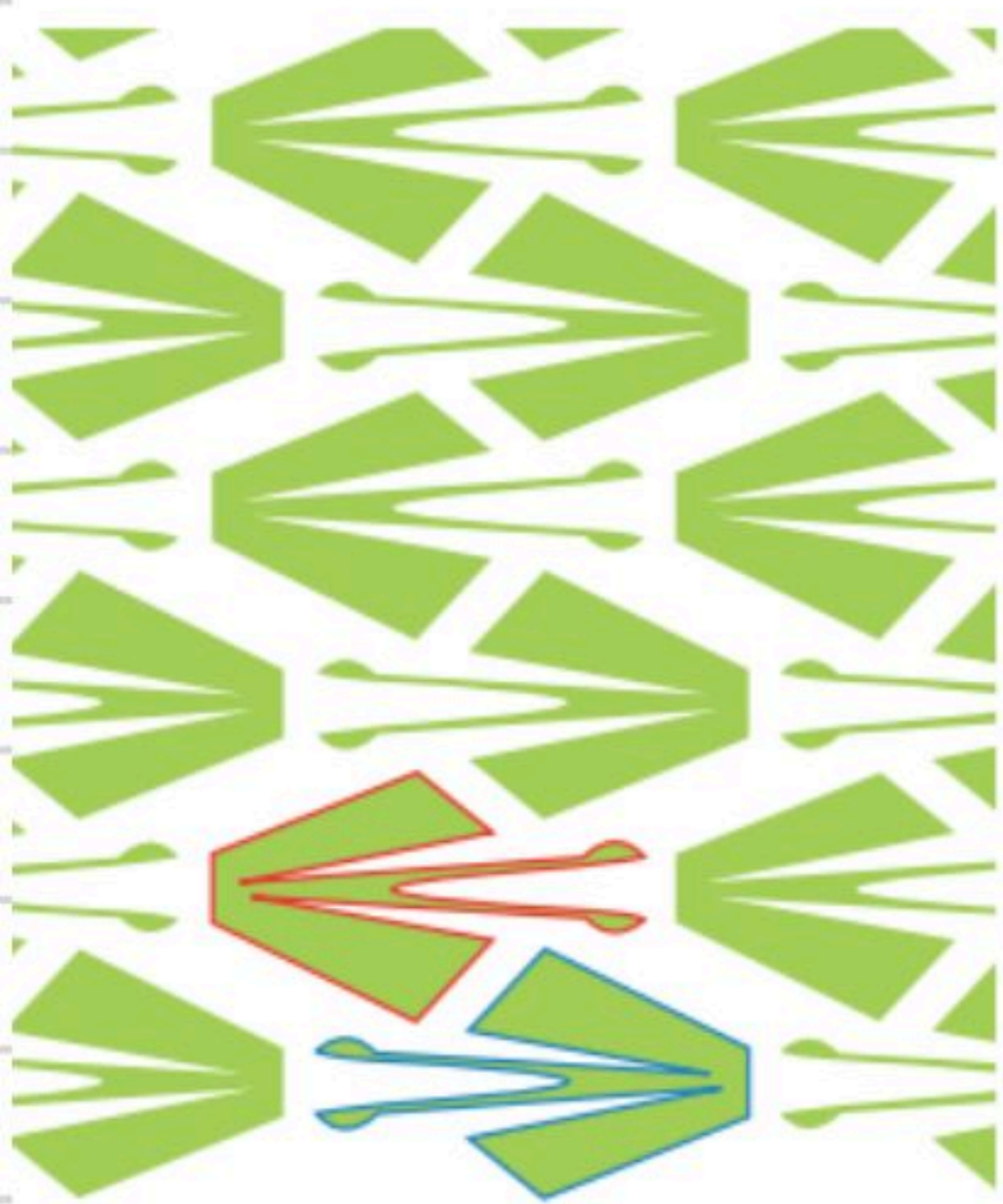
$$(-6, 2) \rightarrow (6, -2) \rightarrow (6, 2)$$

$$J(2, 2) \rightarrow J'(1, -4) \rightarrow J''(-1, -4)$$

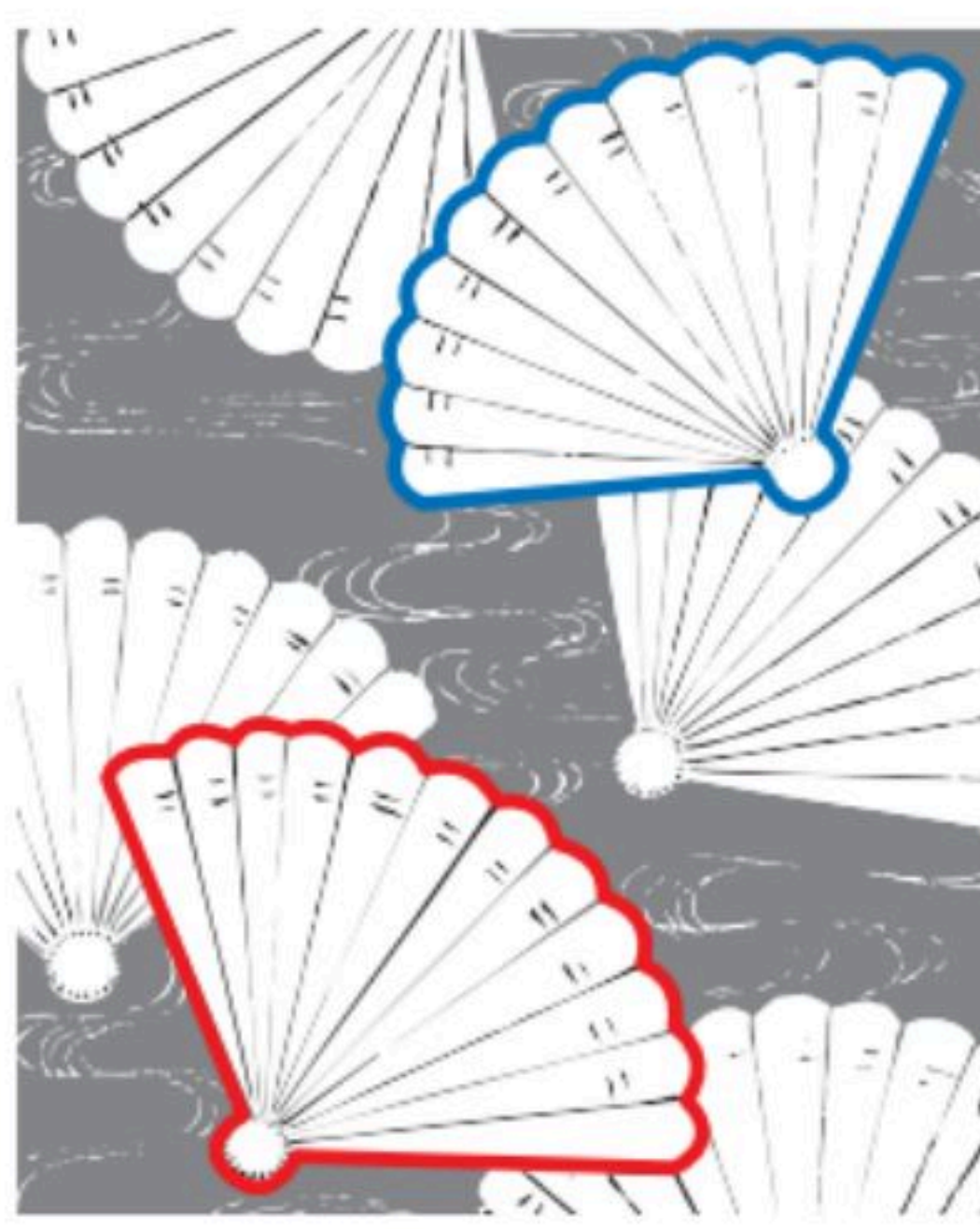
١/ دوران بزاوية 180 حول نقطة الأصل
٢/ انعكاس حول محور X

١/ إزاحة بمقدار 6 وحدات إلى الأسفل ووحدة إلى اليسار
٢/ انعكاس حول محور Y

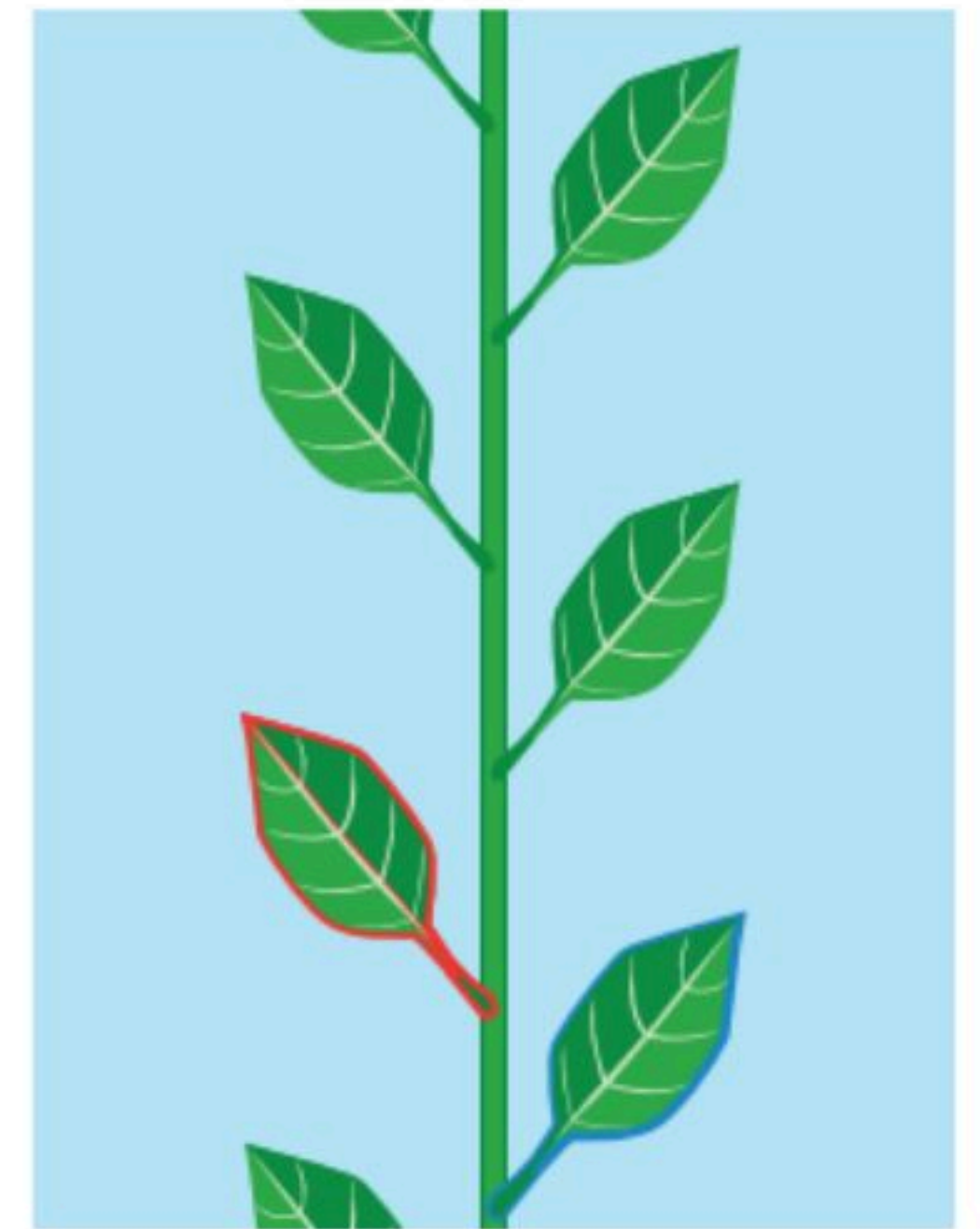
صِف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتكوين نمط الأقمشة في كلٍّ مما يأتي:



(15)



(14)



(13)

إزاحة ثم انعكاس

انعكاس ثم إزاحة

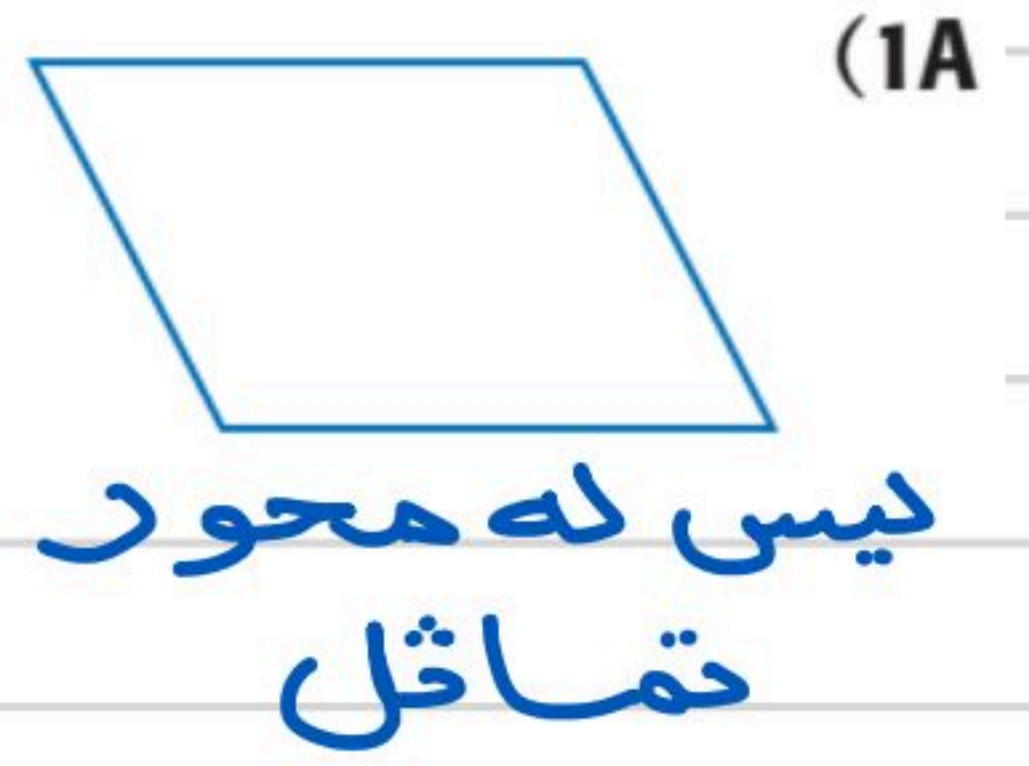
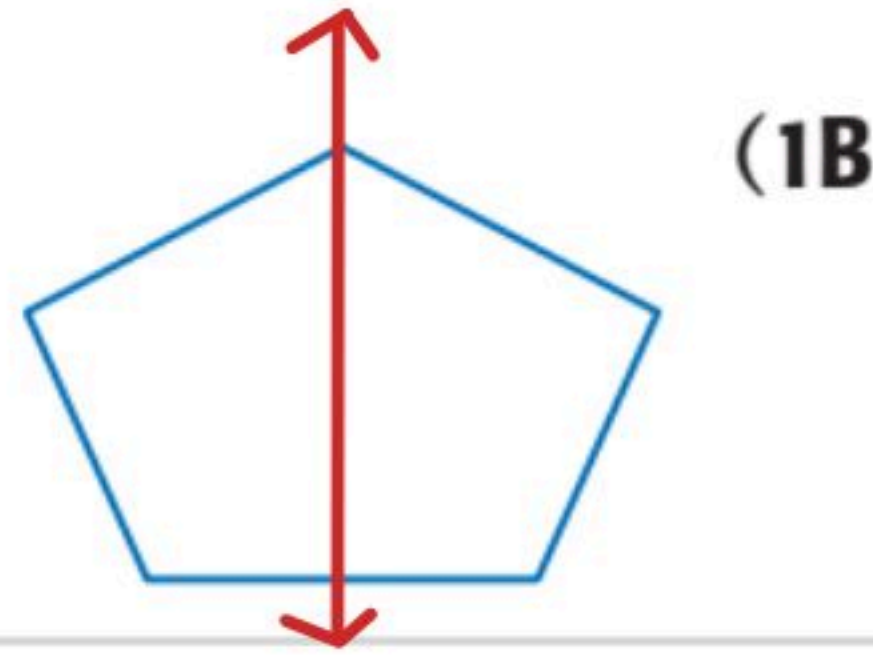
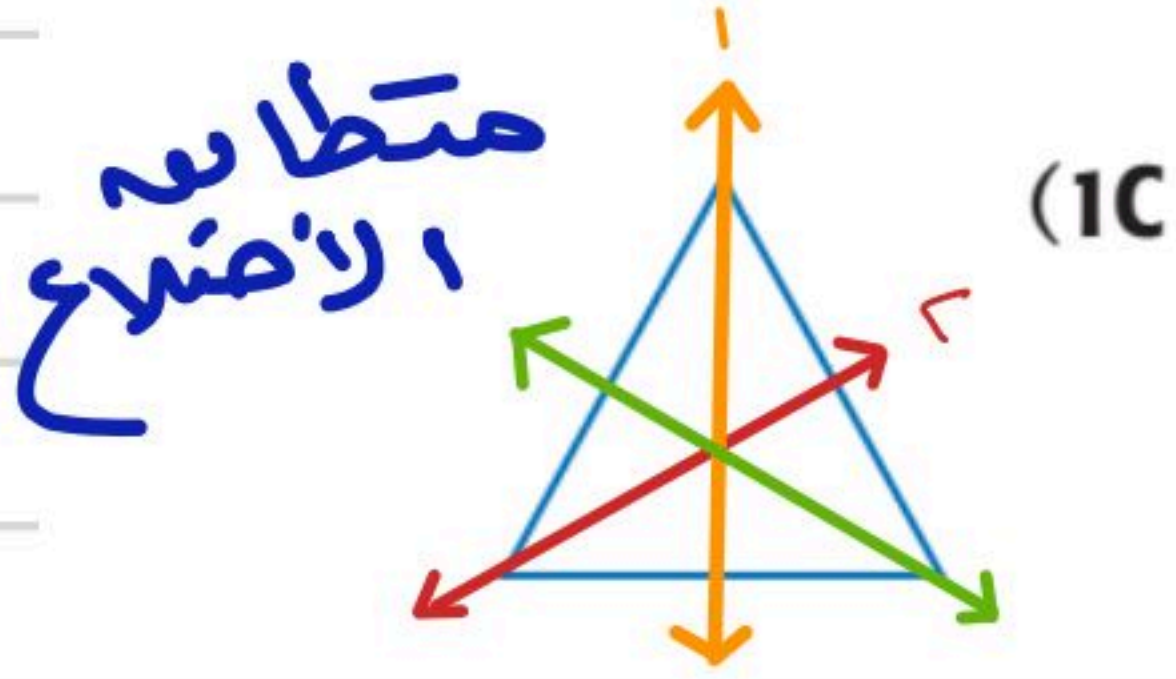
إزاحة ثم انعكاس

مثلث متطابق الصلعيين
(محور تماثل واحد)

تعيين محاور التماثل

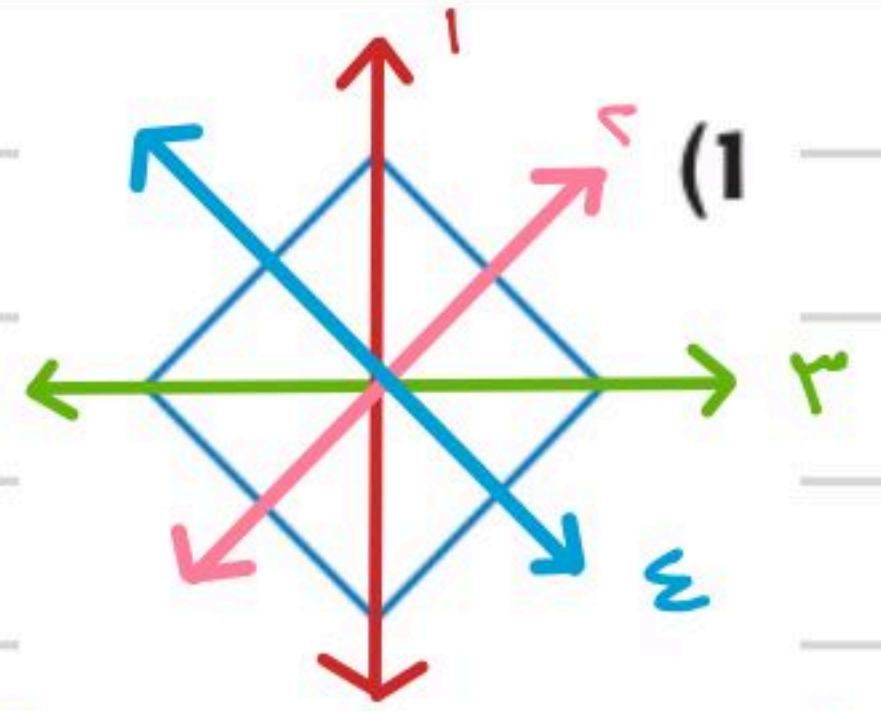
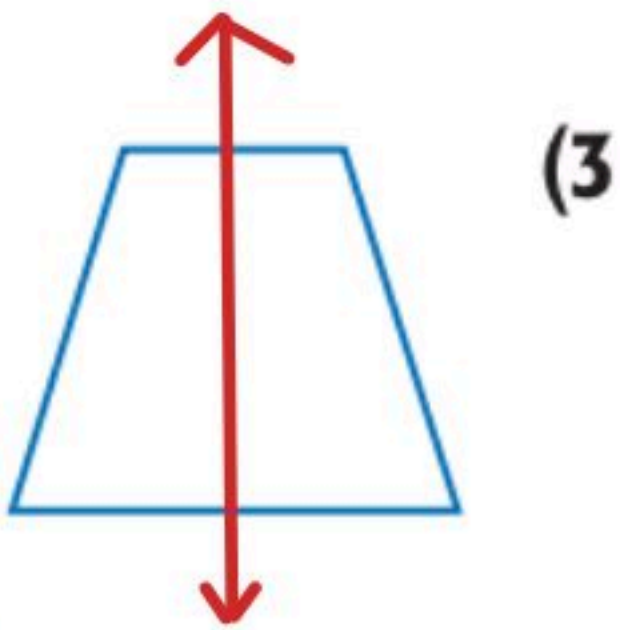
تحقق من فهمك

بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ما يأتي:



نعم، 3 محاور تماثل

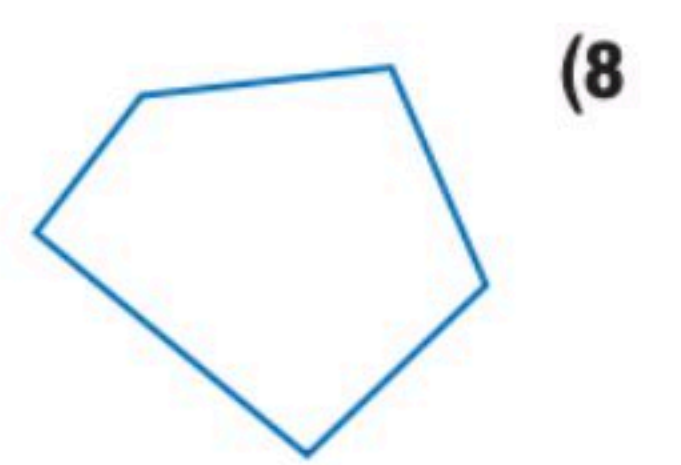
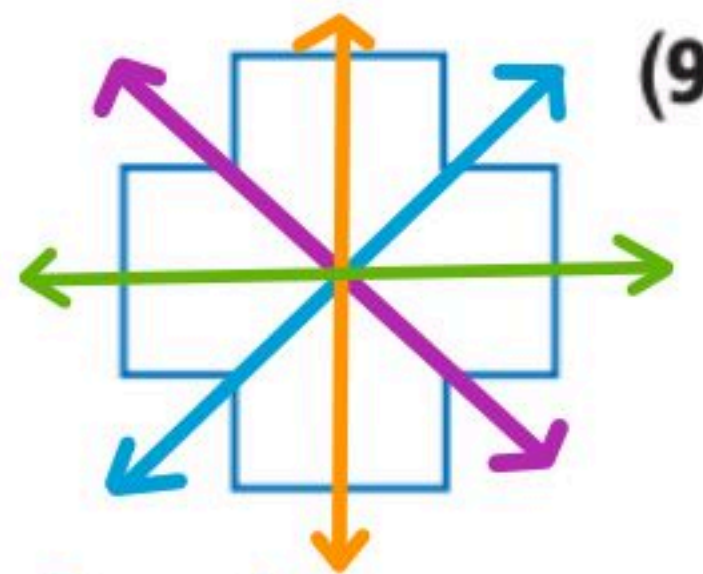
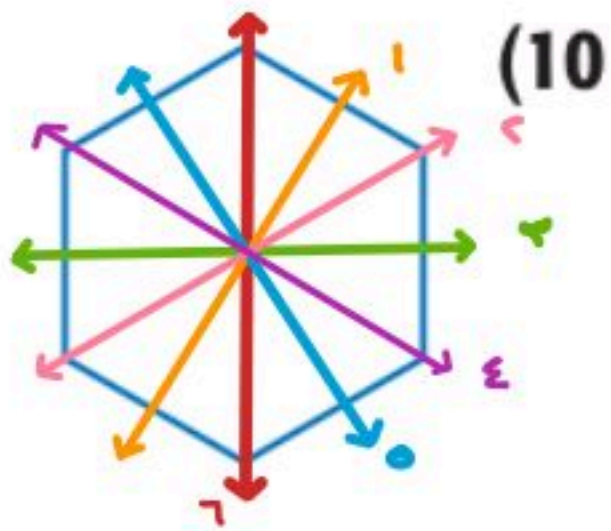
نعم، محور تماثل واحد



نعم، محور تماثل واحد

ليس له محور
تماثل

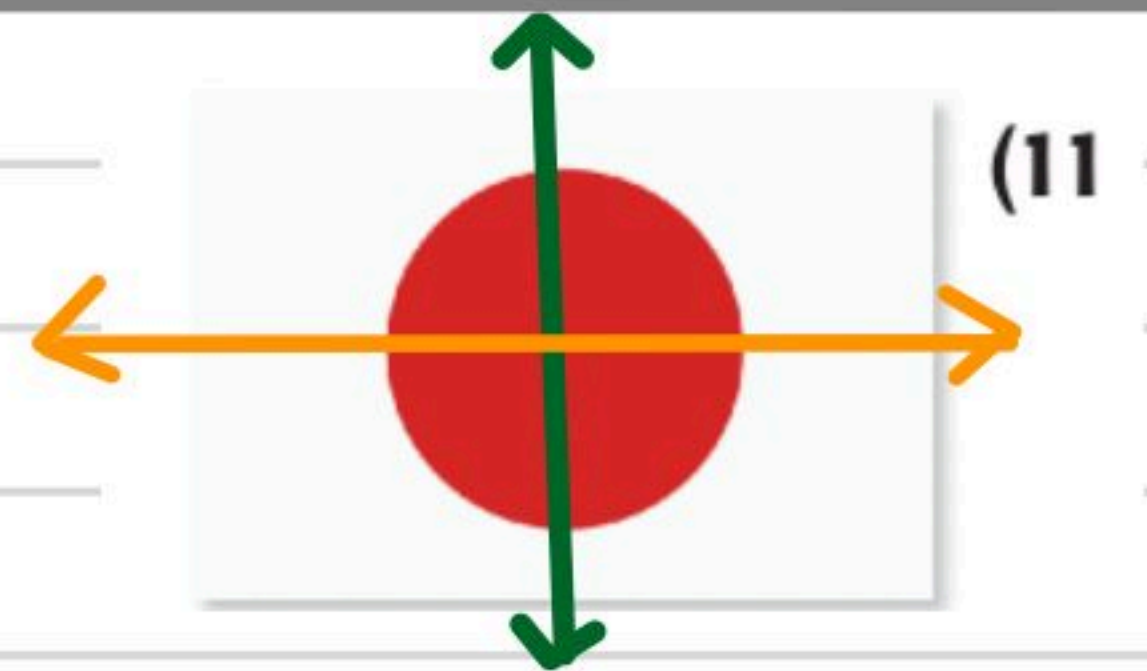
نعم، 4 محاور تماثل



نعم، 6 محاور تماثل

نعم، 4 محاور تماثل

ليس له محور تماثل



نعم، محور تماثل واحد

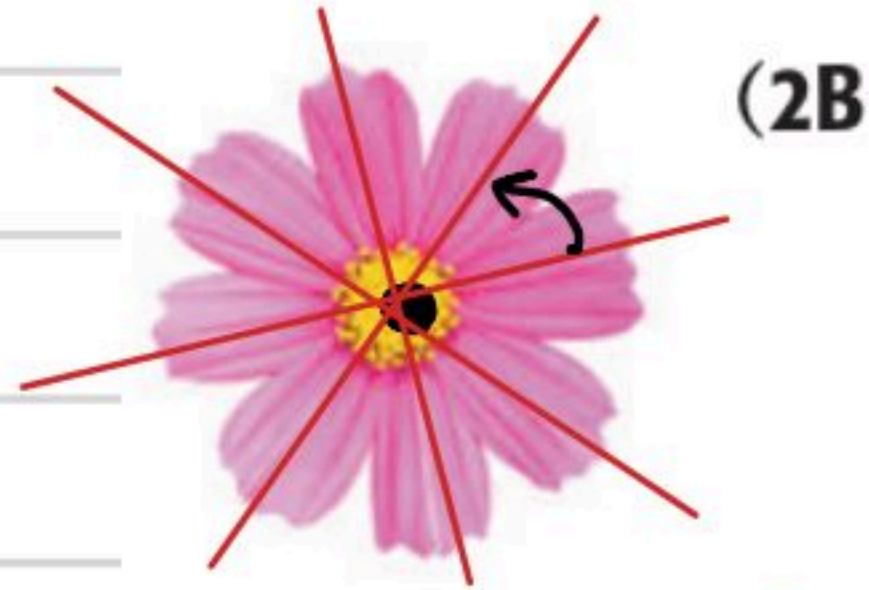
ليس له محور
تماثل

نعم، محورين تماثل

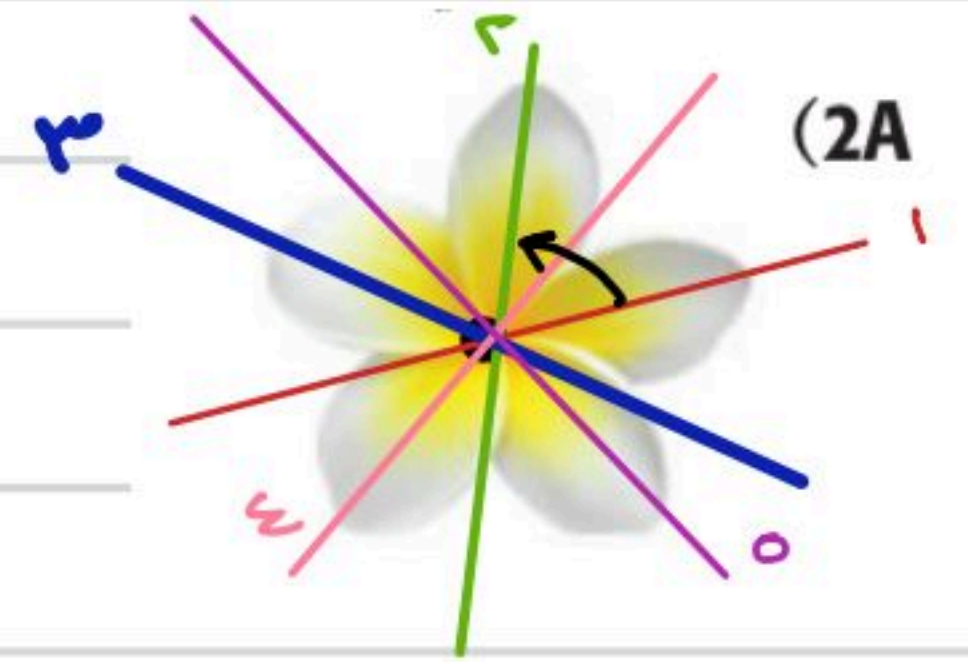
تعيين التماثل الدوراني

تحقق من فهمك

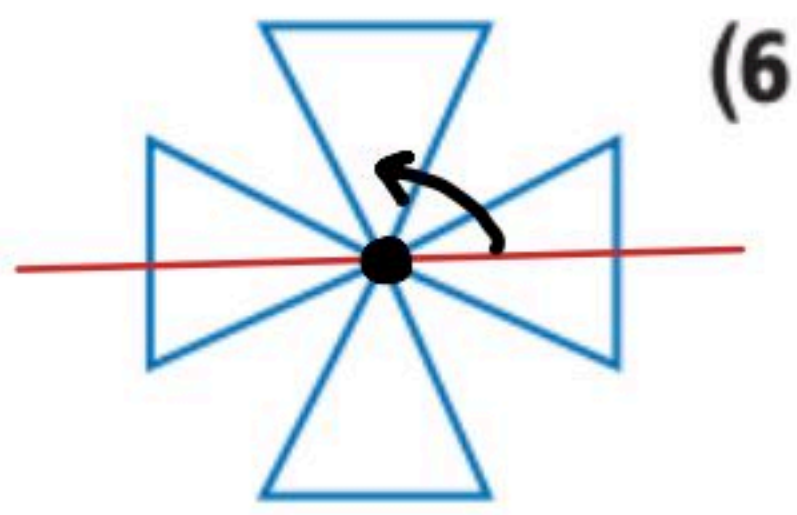
أزهار: بين ما إذا كان يبدو لصورة الزهرة تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلِّ ممَّا يأتي:



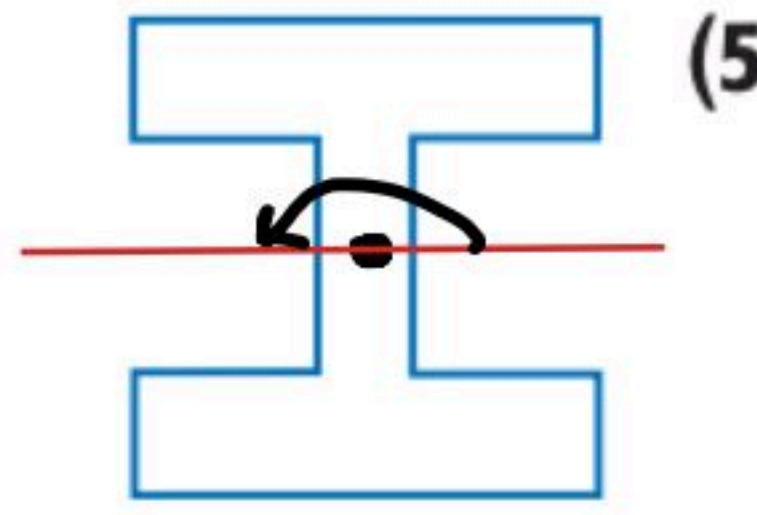
نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 8
مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$



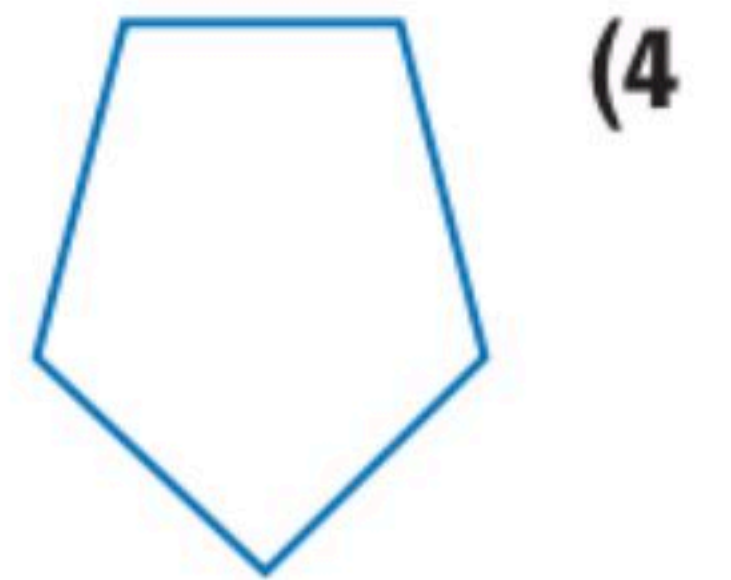
نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 5
مقدار التماثل = $\frac{360}{5} = 72^\circ$



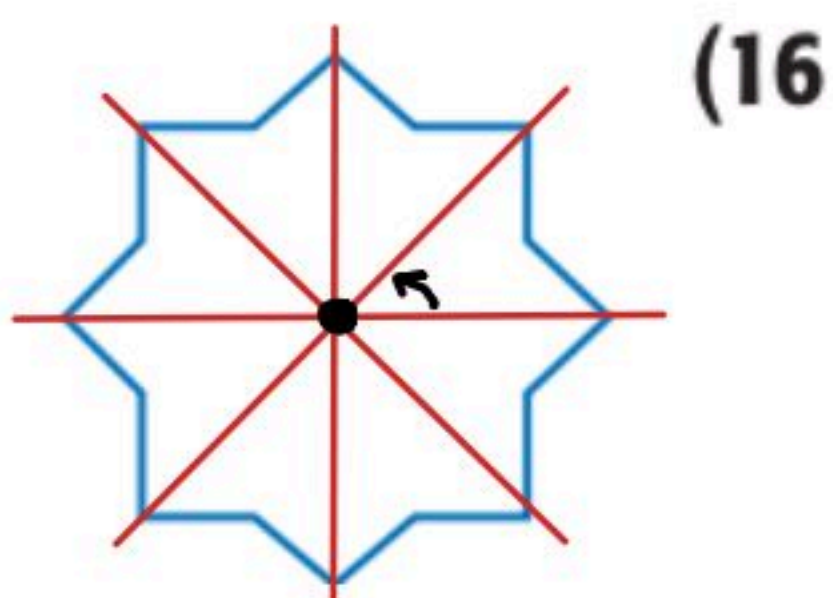
نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 4
مقدار التماثل = $\frac{360}{4} = 90^\circ$



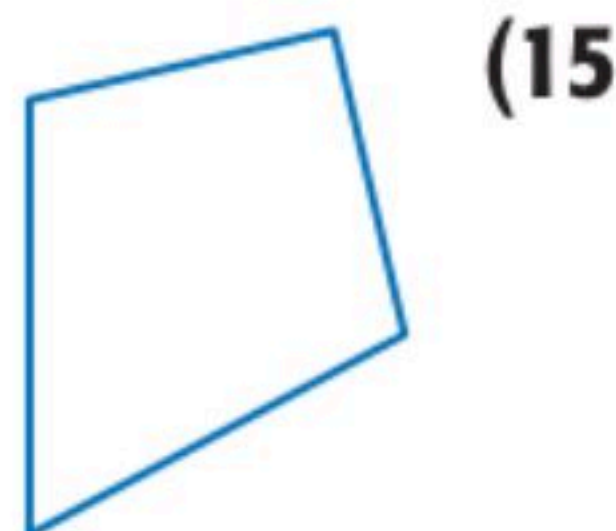
نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 2
مقدار التماثل = $\frac{360}{2} = 180^\circ$



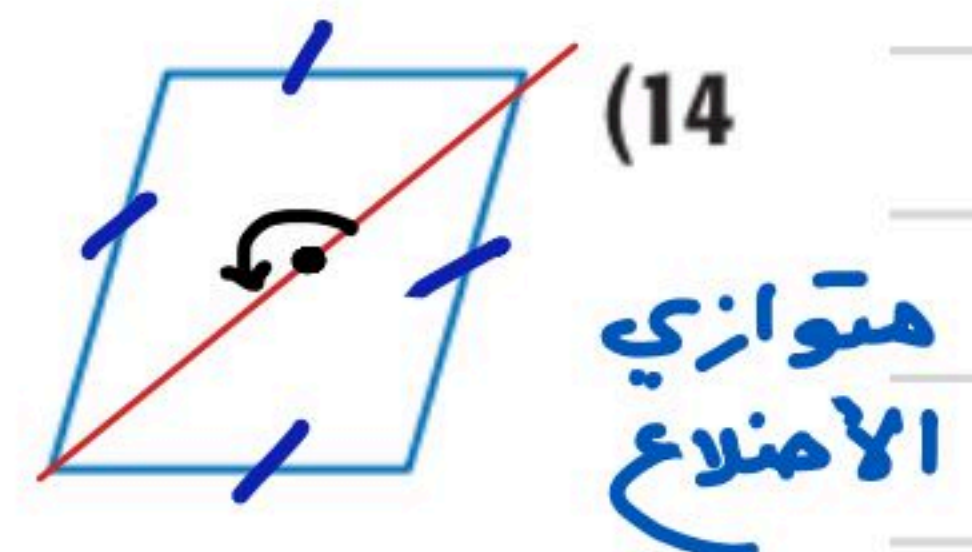
ليس له تماثل دوراني



نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 8
مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$



لا
الأطراف مختلفة



نعم ، له تماثل دوراني
الرتبة = 2
مقدار التماثل = $\frac{360}{2} = 180^\circ$

التمائل في الأشكال الثلاثية الأبعاد

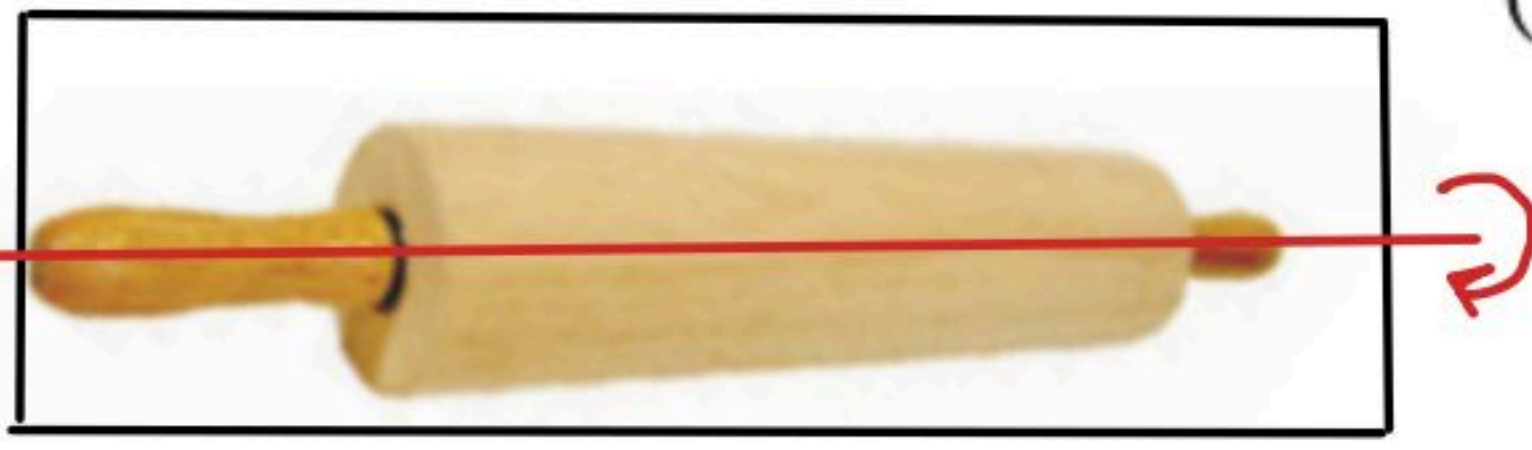
تحقق من فهمك

بيّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك في كلِّ ممّا يأتي:

غير ذلك

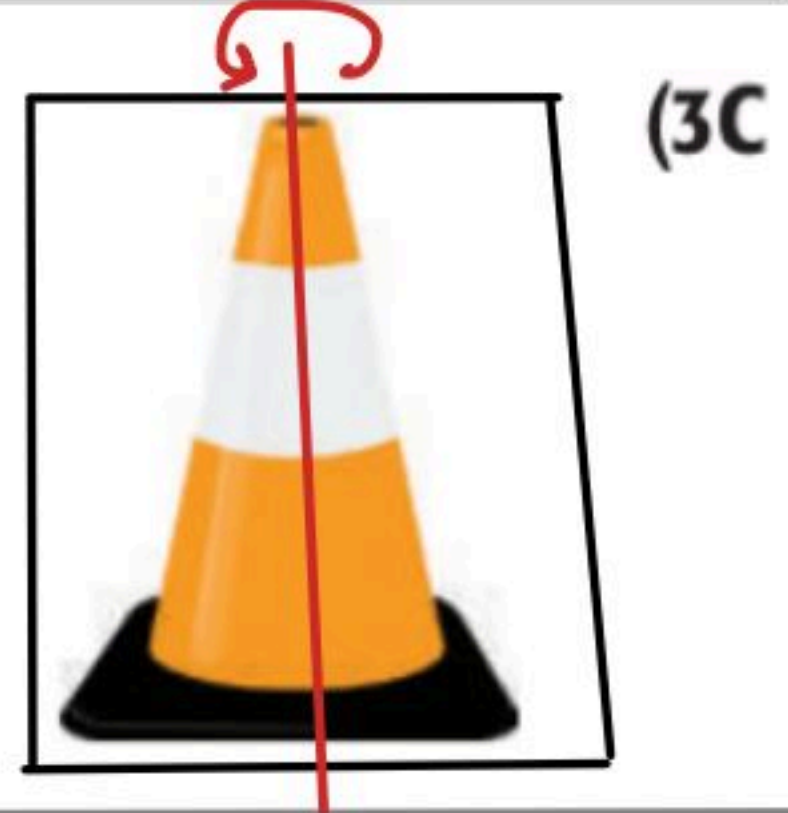


كلاهما



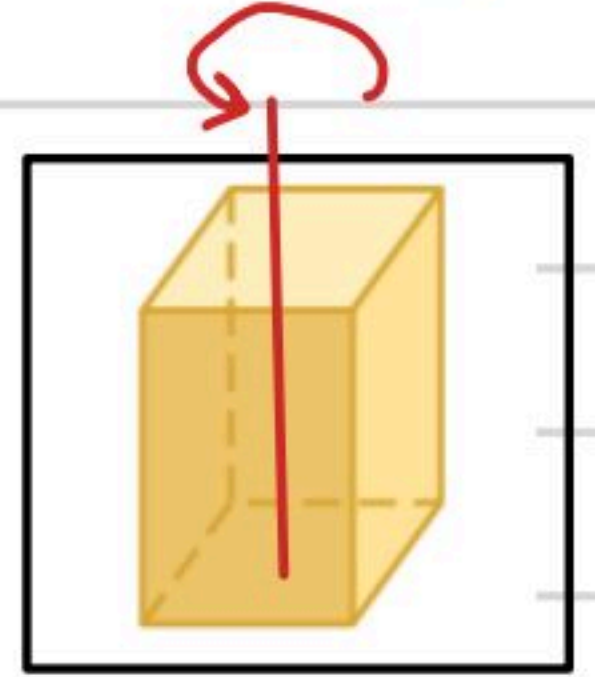
كلاهما

كلاهما

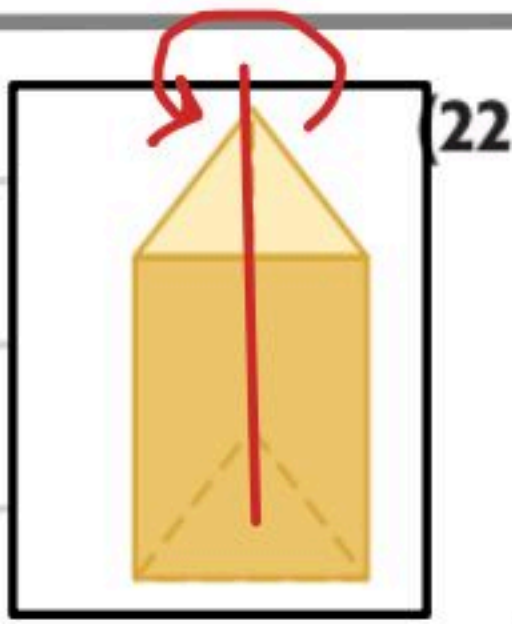


7 بيّن ما إذا كان الشكل المجاور متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.

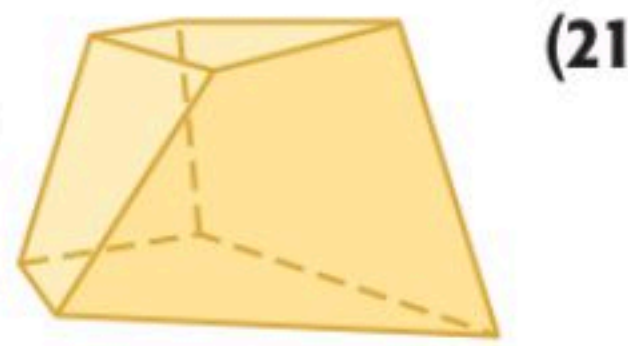
كلاهما



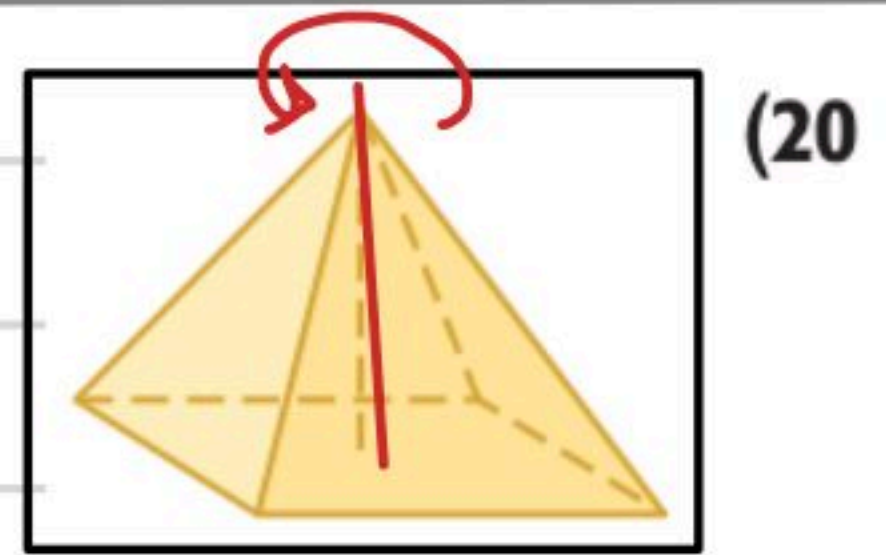
كلاهما



غير ذلك



كلاهما



عبوات: حدّد عدد مستويات التماثل الأفقية، ومستويات التماثل الرأسية لكلِّ من العلب الآتية:

حول محور
حول مستوى

لا يوجد مستويات
تماثل أفقية
وهناك عدد لا نهائي
من التماثل الرأسية



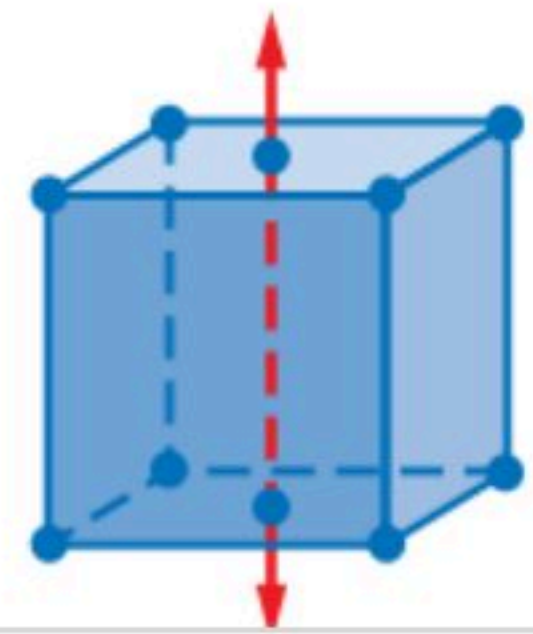


لا يوجد مستويات تماثل أفقية

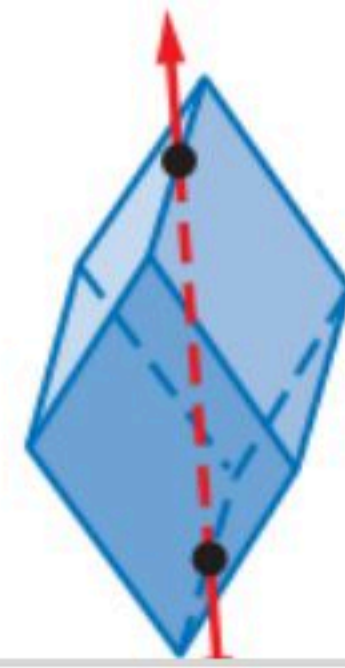
وهناك عدد لا نهائي من التماثل الرأسية

حدد ما إذا كانت البلورة متماثلة حول مستوى أو متماثلة حول محور في كل مما يأتي:

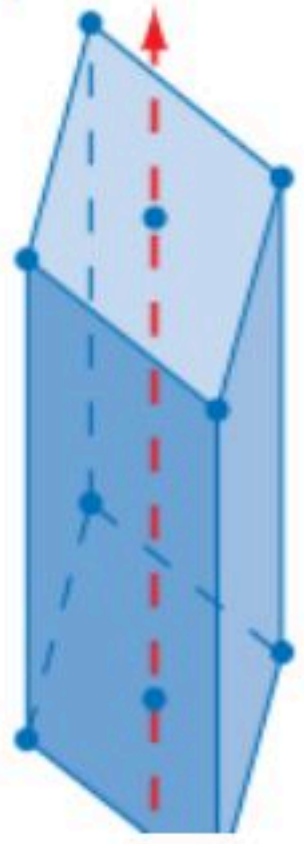
(32) مكعب



(33) مجسم ذو ستة أوجه كل منها معين



(34) منشور قائم قاعدته معين



متماثل حول
مستوى
وحول محور

متماثل حول
محور
وحول مستوى

متماثل حول
محور
وحول مستوى

(40) إجابة قصيرة: ما عدد محاور

التماثل التي يمكن رسمها في
صورة علم مملكة البحرين؟



(41) ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟



الرتبة = 8

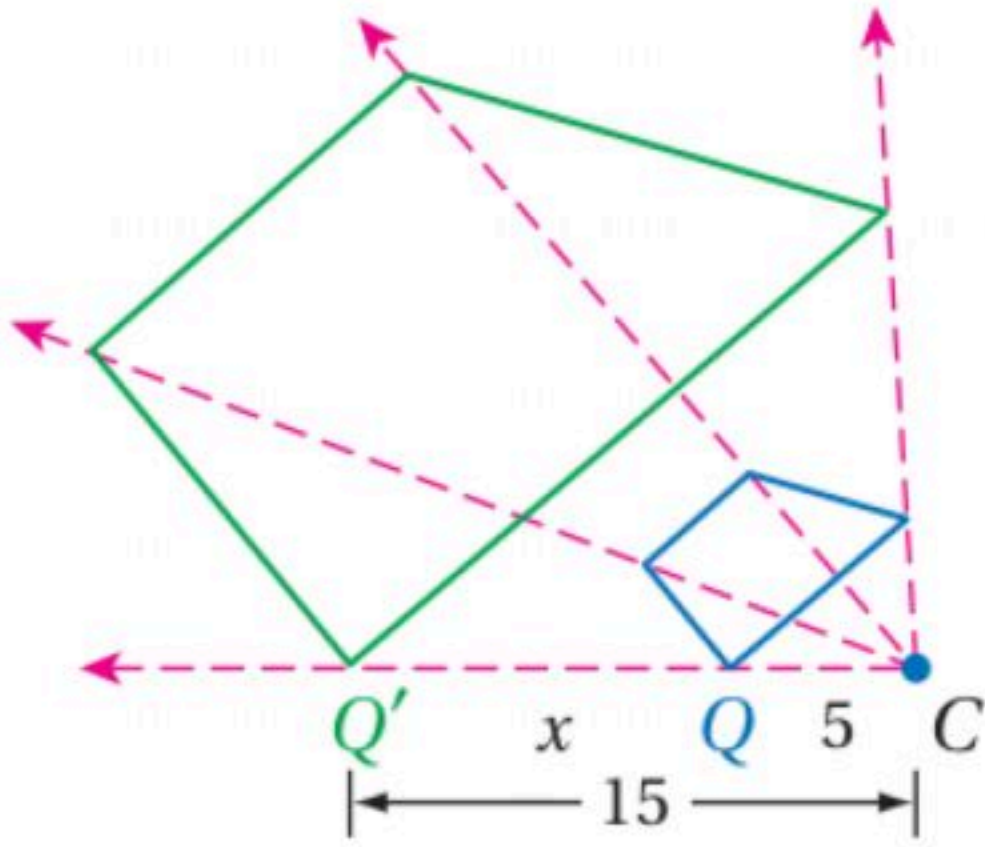
مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$

محور تماثل واحد

إيجاد معامل مقياس التمدد

تحقق من فهمك

(2) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياس التمدد، وقيمة x.

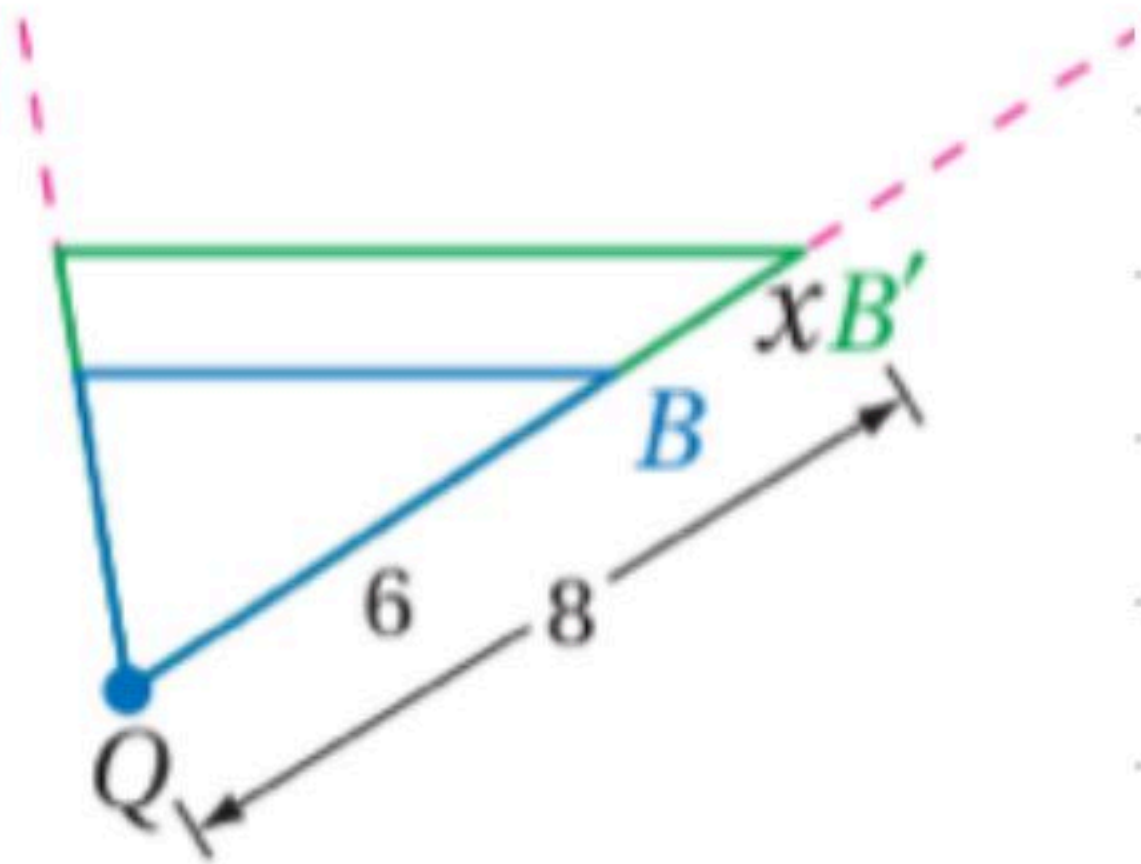


1/ تكبير

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{15}{5} = 3$$

3/ قيمة x: $15 - 5 = 10$

(3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياسه وقيمة x.



1/ تكبير

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

3/ قيمة x: $8 - 6 = 2$

$$1 \text{ mm} = 1000$$

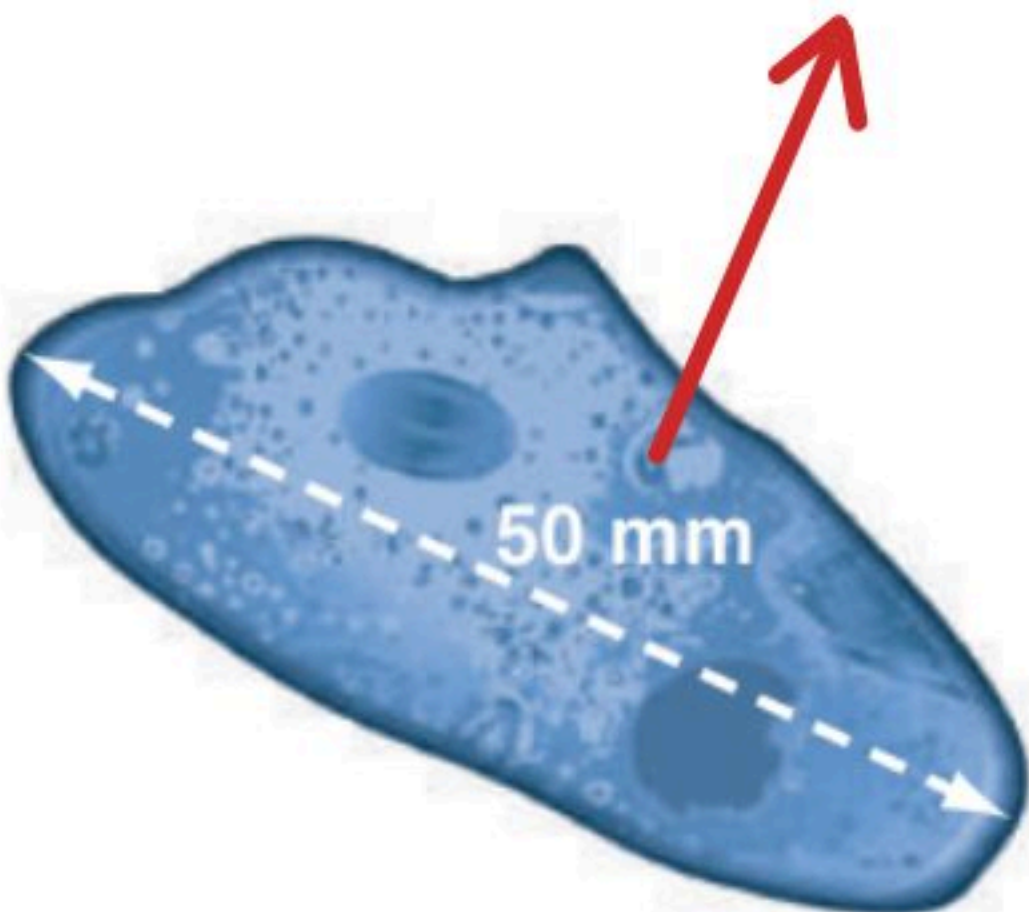
$$50 \text{ m} = 50(1000) = 50000$$

(4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية

200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm،

إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد)

المُستعملة؟ وضح إجابتك.



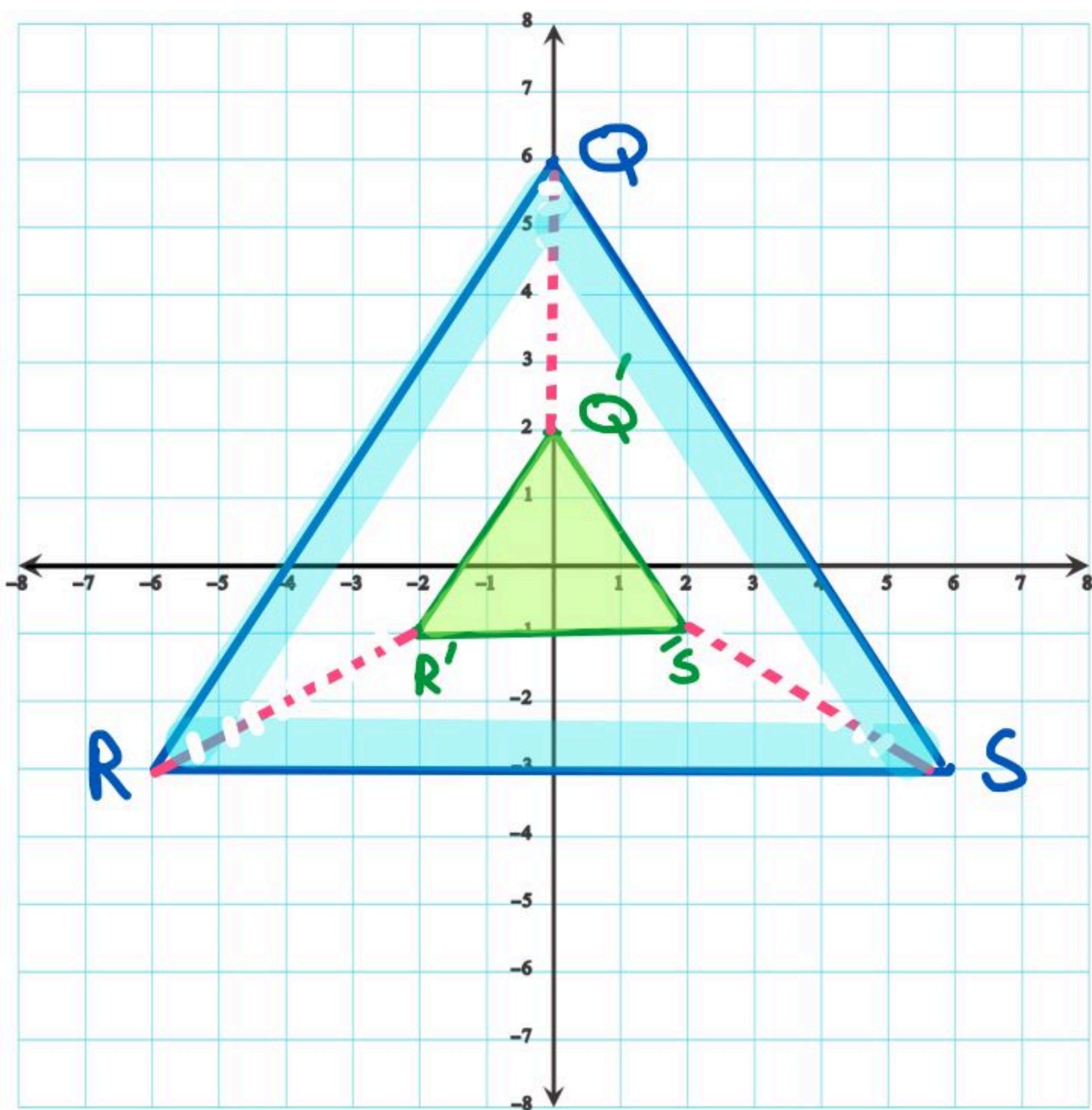
$$k = \frac{\text{طوله تحت المجهر}}{\text{طوله الحقيقي}} = \frac{50 \text{ mm}}{200 \text{ ميكرون}}$$

$$= \frac{50000}{200} = 250$$

التمدد في المستوى الإحداثي

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$k = \frac{1}{3} ; Q(0, 6), R(-6, -3), S(6, -3) \quad (3A)$$



$$Q(0, 6) \rightarrow Q'(0 \times \frac{1}{3}, 6 \times \frac{1}{3})$$

$$Q'(0, 2)$$

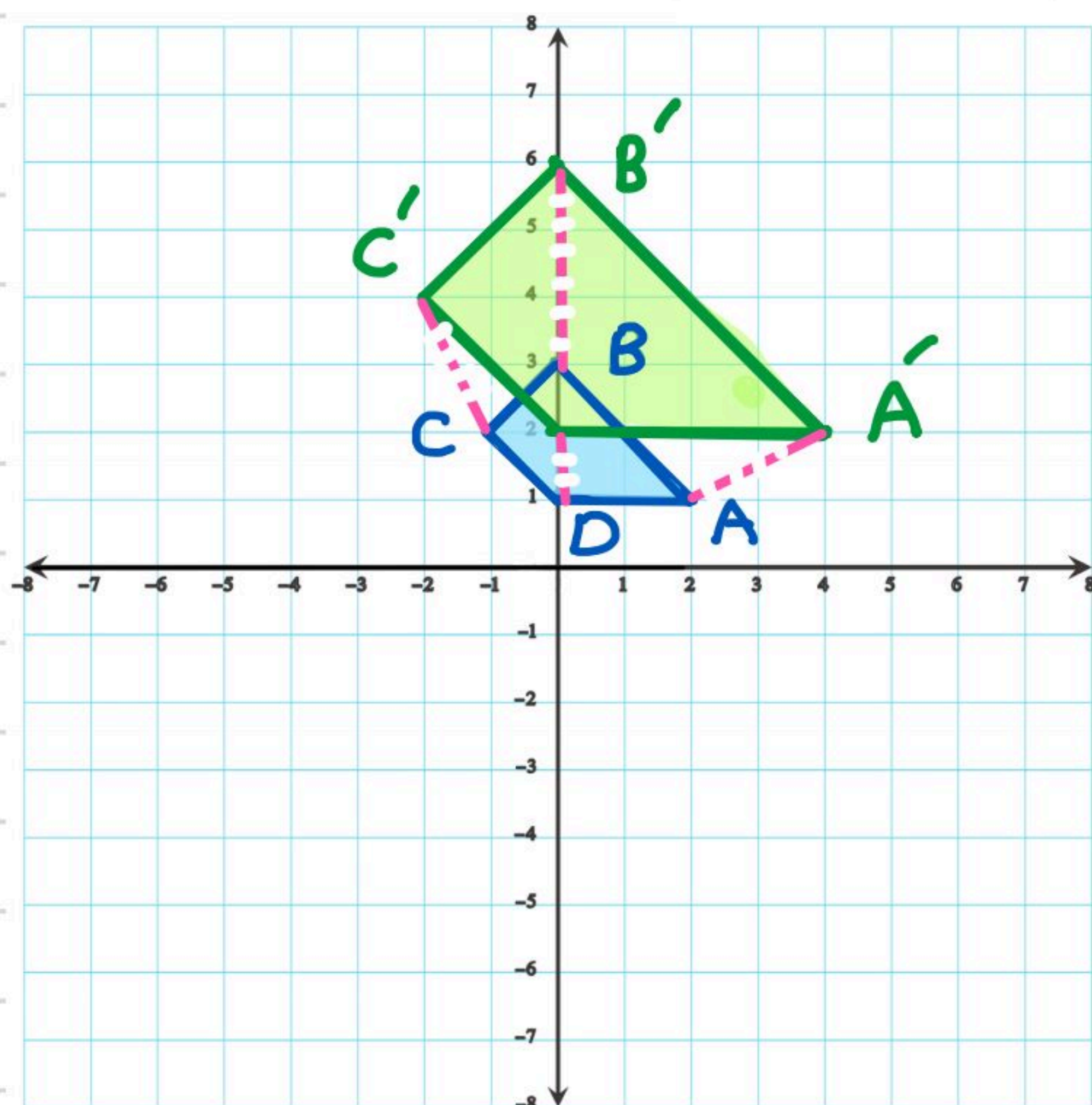
$$R(-6, -3) \rightarrow R'(-6 \times \frac{1}{3}, -3 \times \frac{1}{3})$$

$$R'(-2, -1)$$

$$S(6, -3) \rightarrow S'(6 \times \frac{1}{3}, -3 \times \frac{1}{3})$$

$$S'(2, -1)$$

$$k = 2 ; A(2, 1), B(0, 3), C(-1, 2), D(0, 1) \quad (3B)$$



$$A(2, 1) \rightarrow A'(2 \times 2, 1 \times 2)$$

$$A'(4, 2)$$

$$B(0, 3) \rightarrow B'(0, 6)$$

$$C(-1, 2) \rightarrow C'(-2, 4)$$

$$D(0, 1) \rightarrow D'(0, 2)$$

$$\frac{3}{2} = k = 1.5 \text{ ; } W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0) \quad (5)$$

$$w(0, 0) \rightarrow w'(0 \times 1.5, 0 \times 1.5) = w'(0, 0)$$

$$x(6, 6) \rightarrow x'(6 \times 1.5, 6 \times \frac{3}{2}) = x'(9, 9)$$

$$y(6, 0) \rightarrow y'(6 \times \frac{3}{2}, 0 \times 1.5) = y'(9, 0)$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ ; } Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4) \quad (6)$$

$$Q(-4, 4) \rightarrow Q'(-4 \times \frac{1}{2}, 4 \times \frac{1}{2}) = Q'(-2, 2)$$

$$R(-4, -4) \rightarrow R'(-2, -2)$$

$$S(4, -4) \rightarrow S'(2, -2)$$

$$T(4, 4) \rightarrow T'(2, 2)$$

$$k = 2 \text{ ; } A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2) \quad (7)$$

$$A(-1, 4) \rightarrow A'(-1 \times 2, 4 \times 2) = A'(-2, 8)$$

$$B(2, 4) \rightarrow B'(4, 8)$$

$$C(3, 2) \rightarrow C'(6, 4)$$

$$D(-2, 2) \rightarrow D'(-4, 4)$$

1) إحداثيات النقطة N هي $(4, -3)$ ، ما إحداثيات صورتها الناتجة

تغير إشارة x

عن الانعكاس حول المحور y ؟

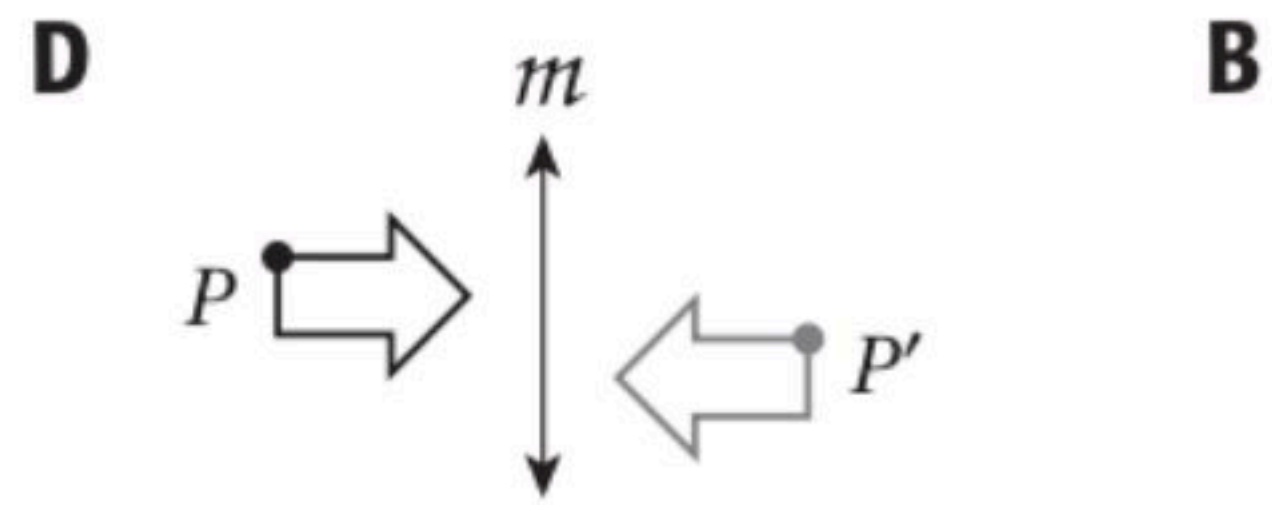
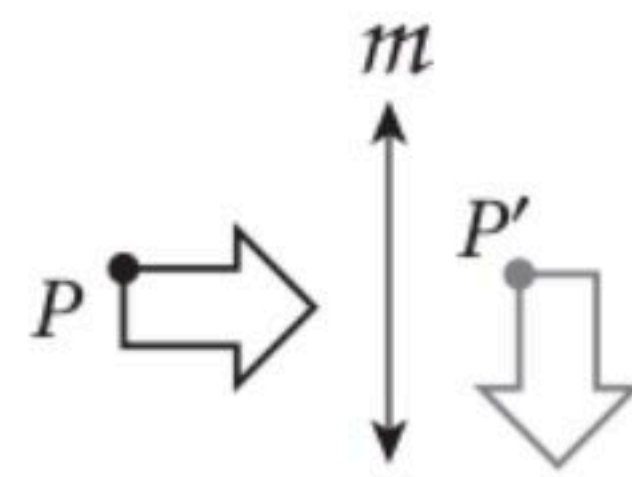
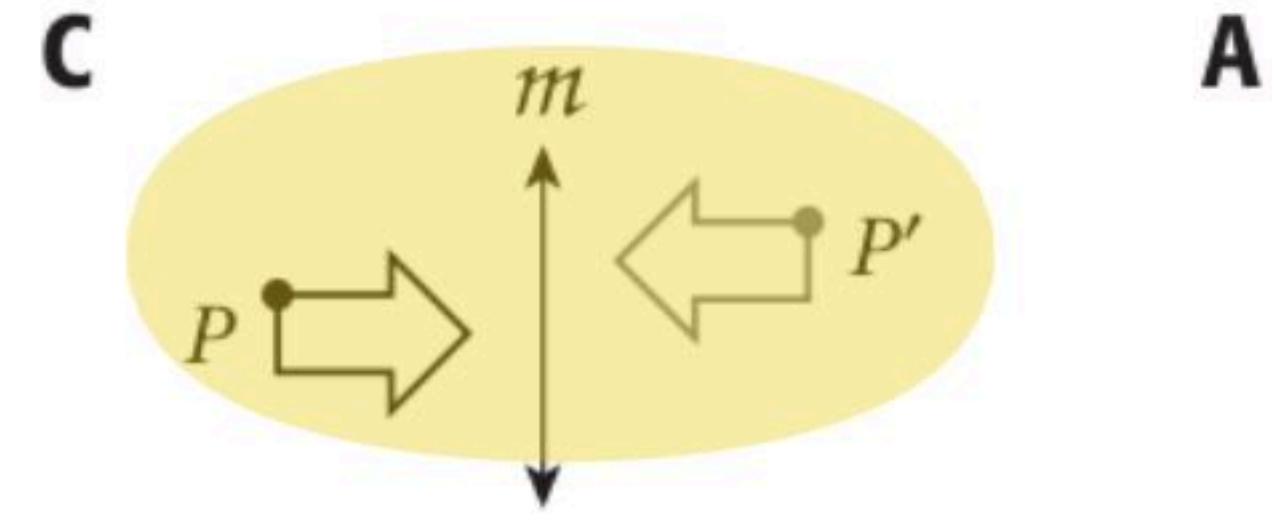
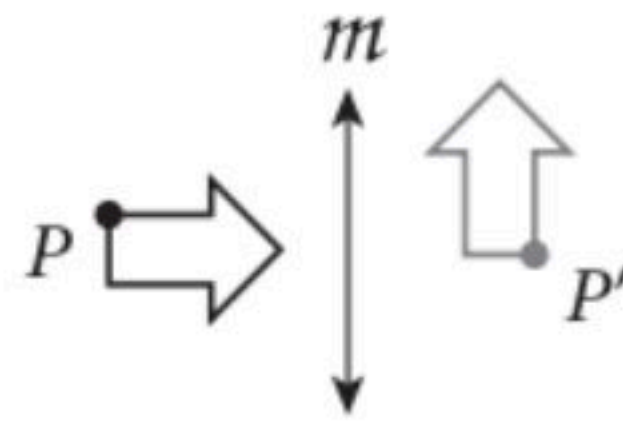
$N'(4, 3)$ C

$N'(-3, 4)$ A

$N'(-4, -3)$ D

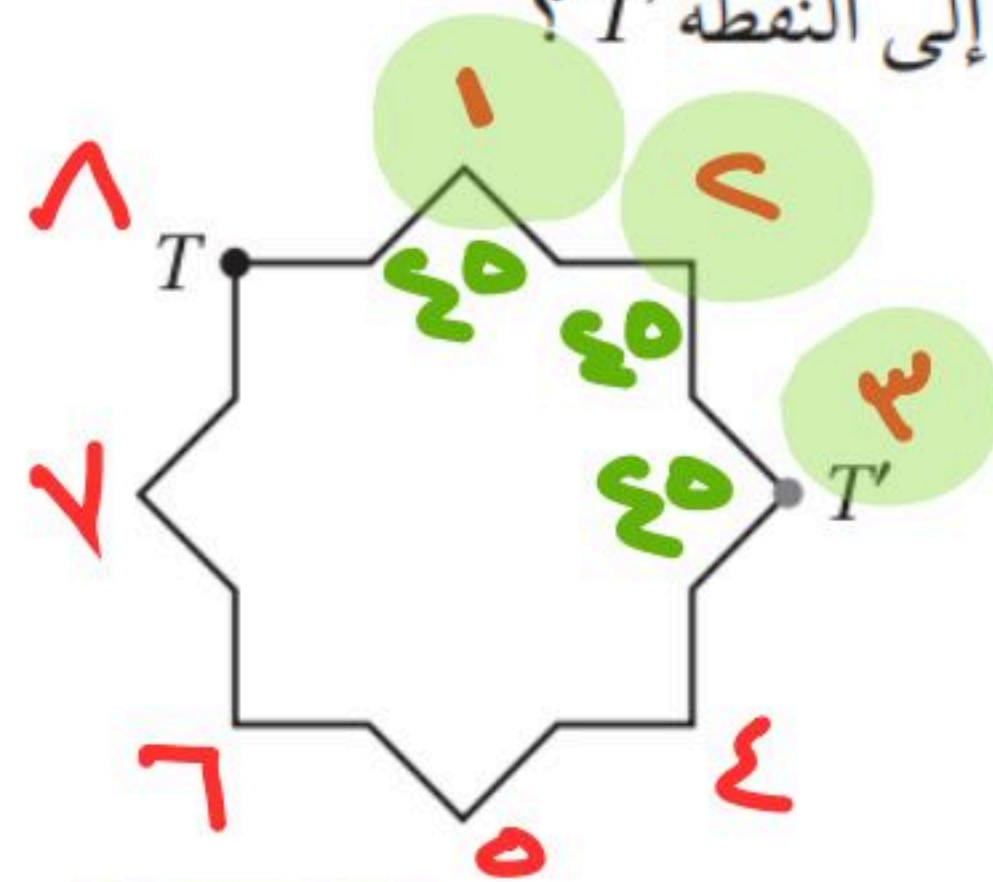
$N'(-4, 3)$ B

أي الأشكال الآتية يبين نتيجة انعكاس الشكل p حول المستقيم m ثم إزاحة إلى أعلى؟



3) ما الزاوية التي تم تدوير الشكل الآتي بها حول مركز تماثله حتى تنتقل النقطة T إلى النقطة T' ؟

$$25 = \frac{360}{8}$$



135° C

90° A

225° D

120° B

33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم

$y = x$ ببدلية x و y ؟

$(-1, 4)$ C

$(1, -4)$ A

$(-1, -4)$ D

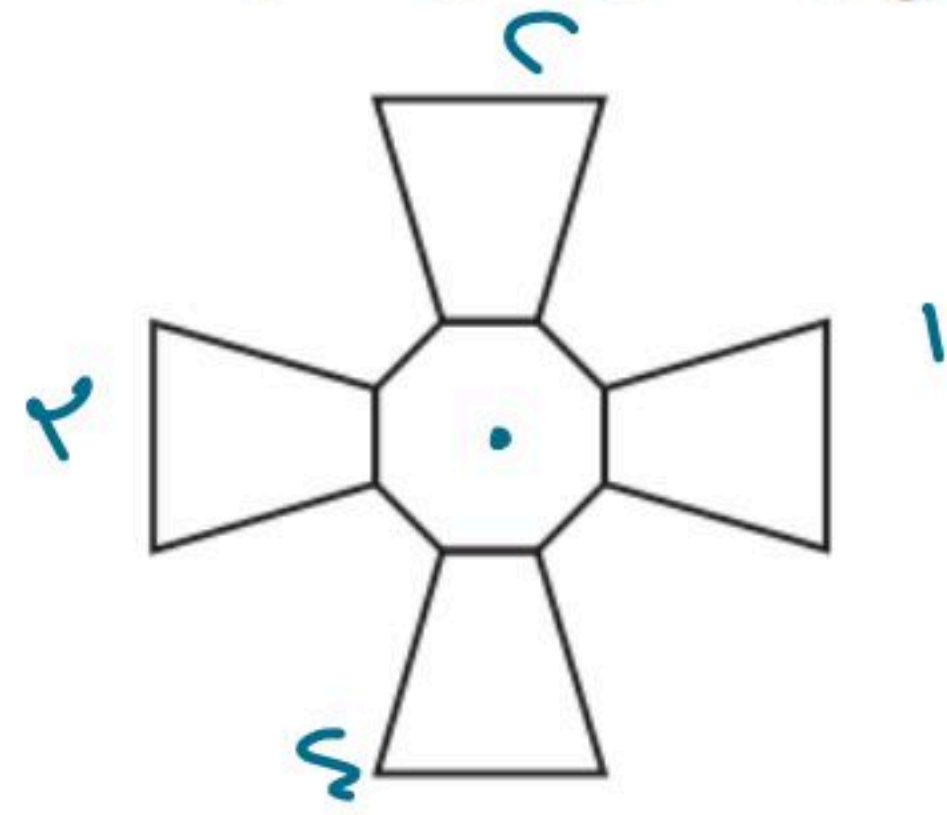
$(1, 4)$ B

(8) بين ما إذا كان للشكل الآتي تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره.

نعم

الرتبة = 4

$$m = \frac{360}{4} = 90^\circ$$



(32) ما معامل مقياس التمدد من الشكل PQRS إلى الشكل WXYZ؟

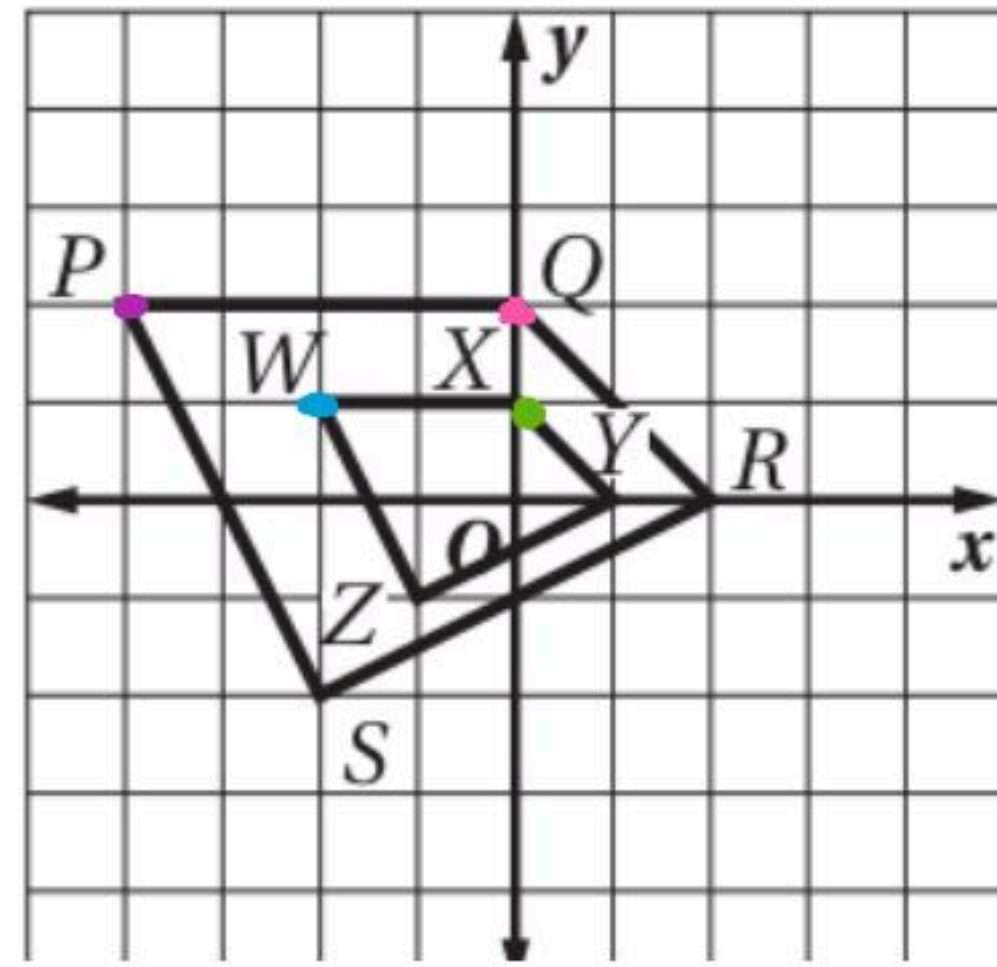
$$\frac{P}{W} = \frac{(-4, 2)}{(-2, 1)}$$

بالقسمة

(2)

$$\frac{P}{X} = \frac{2}{1}$$

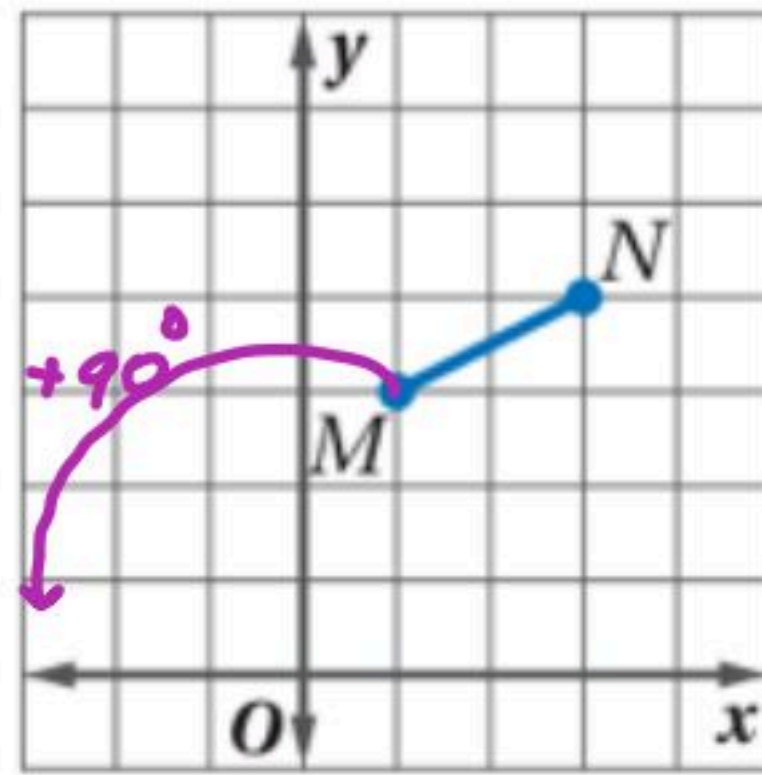
بالقسمة = 2



ببدل ونعكس إشارة y

$$M(1, 3)$$

$$\Rightarrow M'(-3, 1)$$



(13) اختيار من متعدد: ما صورة النقطة M

الناتجة عن الدوران بزاوية 90° حول

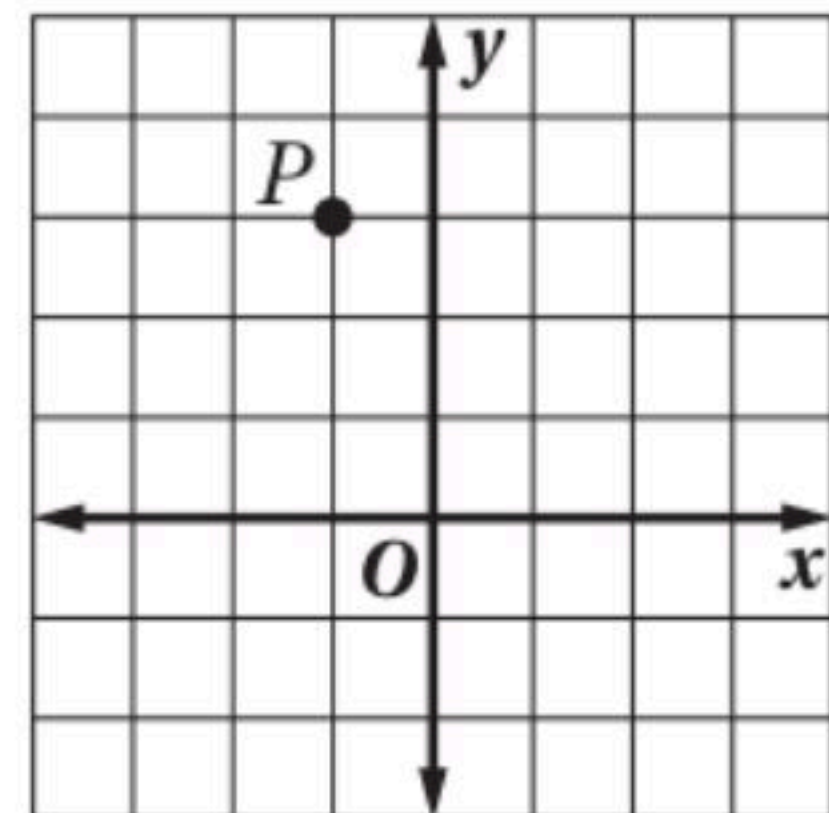
نقطة الأصل؟ (الدرس 3-3)

(-1, -3) C (-3, 1) A

(3, 1) D (-3, -1) B

(24) أوجد صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$$



(2, -4) C

(0, 6) A

(2, 4) D

(0, 3) B

+3 +1

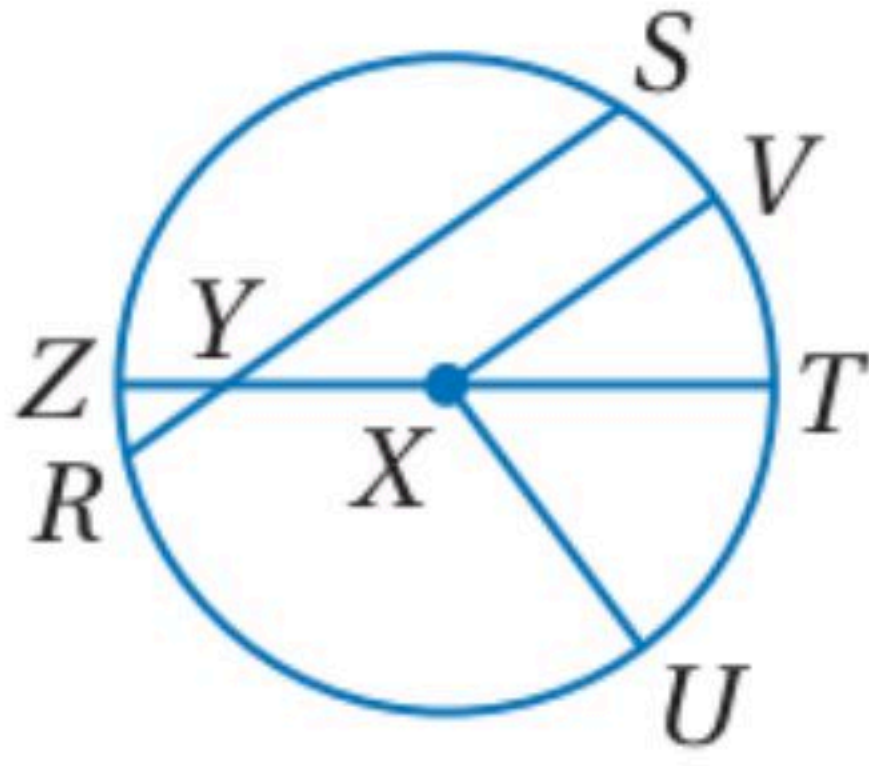
$$P(-1, 3)$$

$$P'(2, 4)$$

تعيين القطع المستقيمة في الدائرة

تحقق من فهمك

(1) سمّ الدائرة، ونصف قطر، ووترًا، وقطرًا فيها.

اسم الدائرة: $\odot X$ نصف القطر: ZX, TX, VX, UX الوتر: ZT, RS القطر: ZT 

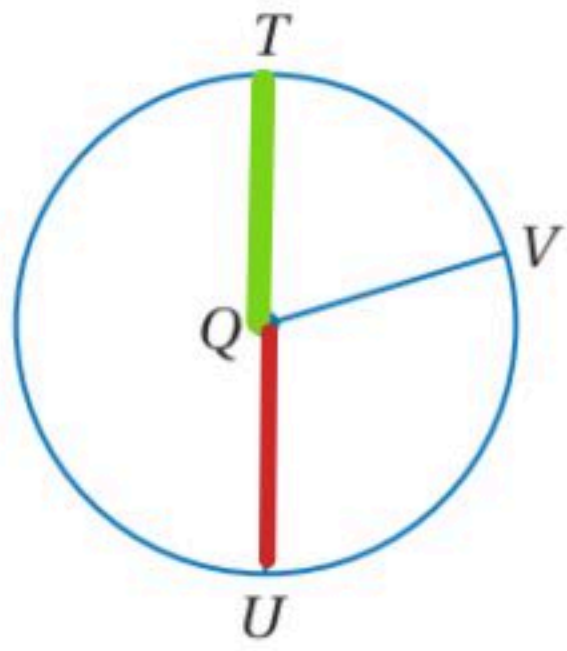
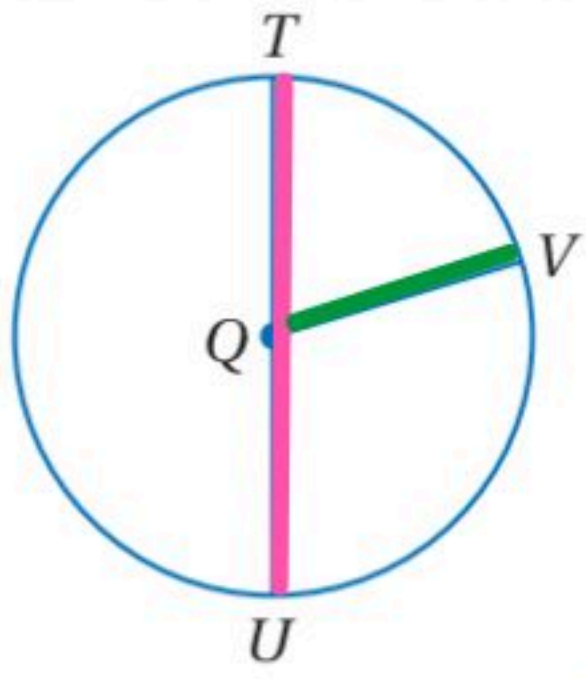
العلاقة بين القطر ونصف القطر

(2A) إذا كان $TU = 14$ ft، فأوجد نصف قطر $\odot Q$ ؟

$$\text{نصف القطر} = \frac{14}{2} = 7 \text{ ft}$$

(2B) إذا كان $QT = 11$ m، فأوجد QU .

$$QU = 11 \text{ m}$$



استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:

(1) سمّ هذه الدائرة. $\odot N$

(2) عيّن كلاً ممّا يأتي:

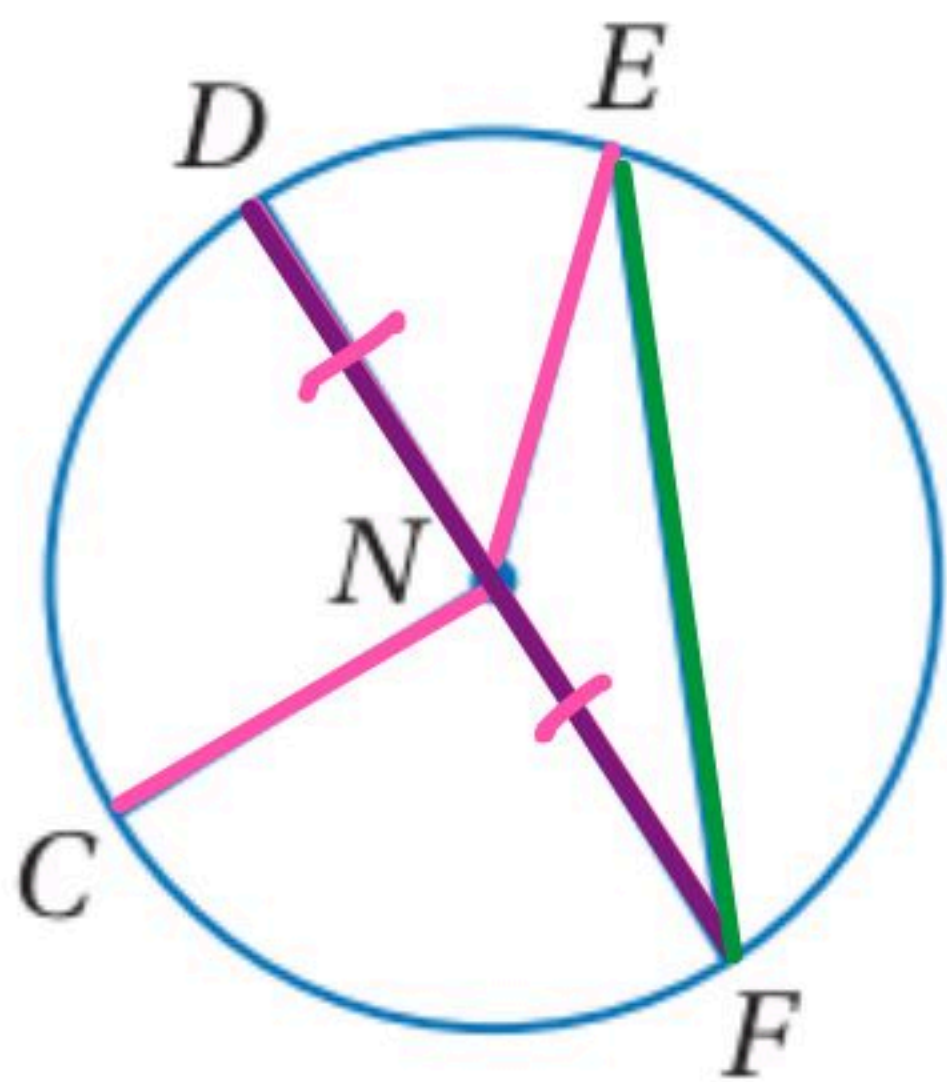
(a) وترًا

EF
DF

(b) قطرًا

DF

(c) نصف قطر

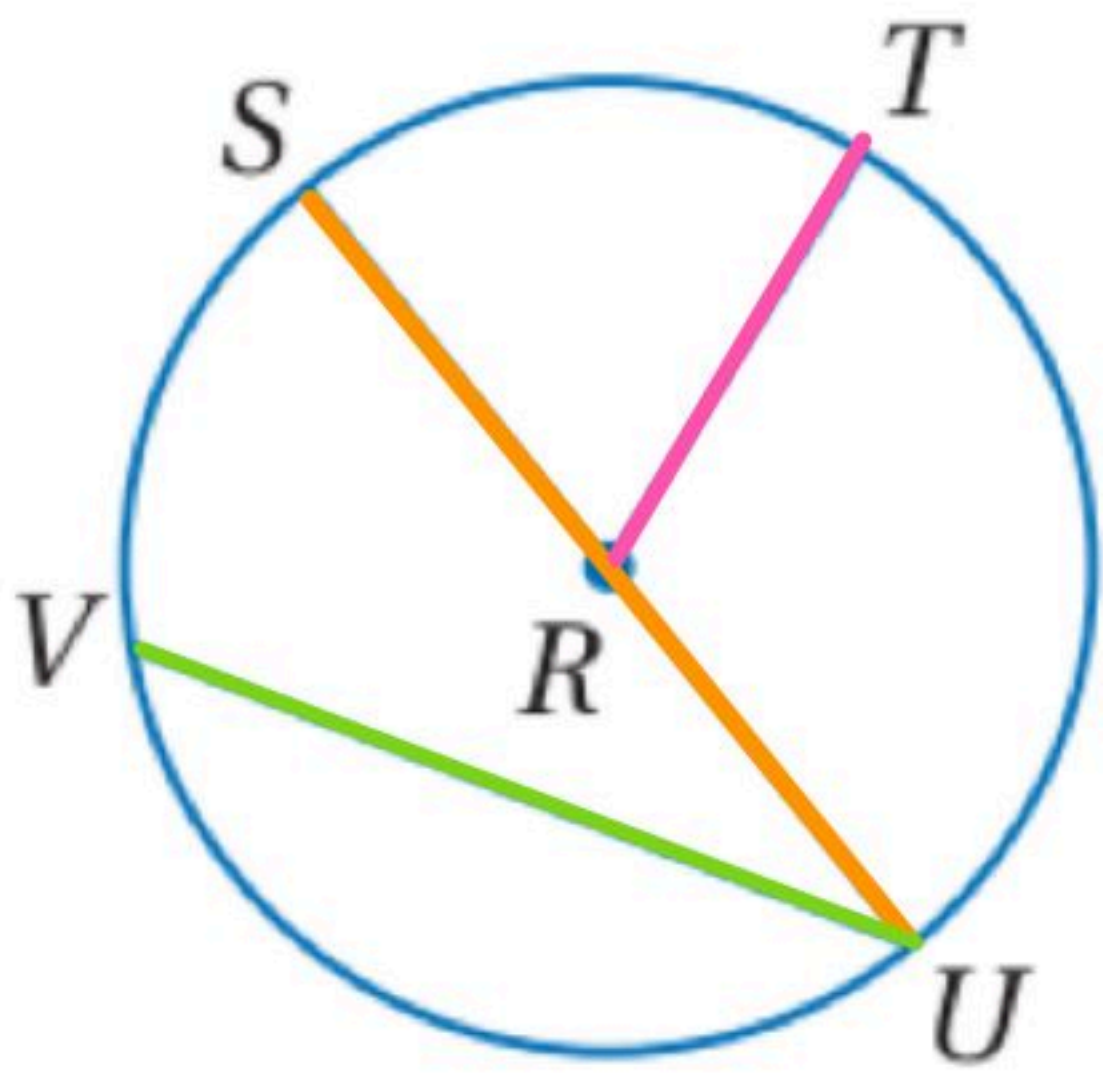
NE, ND
NC, NF(3) إذا كان $CN = 8$ cm، فأوجد DN .

$$DN = 8 \text{ (نصف القطر)}$$

(4) إذا كان $EN = 13$ ft، فما قطر الدائرة؟

$$\text{القطر} = 13 \times 2 = 26$$

عُد إلى $\odot R$ في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية.



(10) ما مركز الدائرة؟ $\odot R$

(11) عيّن وترًا يكون قطرًا. SU

(12) هل \overline{VU} نصف قطر؟ برّر إجابتك.

لا، لأنه وتر يقع طرفاه على محيط الدائرة

(13) إذا كان $SU = 16.2$ cm، فأوجد RT ؟

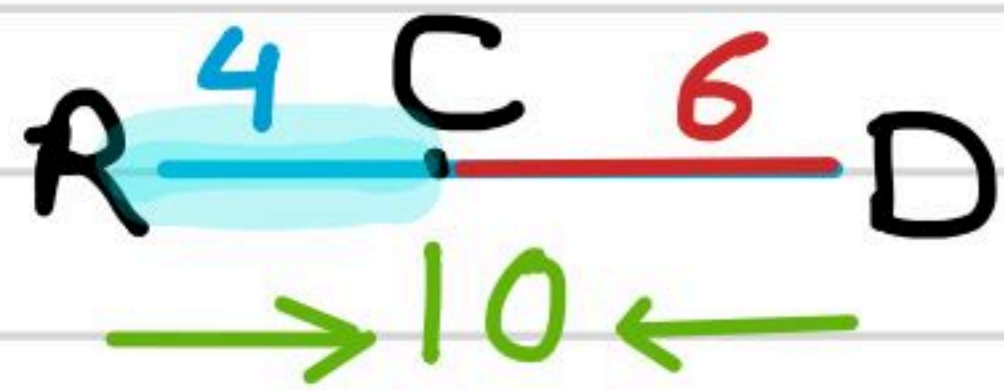
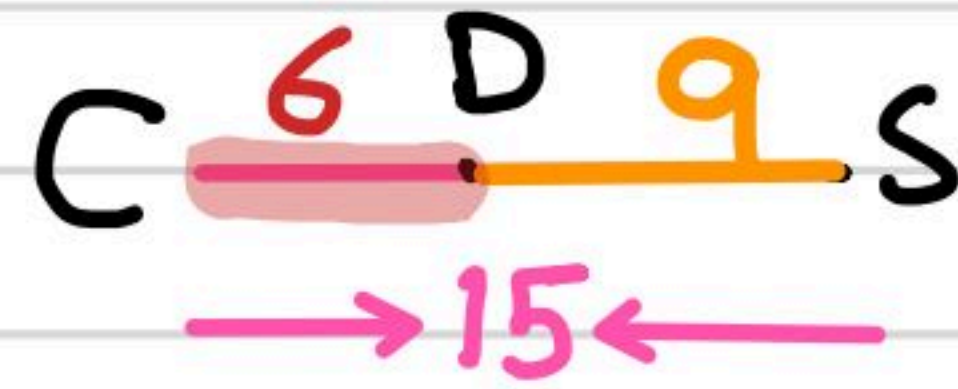
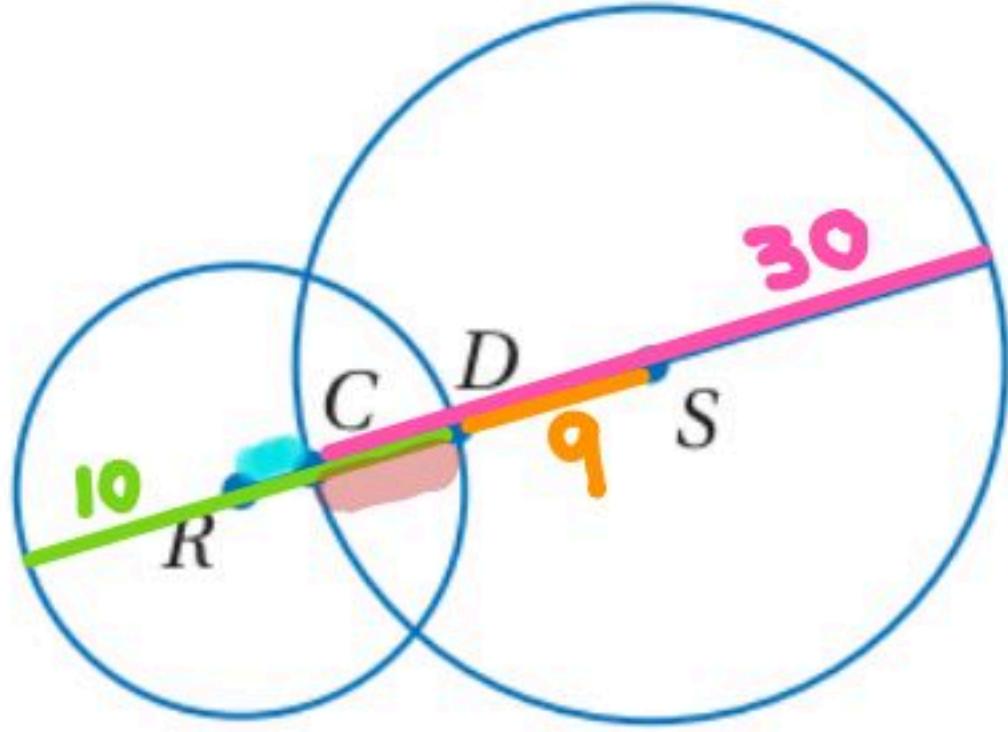
$$RT = \frac{16.2}{2} = 8.1$$

إيجاد قياسات في دائرتين متقاطعتين

في الشكل المجاور قطر $\odot S$ يساوي 30 وحدة، وقطر $\odot R$ يساوي 20 وحدة،

و DS يساوي 9 وحدات، أوجد CD .

تحقق من فهمك



(3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC .

نصف قطر $\odot S = 15$

نصف قطر $\odot R = 10$

طول $CD = 15 - 9 = 6$

طول $RC = 10 - 6 = 4$

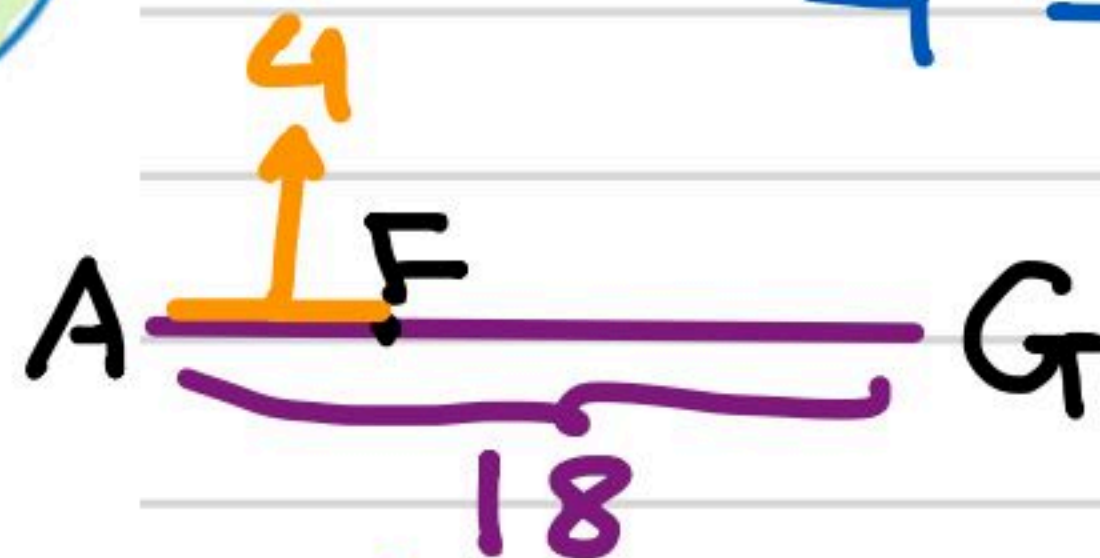
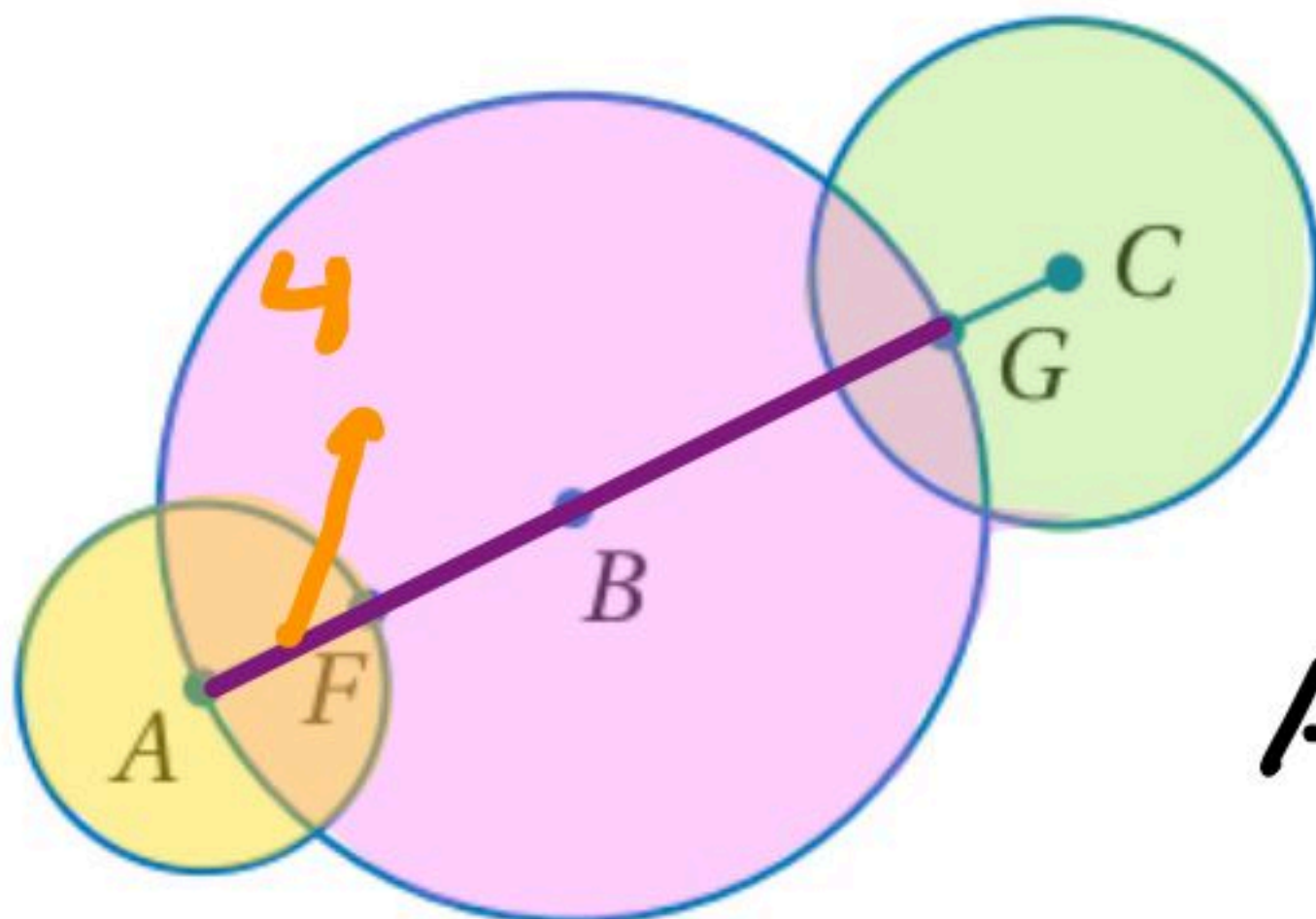
قطر كلٍّ من $\odot A$, $\odot B$, $\odot C$ يساوي 8 cm, 18 cm, 11 cm على الترتيب.

أوجد كلاً من القياسين الآتين:

نصف قطر $\odot C = 5.5$

نصف قطر $\odot B = 9$

نصف قطر $\odot A = 4$



FG (5)

$$18 - 4 = 14$$

FB (6)



$$9 - 4 = 5$$

إيجاد محيط الدائرة

تحقق من فهمك

أوجد محيط كل من الدائرتين الآتيتين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

(4A) نصف القطر يساوي 2.5 cm

$$C = 2\pi r = 2\pi(2.5) = 5\pi = 5(3.14) = 15.71 \text{ cm}$$

(4B) القطر يساوي 16 ft

$$C = \pi d = \pi(16) = 16\pi = 16(3.14) = 50.27 \text{ ft}$$

إيجاد القطر ونصف القطر

تحقق من فهمك

(5) إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8 cm، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقربين إلى أقرب جزء من مئة.

$$C = \pi d$$

$$77.8 = \pi d$$

$$d = \frac{77.8}{\pi}$$

$$d = 24.77 \text{ cm}$$

$$r = 12.38 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$77.8 = 2\pi r$$

$$r = \frac{77.8}{2\pi}$$

$$r = \frac{77.8}{6.28}$$

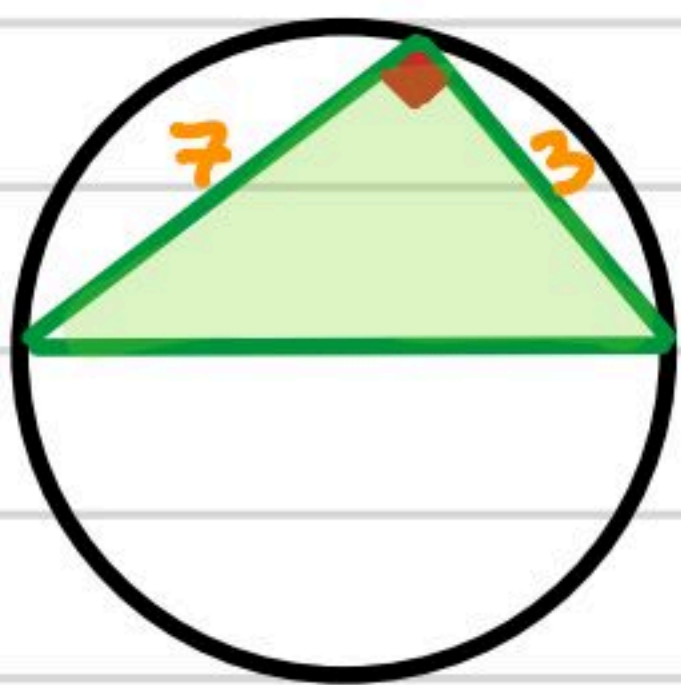
$$r = 12.38 \text{ cm}$$

$$d = 24.77 \text{ cm}$$

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كل مما يأتي:

(6A) إذا كانت تحيط بمثلث قائم الزاوية طولاً ساقيه 7 m, 3 m

١/ لإيجاد القطر نوجد الوتر باستخدام نظرية فيثاغورس:-



$$\text{القطر} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

∴ المحيط

$$C = 2\pi r = \sqrt{58} \pi = 23.9 \text{ m}$$

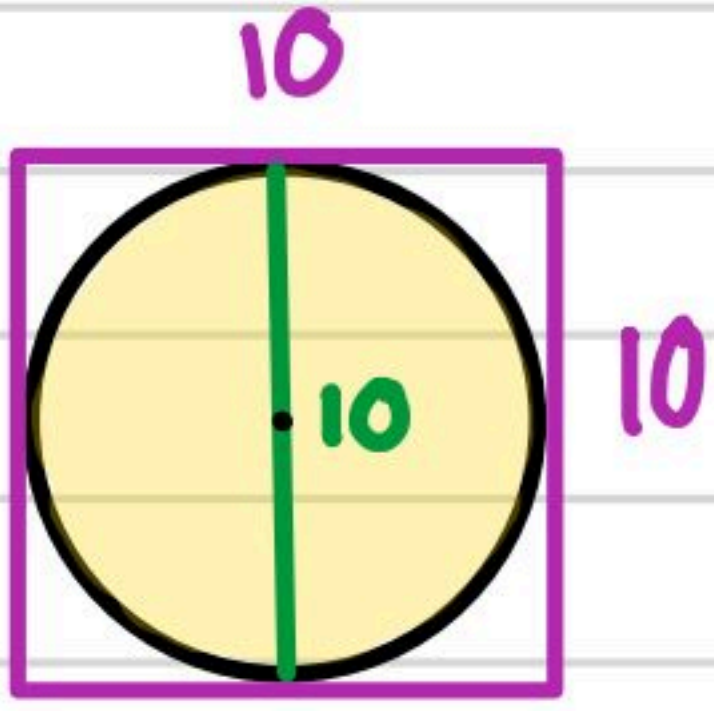
6B) إذا كانت مُحاطة بمربع طول ضلعه 10 ft

المربع وداخله دائرة

طول ضلع المربع = 10 ft

قطر الدائرة = طول ضلع المربع

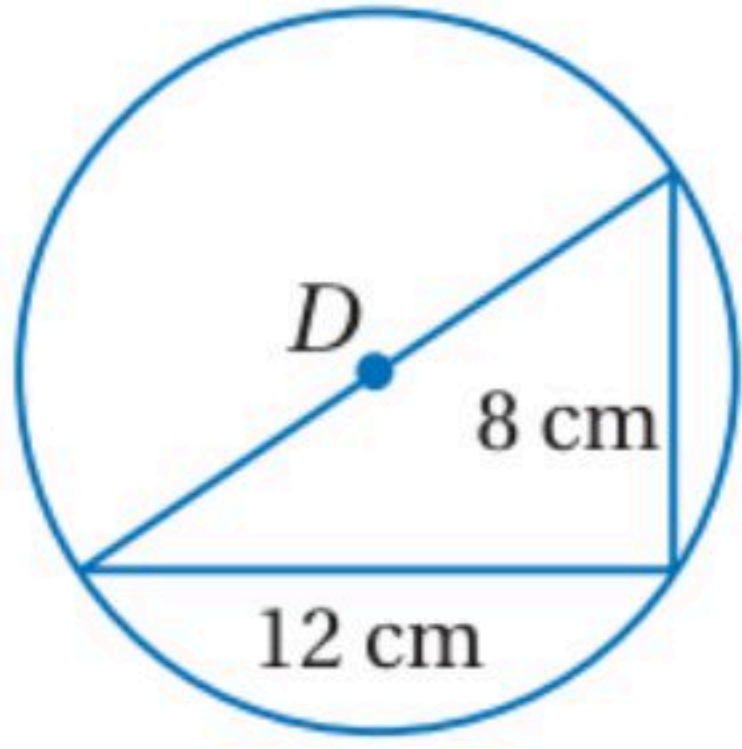
قطر الدائرة = 10 ، نصف القطر = 5



المحيط =

$$C = \pi d = 10\pi = 31.4 \text{ ft}$$
$$C = 2\pi r = 2\pi(5) = 10\pi = 31.4 \text{ ft}$$

9) إجابة قصيرة: المثلث القائم الزاوية في الشكل المجاور مُحاط بالدائرة D ، أوجد القيمة الدقيقة لمحيط D .



$$r/\text{القطر} = \sqrt{8^2 + 12^2} = \sqrt{64 + 144} = 4\sqrt{13}$$

$$C = 2\pi r = 4\sqrt{13}\pi = 4\pi\sqrt{13} = 45.3 \text{ Cm}$$

18) بيتزا: أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.



$$r/\text{نصف القطر} = 7 \text{ in}$$

$$C = 2\pi r = 14\pi = 43.96 \text{ in}$$

19) دراجات: قطر إطار دراجة يساوي 26 in ، أوجد نصف قطر الإطار ومحيطه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

$$r/\text{نصف القطر} = 13 \text{ in}$$

$$C = 2\pi r = 26\pi = 81.7 \text{ in}$$

إيجاد قياس الزاوية المركزية

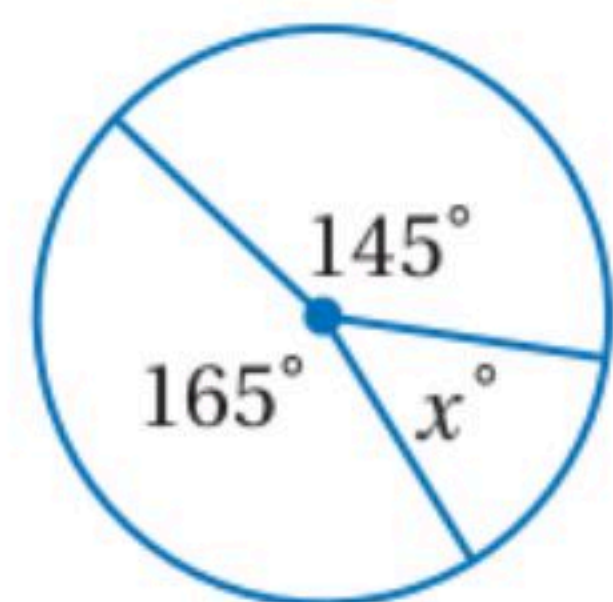
مجموع قياسات الزوايا المركزية = 360° تحقق من فهمك أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

$$x + 145^\circ + 165^\circ = 360^\circ$$

$$x + 310 = 360^\circ$$

$$\begin{array}{r} - 310 \\ - 360 \end{array}$$

$$x = 50$$



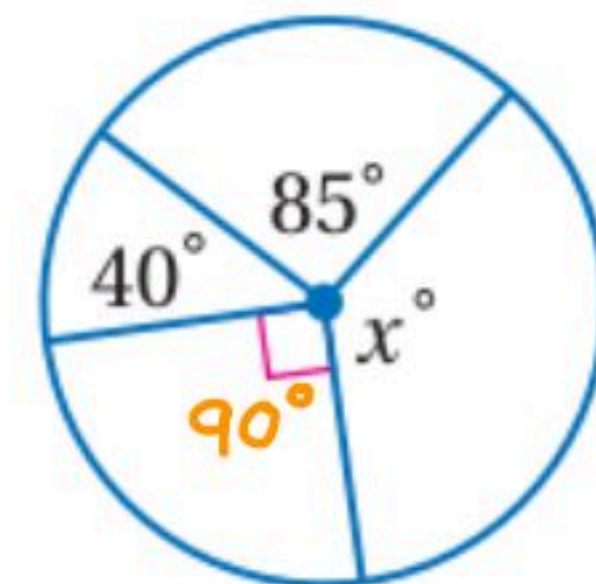
(1A)

$$x + 90^\circ + 40 + 85^\circ = 360^\circ$$

$$x + 215 = 360^\circ$$

$$\begin{array}{r} - 215 \\ - 215 \end{array}$$

$$x = 145^\circ$$



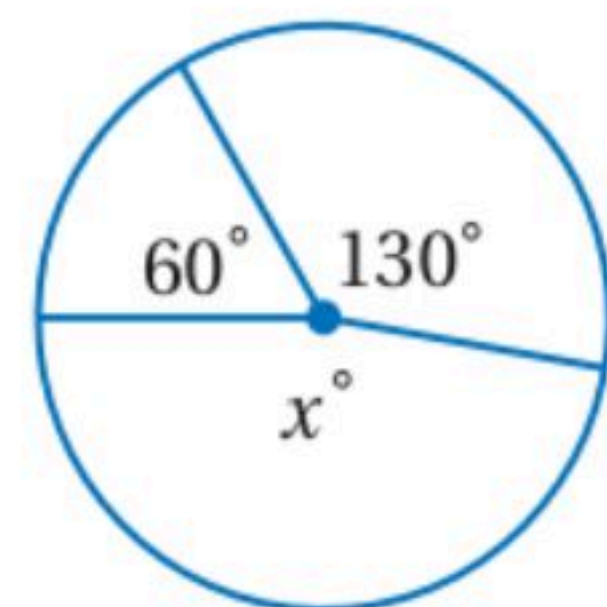
(1B)

$$x + 60^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$x + 190 = 360$$

$$\begin{array}{r} - 190 \\ - 190 \end{array}$$

$$x = 170$$



(1)

قياس زاوية المركزية لنصف الدائرة = 180°

$$x + 140 + 40 + 35 = 360$$

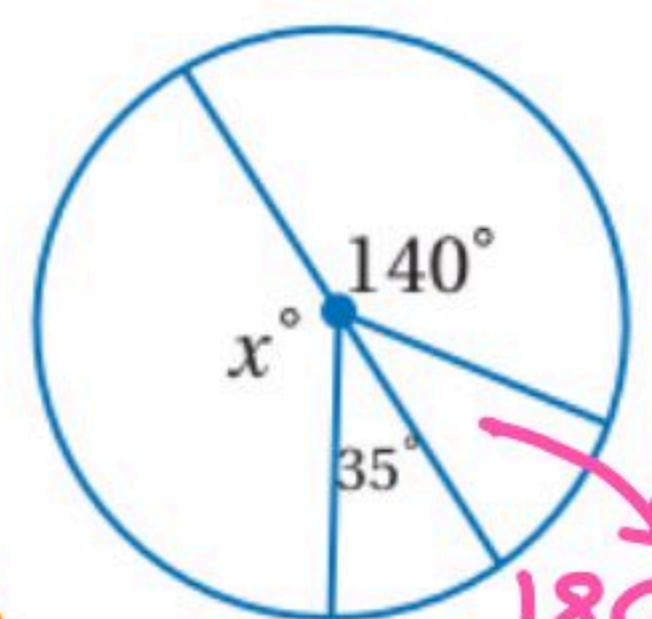
$$x + 215 = 360^\circ$$

$$x = 145^\circ$$

$$x + 35 = 180 \quad x = 180 - 35$$

$$x = 145^\circ$$

أو



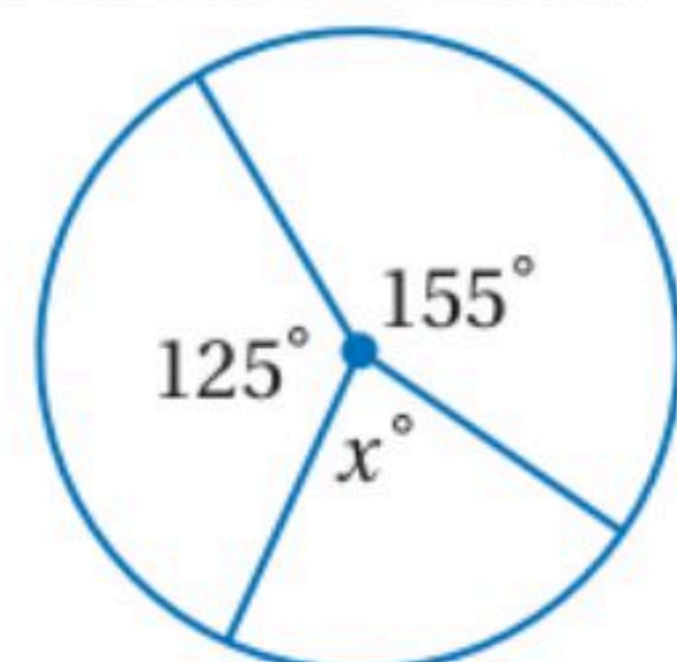
(2)

$$x + 155^\circ + 125^\circ = 360^\circ$$

$$x + 280 = 360^\circ$$

$$\begin{array}{r} - 280 \\ - 280 \end{array}$$

$$x = 80$$



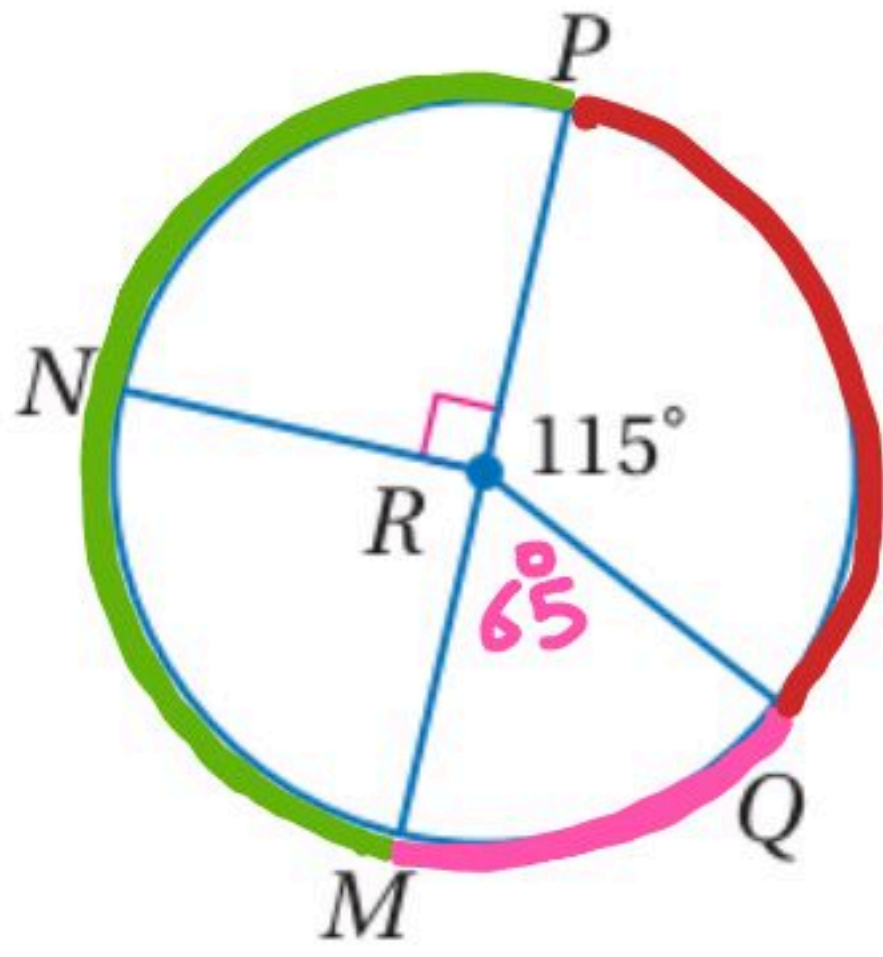
(12)

تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

تحقق من فهمك



حَدِّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



قوس أصغر $180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

\widehat{MQ} (2A)

نصف دائرة = 180

\widehat{MNP} (2B)

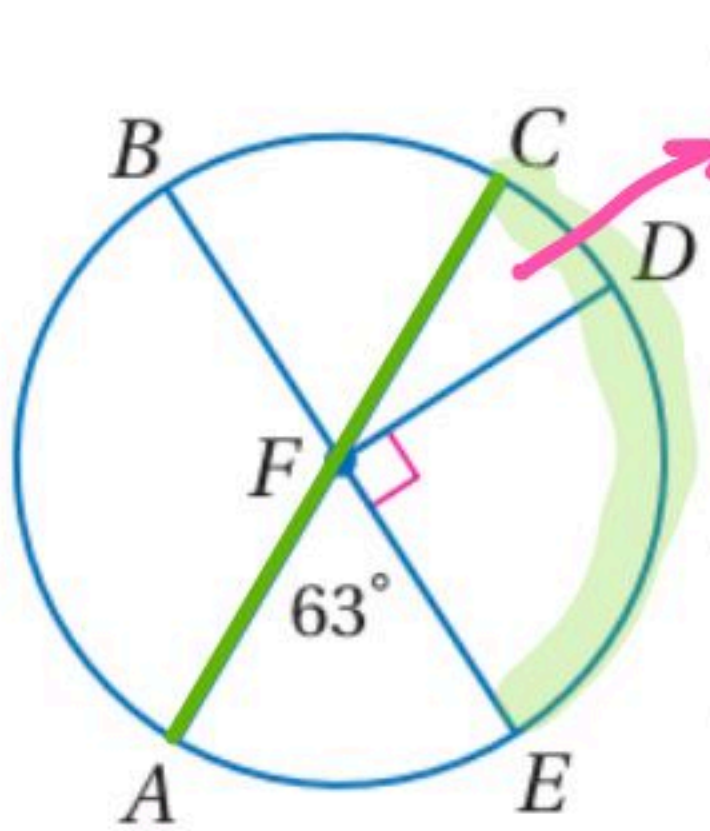
$180 + 115^\circ = 295^\circ$

\widehat{MNQ} (2C)

أو $360^\circ - 65^\circ = 295^\circ$

إيجاد قياس القوس باستخدام مسطرة جمع الأقواس

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:



$CD = 180 - (90 + 63) = 27^\circ$
 $90 - 63 = 27^\circ$

$\widehat{CE} = 180 - 63 = 117^\circ$

$m\widehat{CE}$ (4A)

أو $\widehat{CD} + \widehat{DE} = 27 + 90^\circ = 117^\circ$

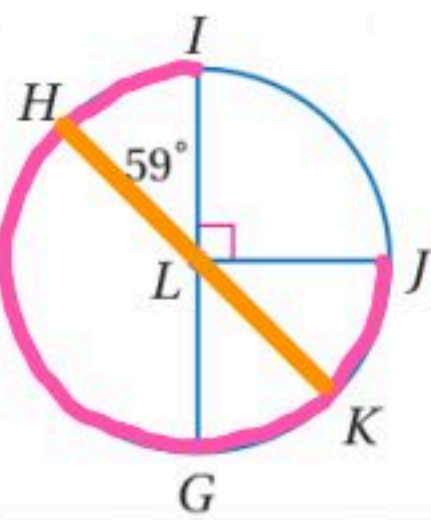
$\widehat{ABC} + \widehat{CD} = 180 + 27 = 207^\circ$

$m\widehat{ABD}$ (4B)

أو $= 360 - (90 + 63)$
 $= 360 - 153 = 207^\circ$

حَدِّد ما إذا كان كلٌّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر

أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



قوس أكبر $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$

\widehat{IHJ} (3)

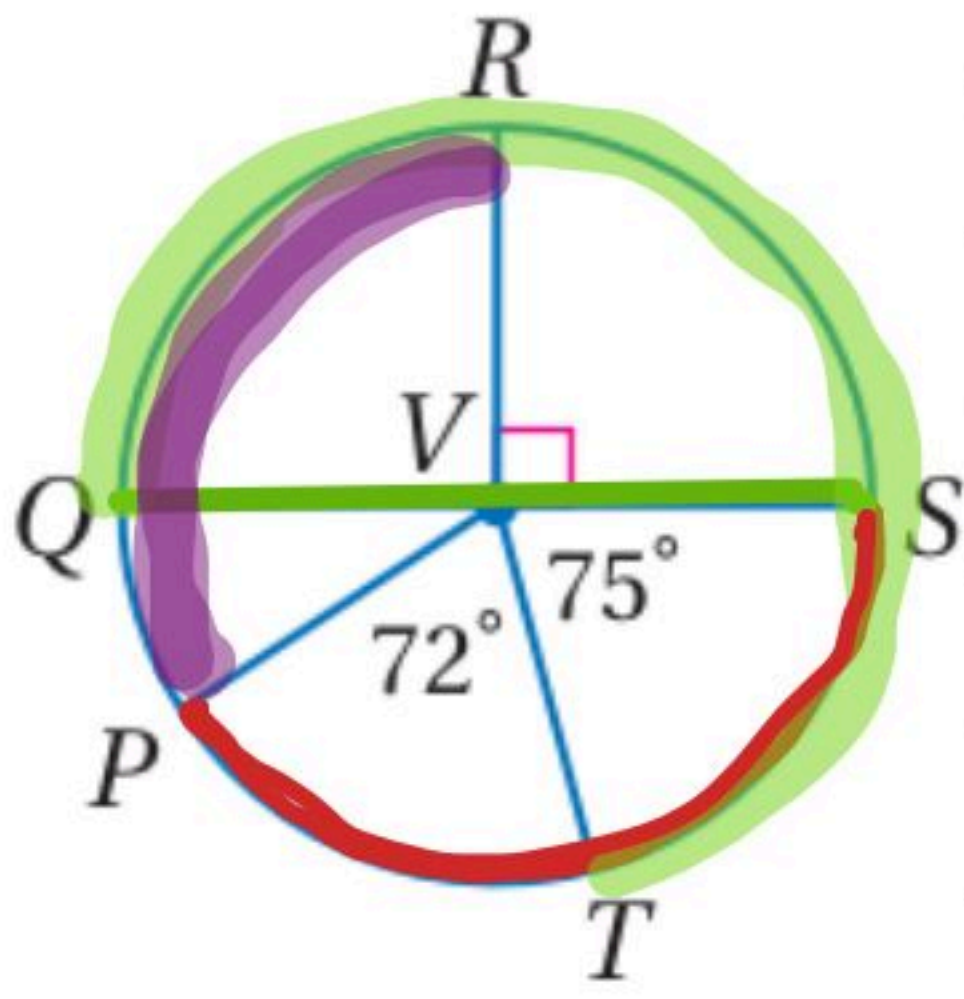
قوس أصغر = 59°

\widehat{HI} (4)

نصف دائرة = 180°

\widehat{HGK} (5)

QS قطر في V، أوجد كلاً من القياسات الآتية:



$$72 + 75 = 147$$

$$180^\circ + 75^\circ = 255$$

$$360^\circ - (90^\circ + 75^\circ + 72^\circ)$$

$$= 360^\circ - 237 = 123^\circ$$

$$m\widehat{STP} \text{ (7)}$$

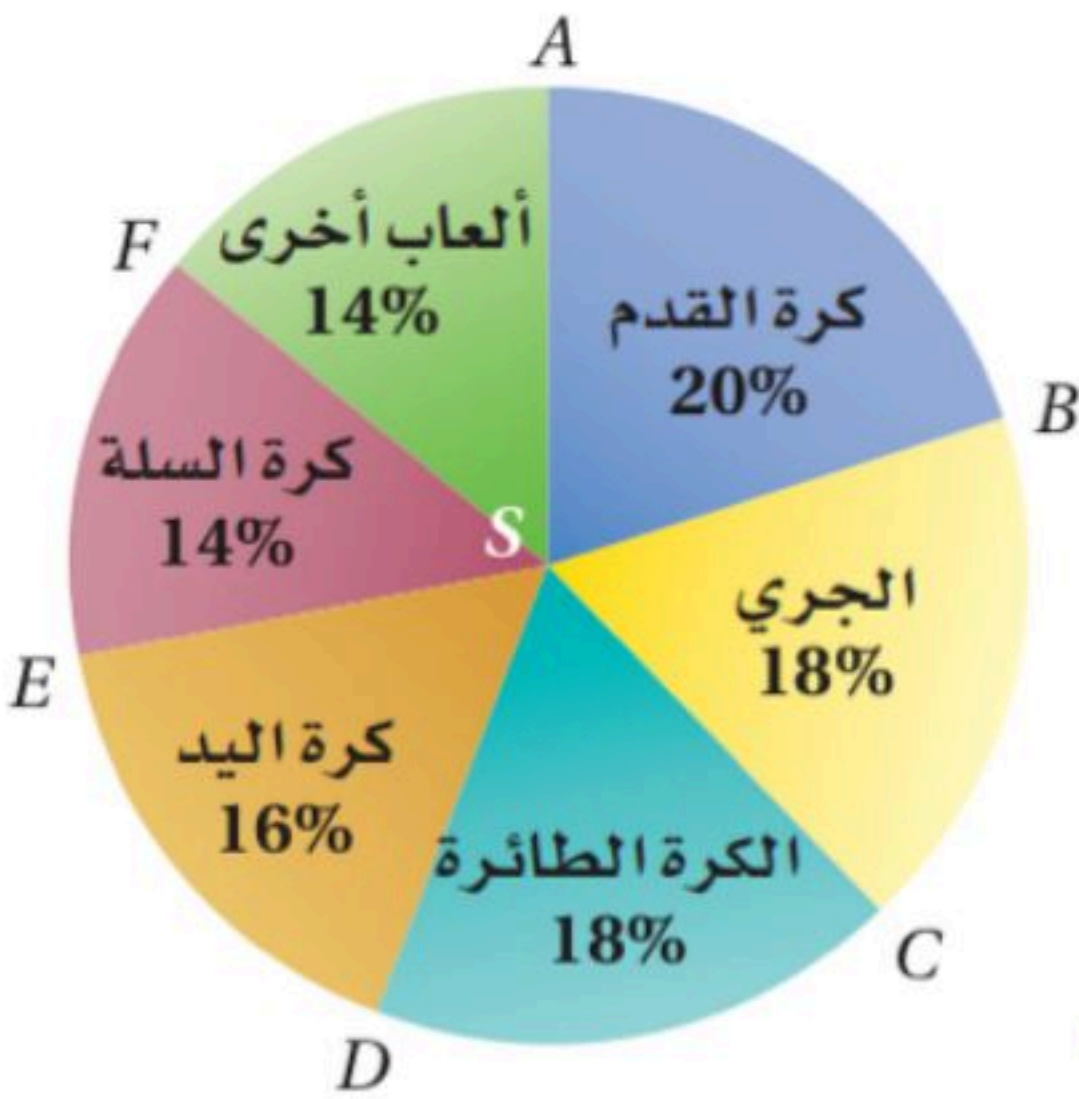
$$m\widehat{QRT} \text{ (8)}$$

$$m\widehat{PQR} \text{ (9)}$$

إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كل من القياسات الآتية:

النشاطات الرياضية المدرسية



$$\frac{14}{100} \times 360 = 50.4^\circ$$

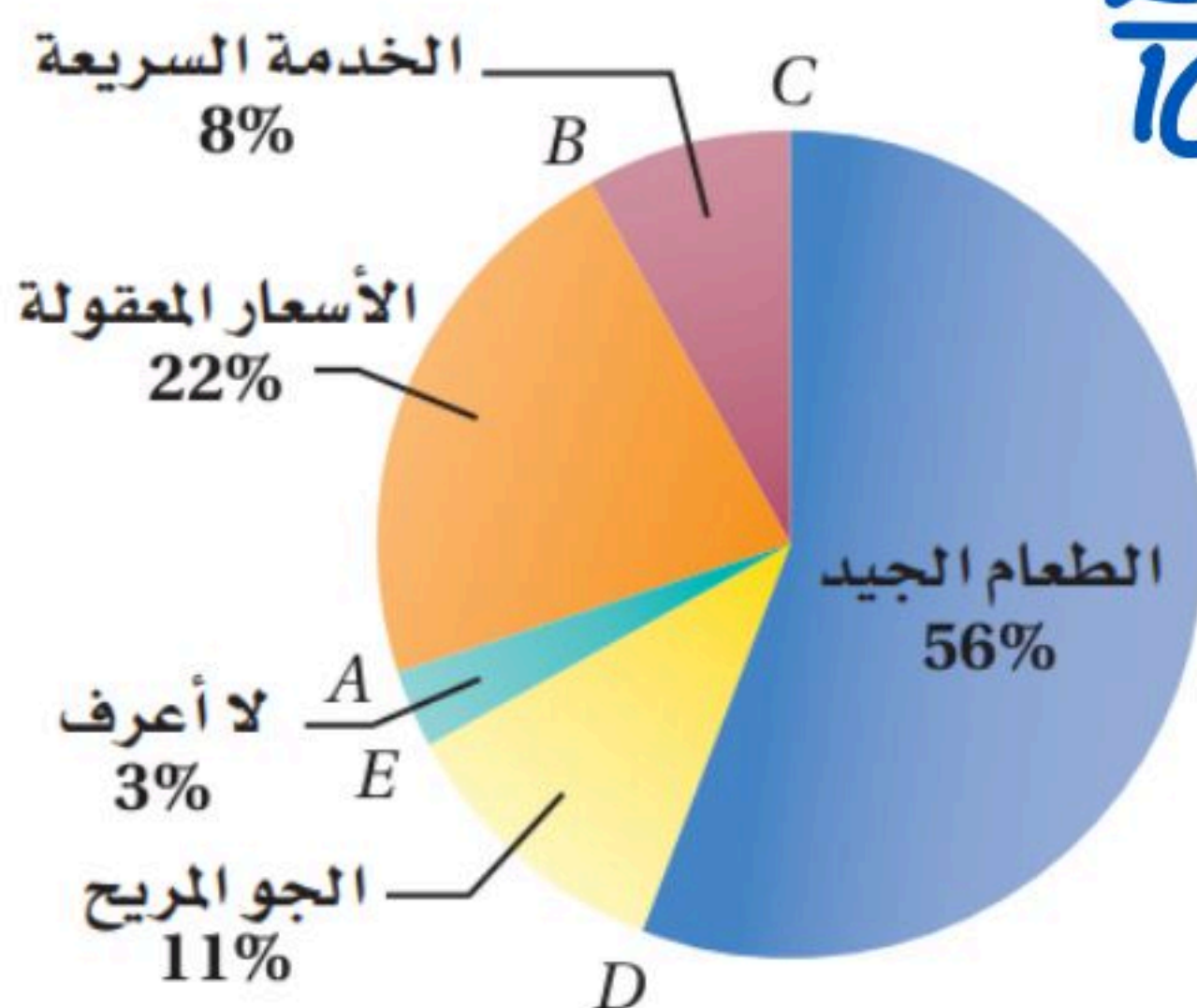
$$m\widehat{EF} \text{ (3A)}$$

$$\frac{14}{100} \times 360 = 50.4^\circ$$

$$m\widehat{FA} \text{ (3B)}$$

(6) مطاعم: يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه رواد المطاعم.

ما يطلبه رواد المطاعم



$$\frac{22}{100} \times 360 = 79.2^\circ$$

$$m\widehat{AB} \text{ أوجد (a)}$$

$$\frac{8}{100} \times 360 = 28.8$$

$$m\widehat{BC} \text{ أوجد (b)}$$

(c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.

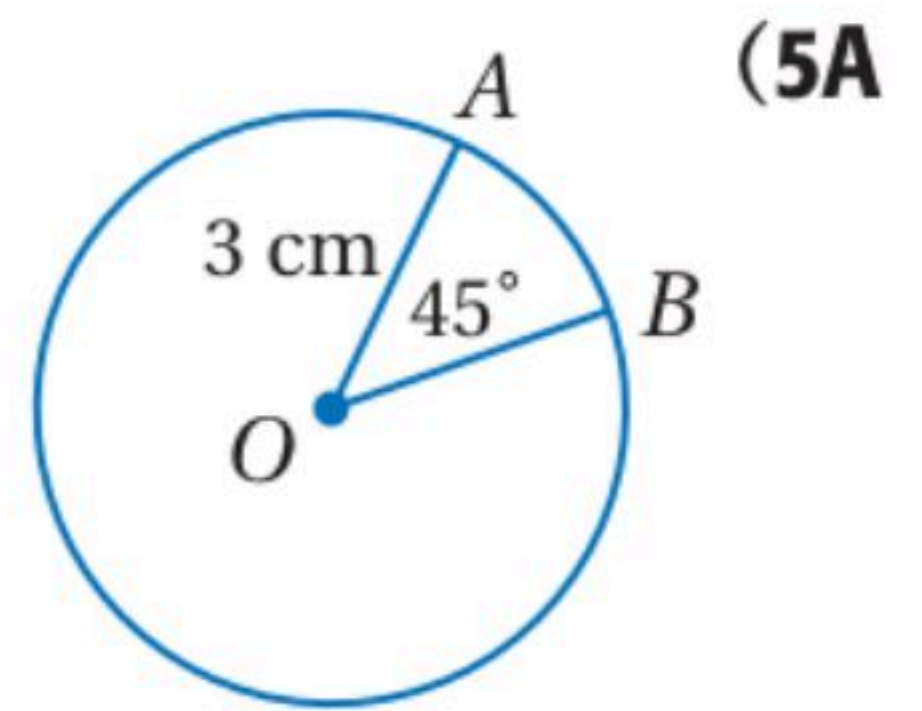
قوس أكبر

إيجاد طول القوس

أوجد طول \widehat{AB} في كلٍّ مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزءٍ من مئة:

$$l = \frac{\text{المعيط} \times \text{الزاوية}}{360}$$

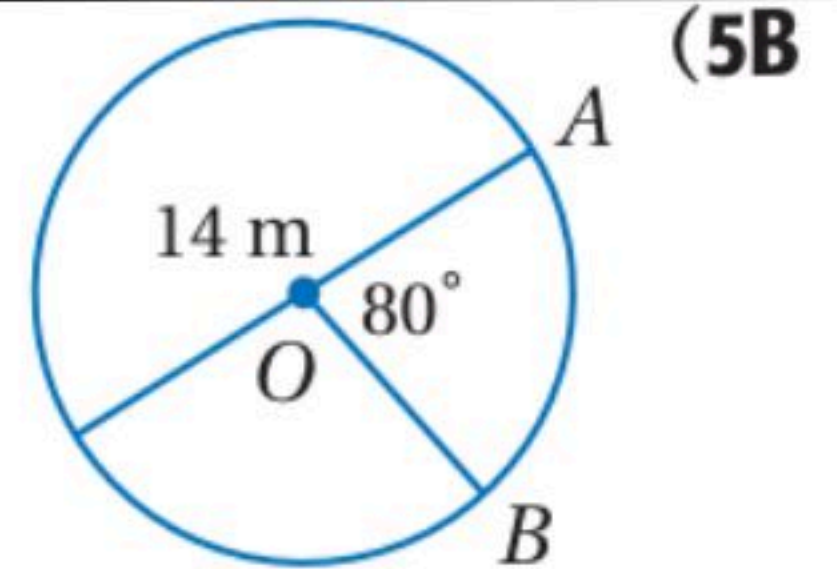
$$\frac{l}{2\pi r} = \frac{x}{360}$$



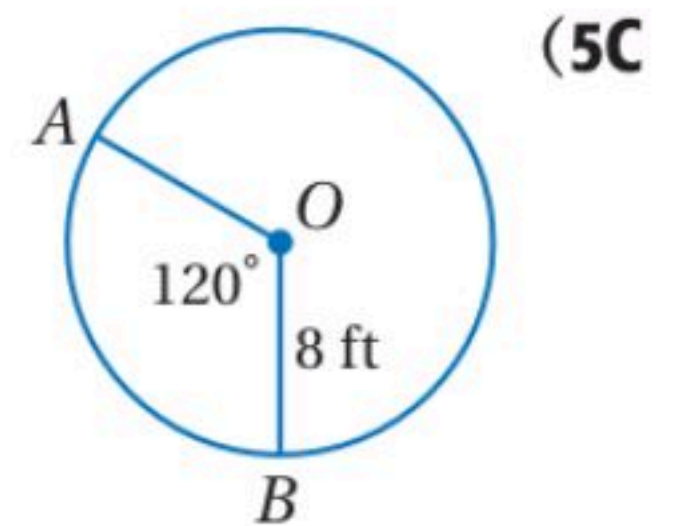
$$\frac{l}{2\pi(3)} = \frac{45}{360}$$

$$l = \frac{6\pi(45)}{360} = \frac{270\pi}{360} = 2.36 \text{ ft}$$

$$l = \frac{80^\circ \times 14\pi}{360} = \frac{112\pi}{360} = 9.77 \text{ m}$$

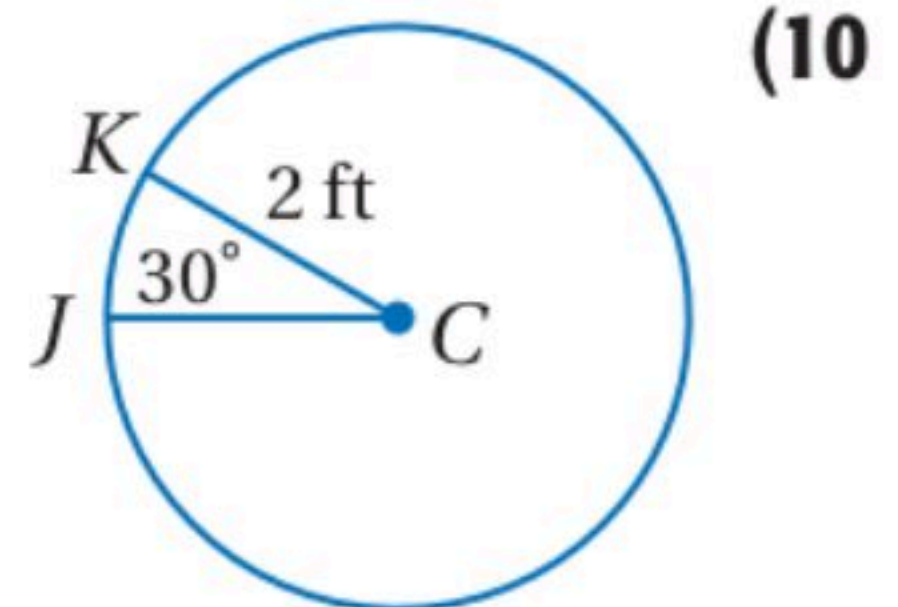


$$l = \frac{120 \times 2(8)\pi}{360} = \frac{1920\pi}{360} = 16.76 \text{ ft}$$

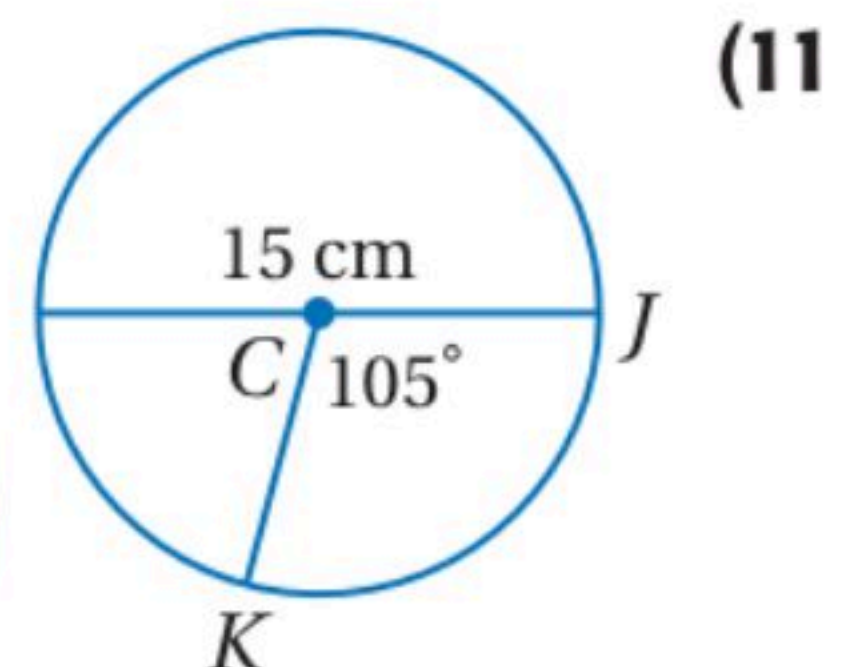


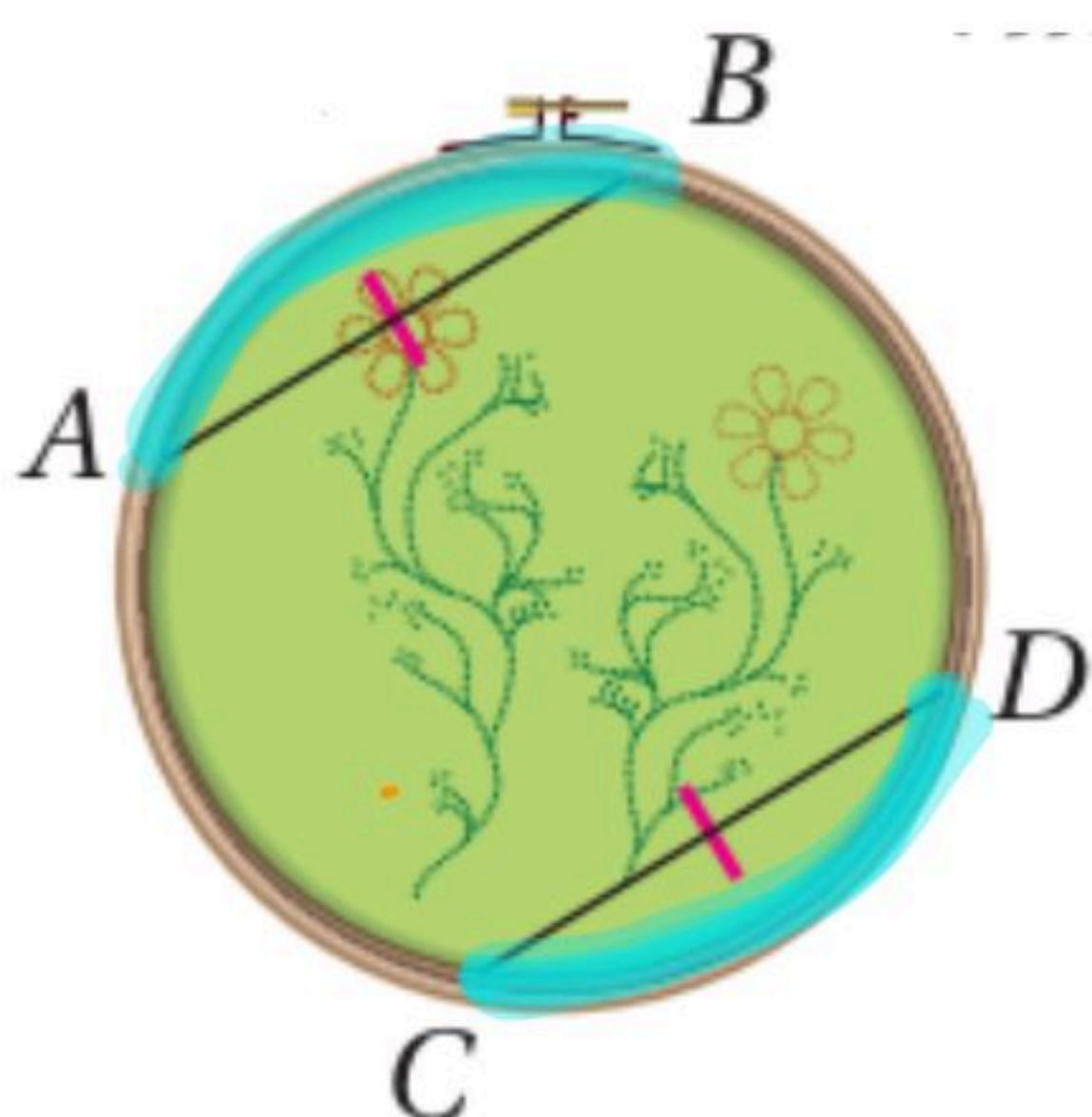
أوجد طول \widehat{JK} مقربًا إلى أقرب جزءٍ من مئة في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

$$l = \frac{30 \times 2(2)\pi}{360} = \frac{120\pi}{360} = \frac{\pi}{3} = 1.05 \text{ ft}$$



$$l = \frac{105 \times 15\pi}{360} = \frac{1575\pi}{360} = 13.74 \text{ cm}$$





استعمال الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس القوس

تحقق من فهمك

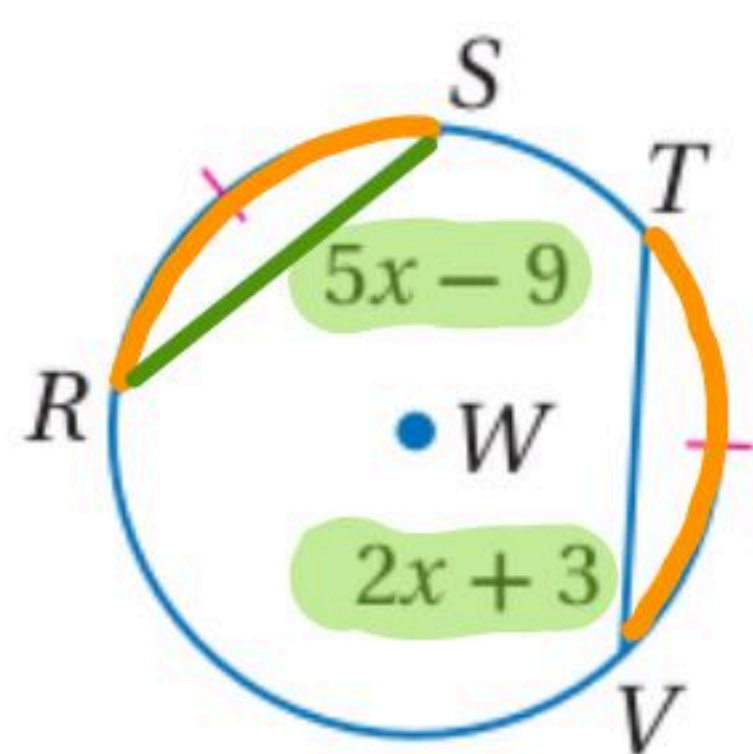


(1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78^\circ$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$.

الوتران متطابقان ← القوسان متطابقان

$$m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$$

$$m\widehat{CD} = 78^\circ$$



استعمال الأقواس المتطابقة لإيجاد أطوال الأوتار

تحقق من فهمك



(2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ ، فأوجد RS .

القوسان متطابقان ← الوتران متطابقان

$$5x - 9 = 2x + 3$$

$$3x - 9 = 3$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$RS = 5(4) - 9 = 20 - 9 = 11$$

$$RS = 11$$

الوتران متطابقان

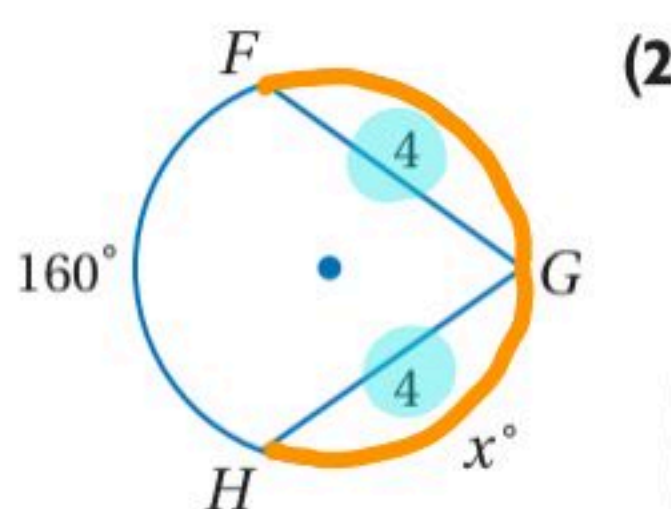
$$\widehat{FG} = x$$

$$x + x + 160 = 360$$

$$2x + 160 = 360$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{200}{2}$$

$$x = 100$$



(2)

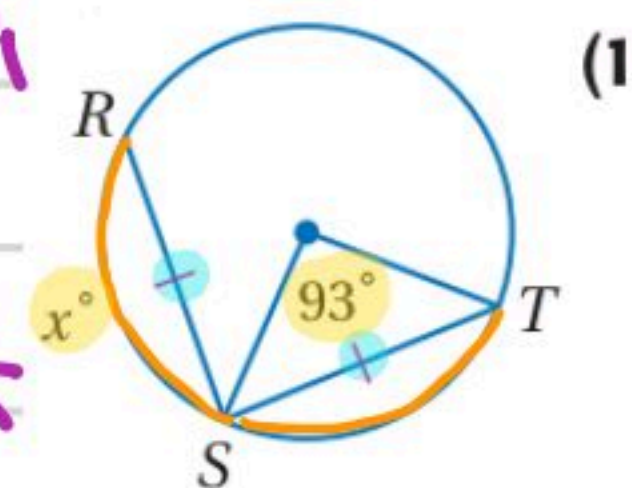
جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

1/ قياس $\widehat{ST} =$ الزاوية المركزية

$$\widehat{ST} = 93^\circ$$

2/ القوسان متطابقان

$$x = 93^\circ$$



(1)

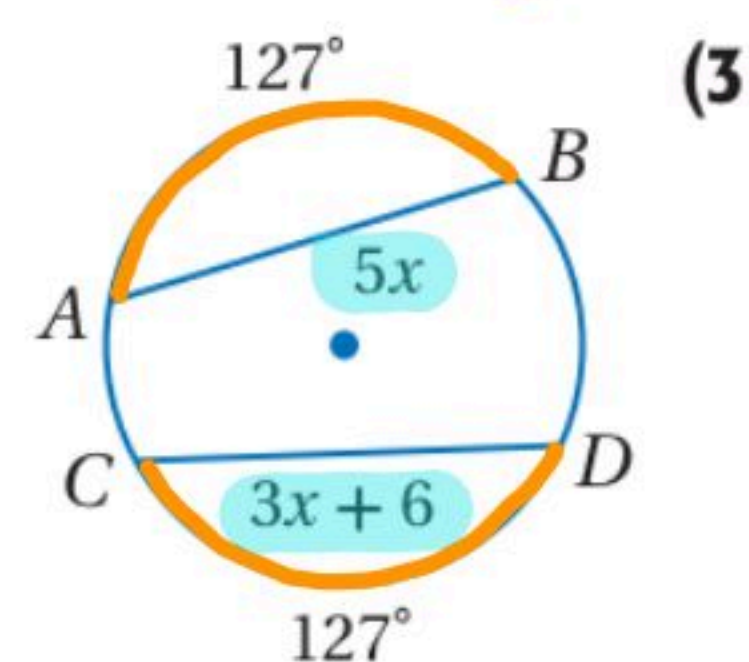
$$AB = CD$$

$$5x = 3x + 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

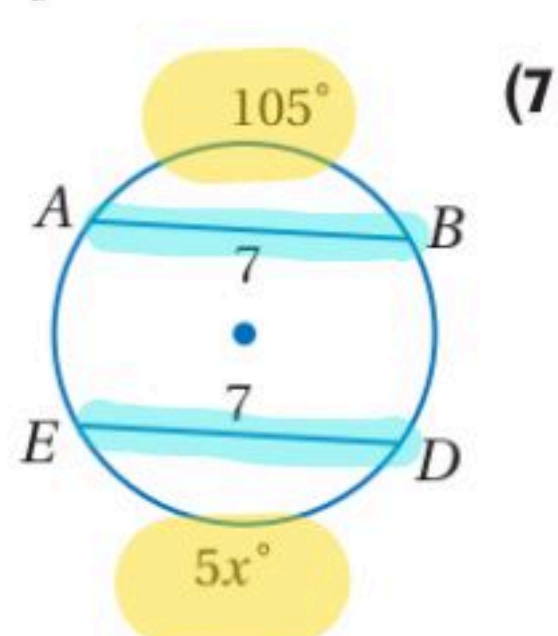
قيمة x



(3)

$$\frac{5x}{5} = \frac{105}{5}$$

$$x = 21$$



(7)

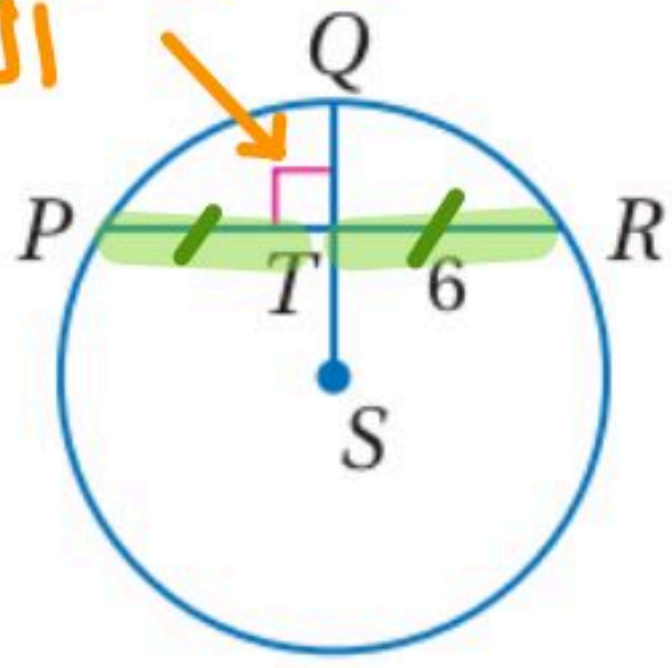
استعمال نصف القطر العمودي على الوتر

تحقق من فهمك

(3) أوجد PR في $\odot S$.

طول $PR = 2(6) = 12$ وحدة

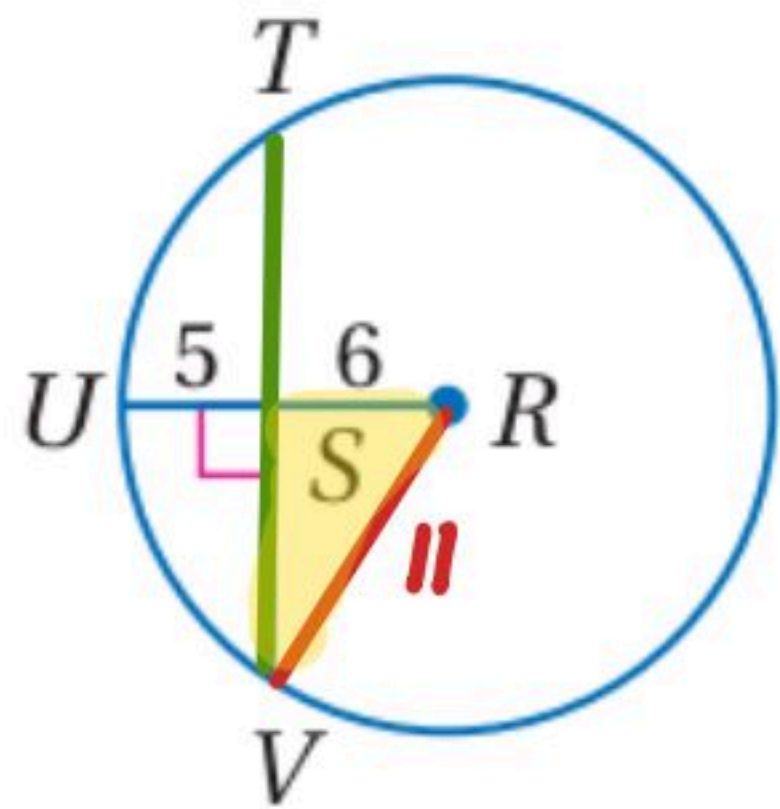
نصف القطر العمودي على الوتر



تحقق من فهمك

(4) أوجد TV في $\odot R$ مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

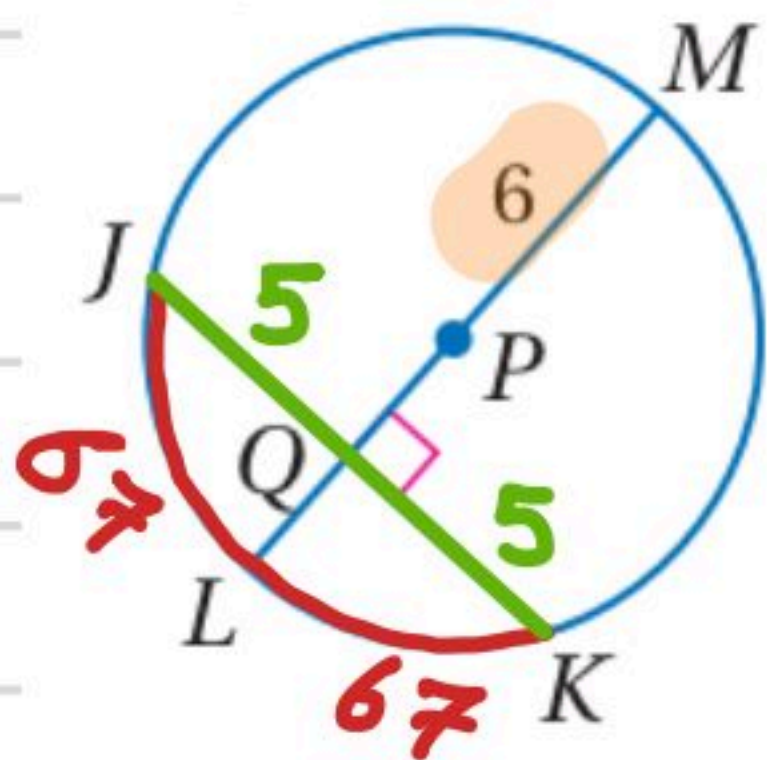
نصف القطر = $5 + 6 = 11$



$$\begin{aligned} & \sqrt{11^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{121 - 36} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

طول $TV = 2\sqrt{85} = \sqrt{4 \times 85} = \sqrt{340}$

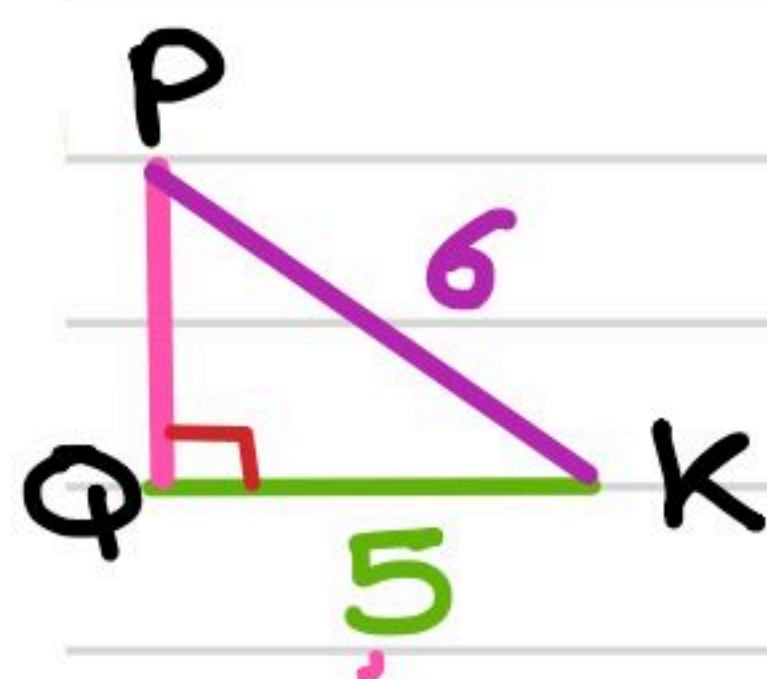
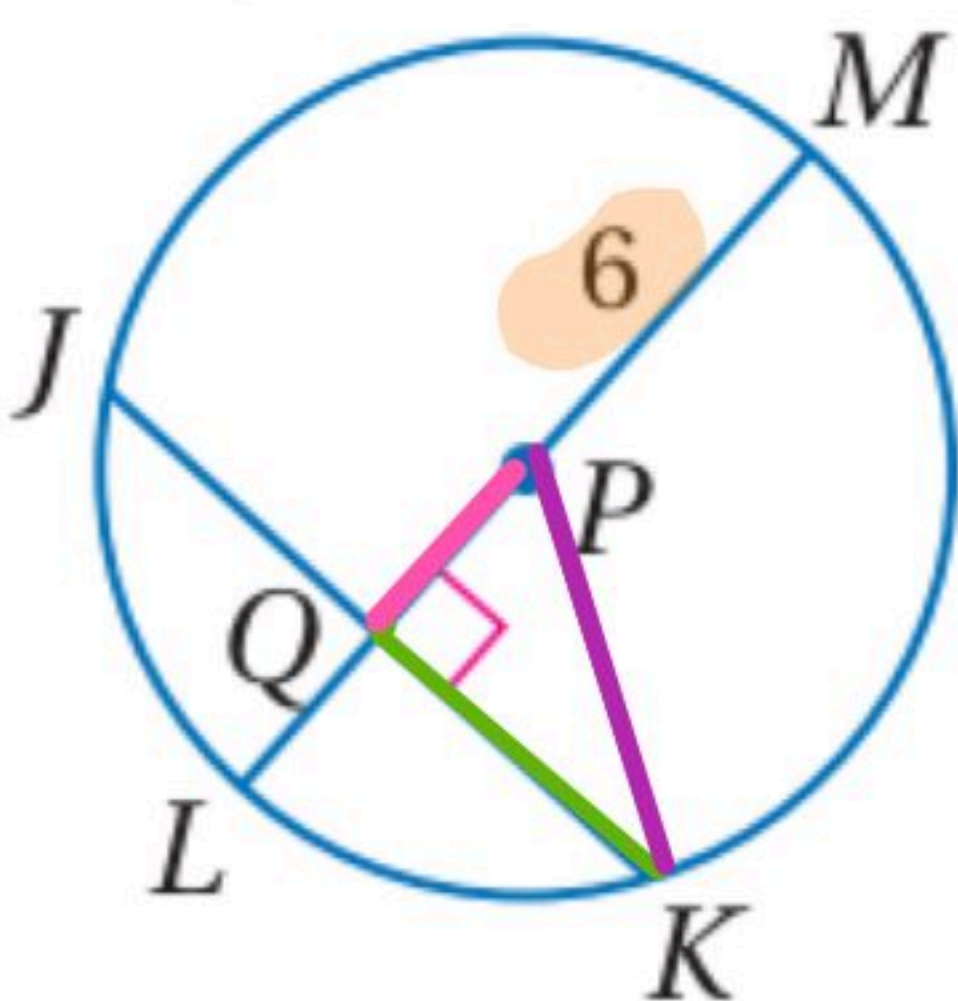
في $\odot P$ ، إذا كان: $m\widehat{JLK} = 134^\circ$ ، $JK = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.



(4) $m\widehat{JL}$ القطر LM عمودي على الوتر JK فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

$$m\widehat{JL} = 67^\circ$$

(5) PQ



$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{6^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{36 - 25} \\ &= \sqrt{11} \\ &= 3.32 \end{aligned}$$

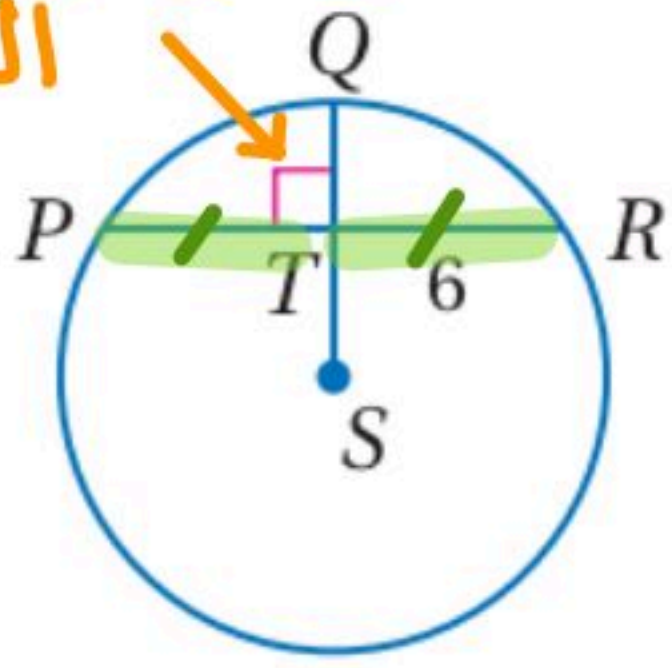
استعمال نصف القطر العمودي على الوتر

تحقق من فهمك

(3) أوجد PR في $\odot S$.

طول $PR = 2(6) = 12$ وحدة

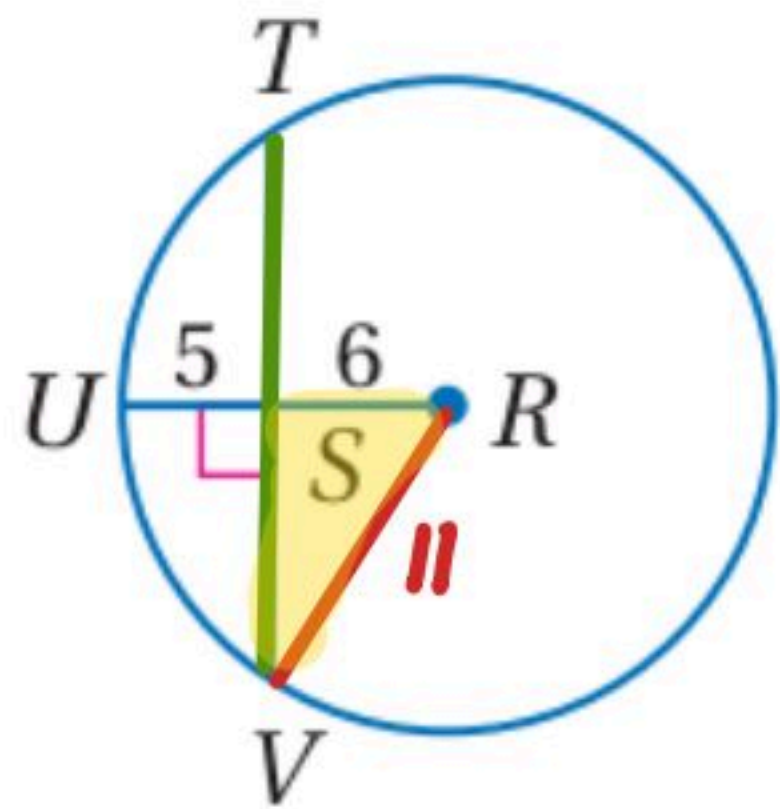
نصف القطر العمودي على الوتر



تحقق من فهمك

(4) أوجد TV في $\odot R$ مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

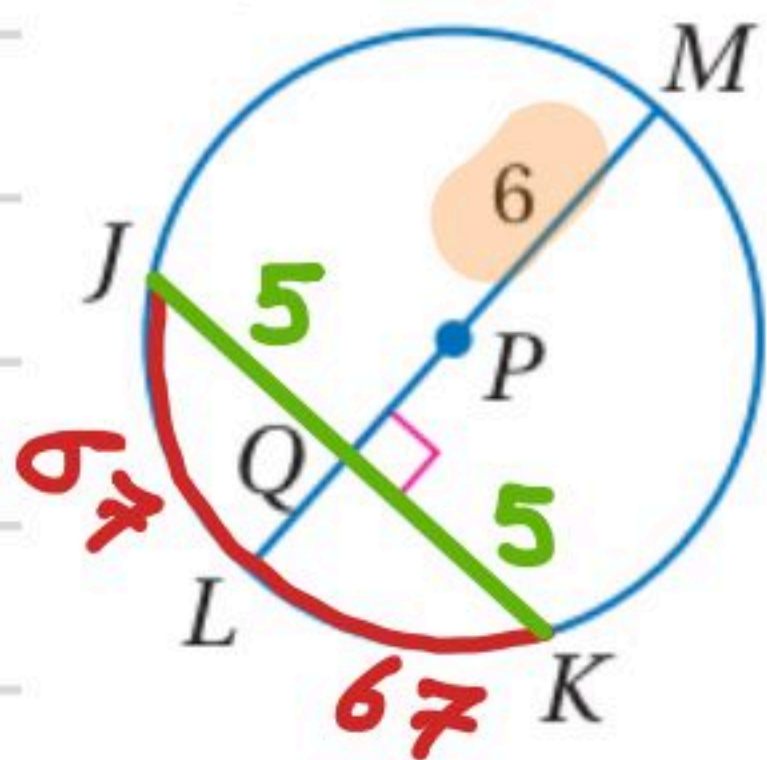
نصف القطر = $5 + 6 = 11$



$$\begin{aligned} & \sqrt{11^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{121 - 36} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

طول $TV = 2\sqrt{85} = \sqrt{4 \times 85} = \sqrt{340}$

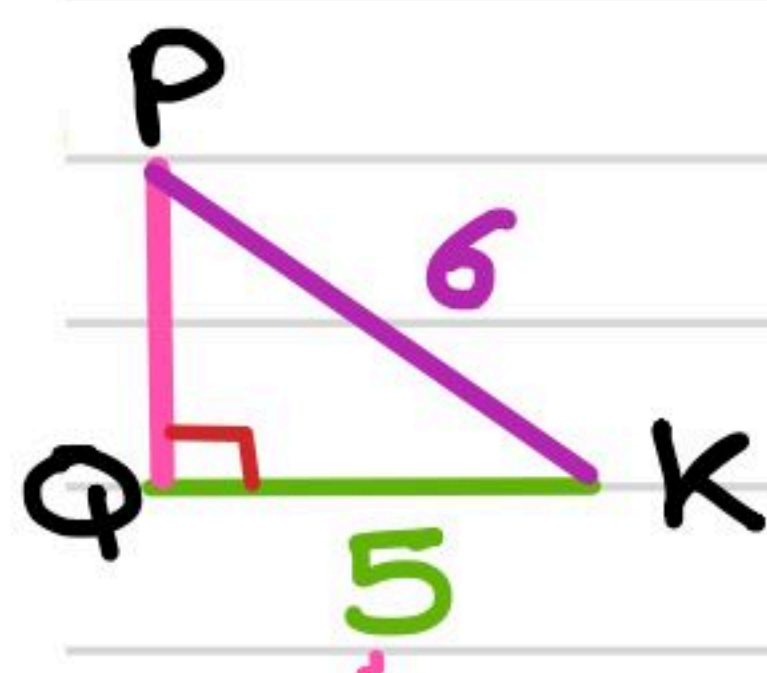
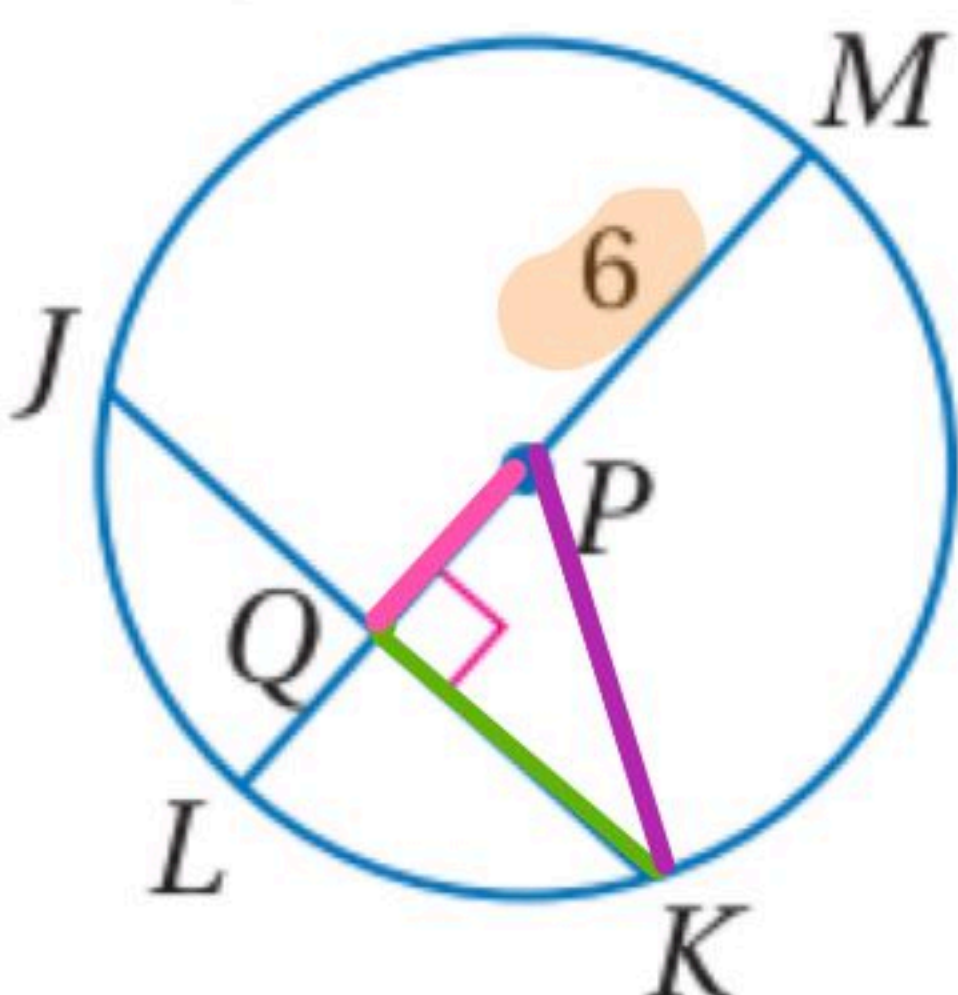
في $\odot P$ ، إذا كان: $m\widehat{JLK} = 134^\circ$ ، $JK = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.



(4) $m\widehat{JL}$
 القطر LM عمودي على الوتر JK فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

$$m\widehat{JL} = 67^\circ$$

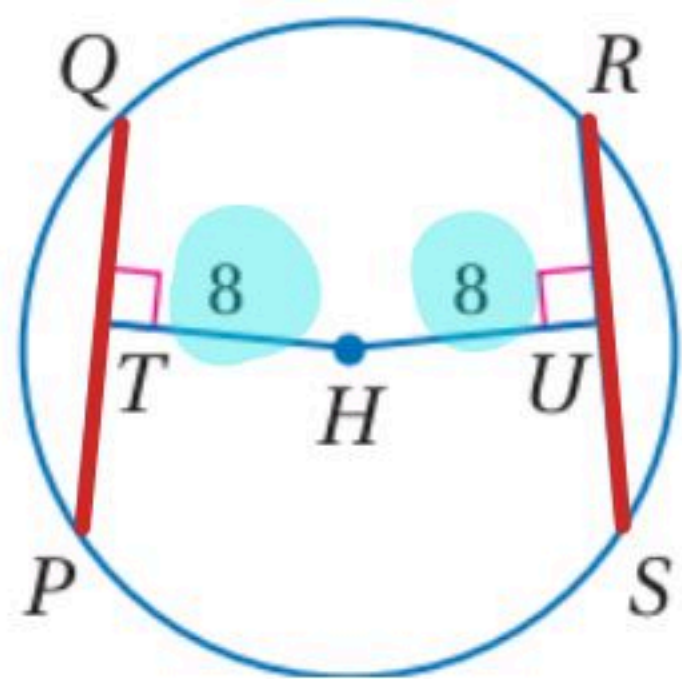
(5) PQ



$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{6^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{36 - 25} \\ &= \sqrt{11} \\ &= 3.32 \end{aligned}$$

الأوتار المتساوية البُعد عن المركز

تحقق من فهمك

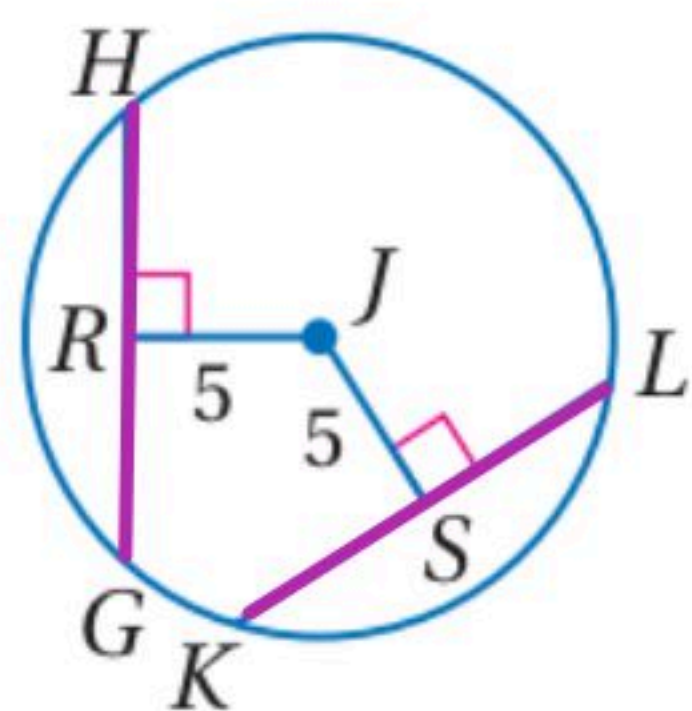


(5) في $\odot H$ إذا كان: $PQ = 3x - 4$, $RS = 14$ ، فأوجد قيمة x

$$3x - 4 = 14$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$



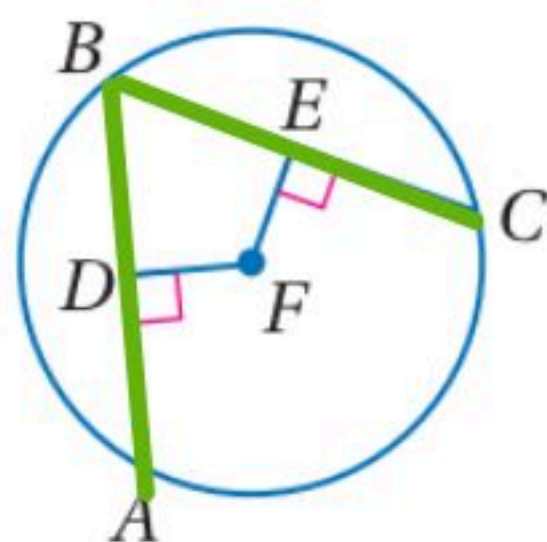
(6) في $\odot J$ ، إذا كان: $GH = 9$, $KL = 4x + 1$

فأوجد قيمة x .

$$4x + 1 = 9$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$



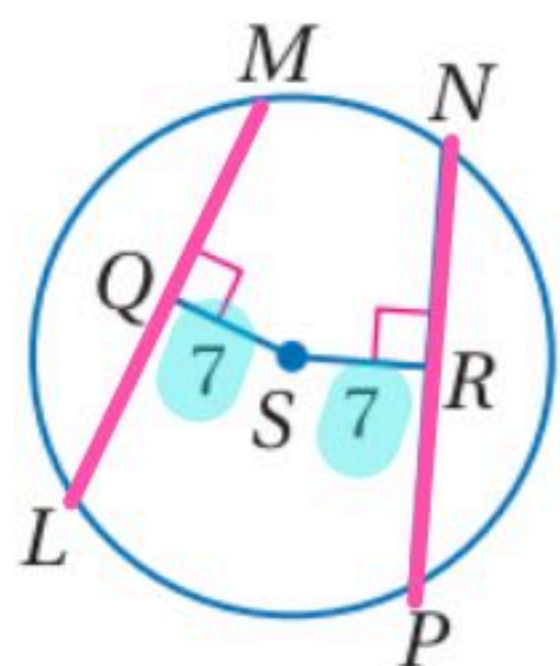
(18) جبر: في $\odot F$ ، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{EC}$

فأوجد قيمة x . $DF = 3x - 7$, $FE = x + 9$

$$3x - 7 = x + 9$$

$$2x - 7 = 9$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2} \quad x = 8$$

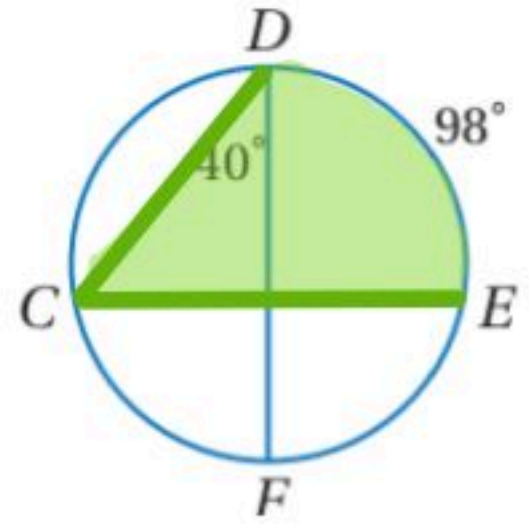
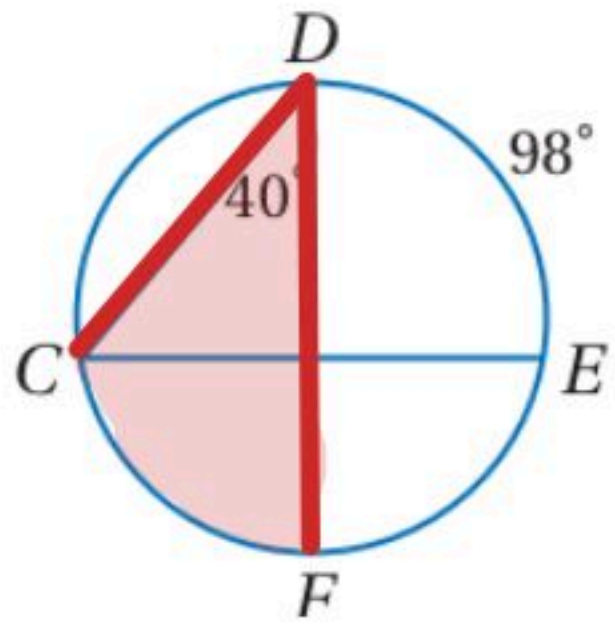


(19) جبر: في $\odot S$ ، إذا كان $LM = 16$, $PN = 4x$

فأوجد قيمة x .

$$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$$

$$x = 4$$



استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

أوجد القياسات الآتية مستعملًا الشكل المجاور

قياس القوس = $2 \times$ الزاوية المحيطية

$$m\widehat{CF} \text{ (1A)}$$

$$m\widehat{CF} = 2 \times 40 = 80^\circ$$

الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس

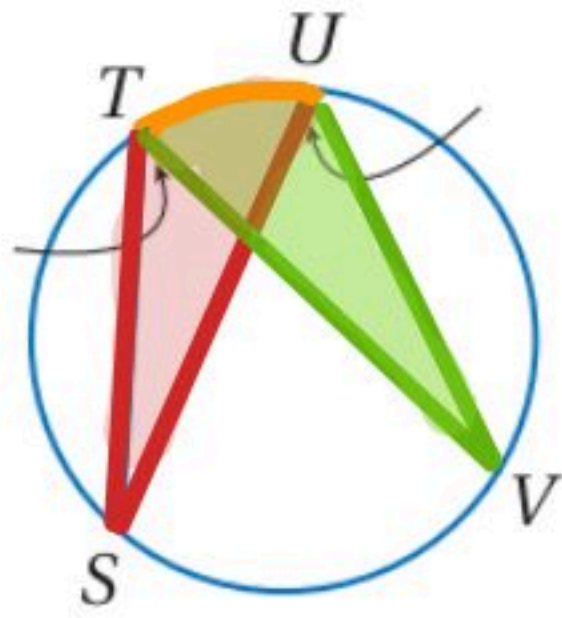
$$m\angle C \text{ (1B)}$$

$$m\angle C = \frac{1}{2} \times 98 = 49^\circ$$

تحقق من فهمك



(2) إذا كان $m\angle V = (x + 16)^\circ$ ، فأوجد $m\angle S$ مستعملًا الشكل أعلاه.



$\angle S \cong \angle V$ تقابلان \widehat{UV}

$$3x = x + 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

$$m\angle S = 3x = 3(8)$$

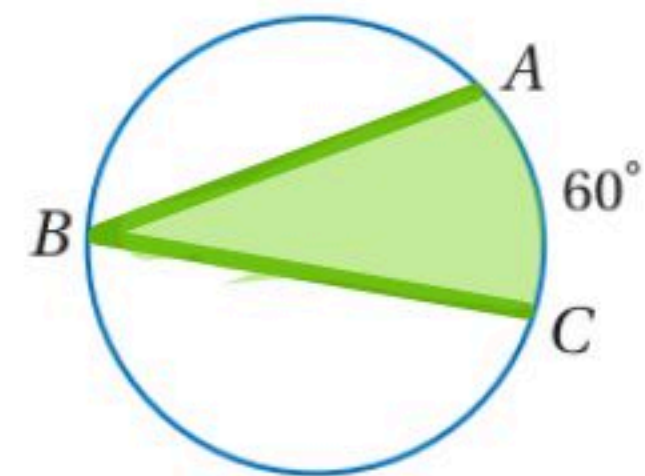
$$m\angle S = 24$$

أوجد كل قياس مما يأتي:

زاوية محيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس

$$m\angle B \text{ (1)}$$

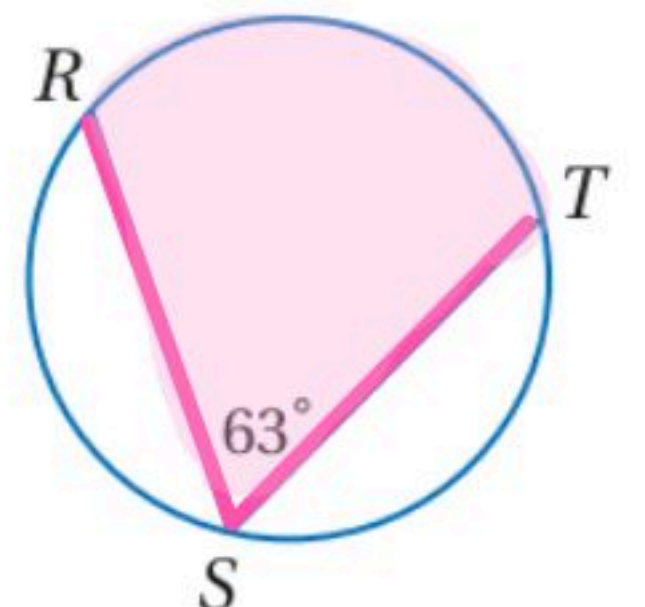
$$= \frac{1}{2} \times 60 = 30^\circ$$



قياس القوس = $2 \times$ الزاوية المحيطية

$$m\widehat{RT} \text{ (2)}$$

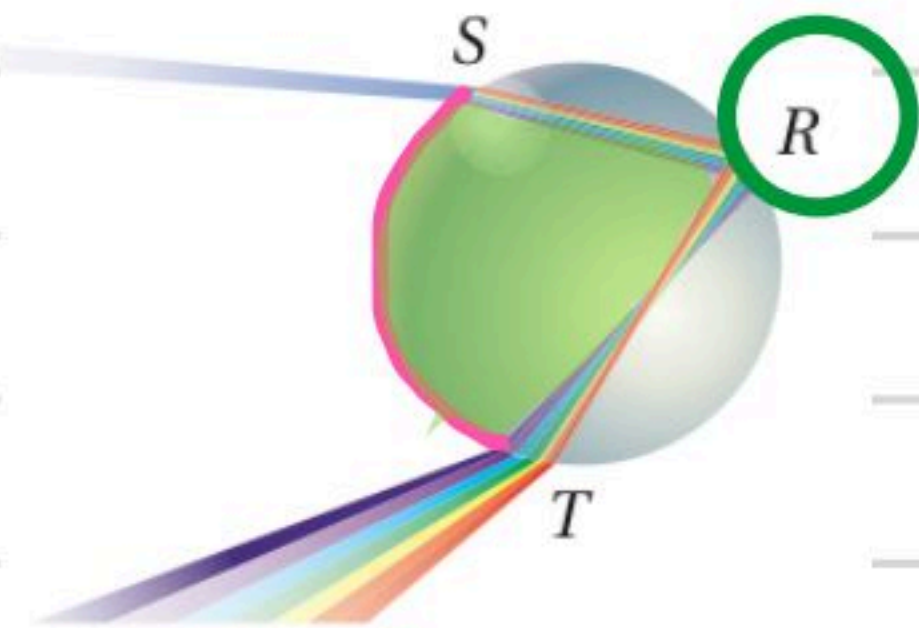
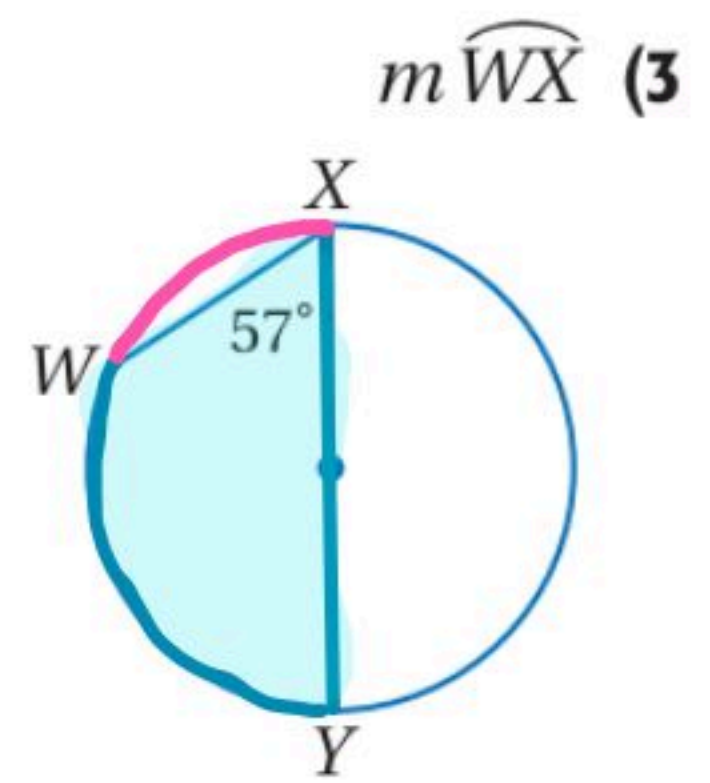
$$m\widehat{RT} = 2 \times 63^\circ = 126^\circ$$



$$\widehat{WY} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$$

قياس نصف الدائرة = 180°

$$\widehat{WX} = 180 - 114 = 66$$



(4) علوم: يُبين الشكل المجاور انكسار أشعة الضوء في قطرة مطر لإنتاج ألوان الطيف، فإذا كان $m\widehat{ST} = 144^\circ$ فأوجد $m\angle R$ ؟

$$m\angle R = \frac{1}{2} (\widehat{ST})$$

$$= \frac{1}{2} (144) = 72^\circ$$

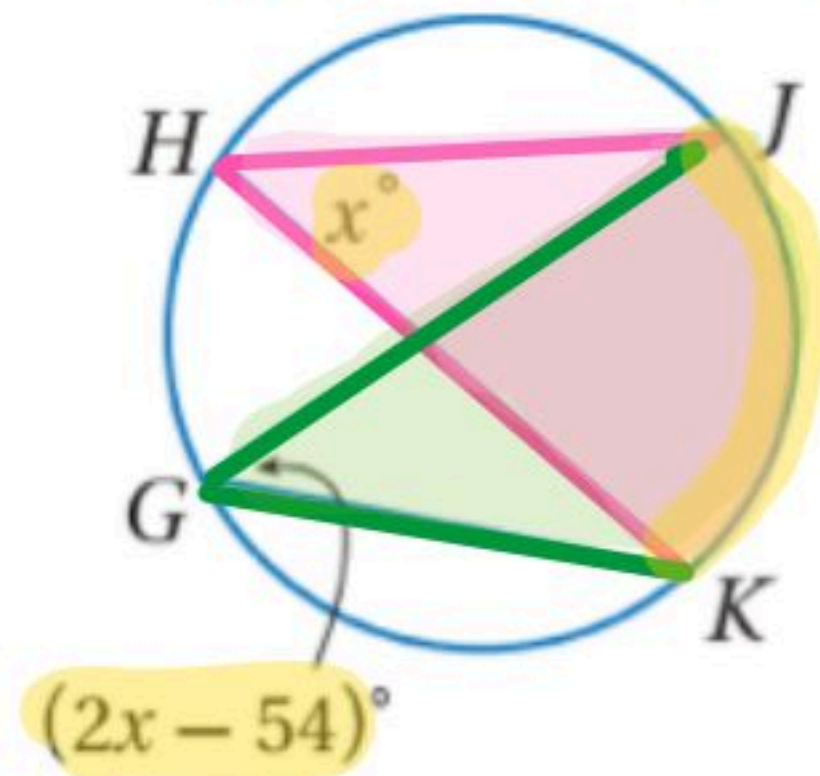
جبر: أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

$$2x - 54 = x$$

$$x - 54 = 0$$

$$x = 54$$

$$m\angle H = 54^\circ$$



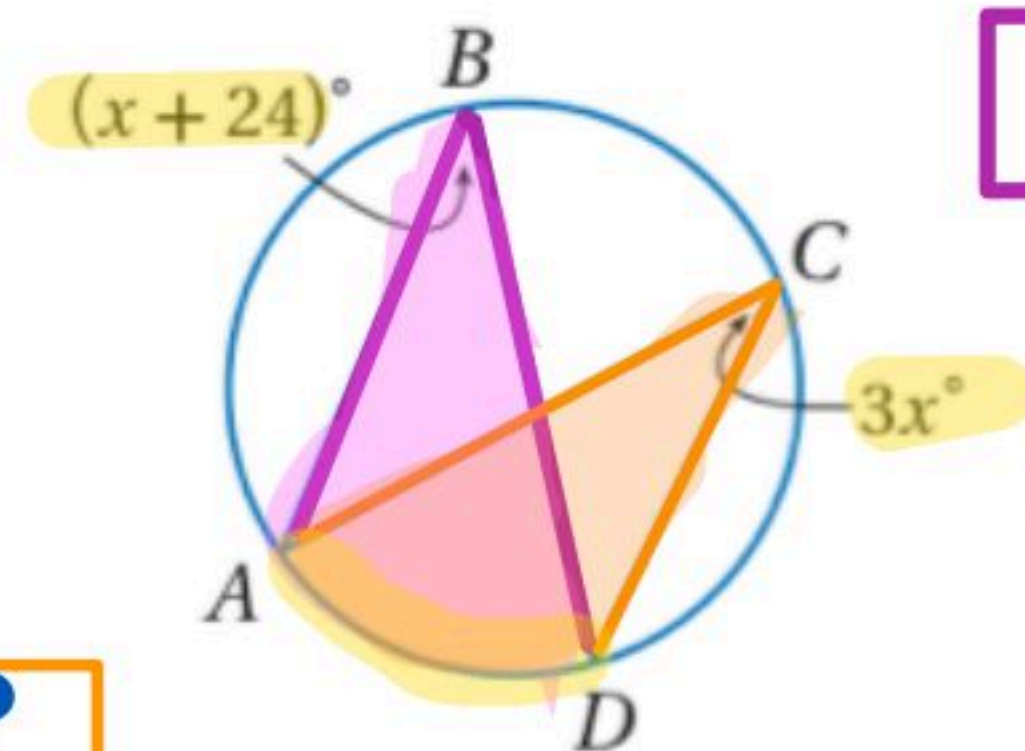
$$m\angle H \text{ (5)}$$

$$3x = x + 24$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

$$m\angle B = 24 + 12 = 36^\circ$$

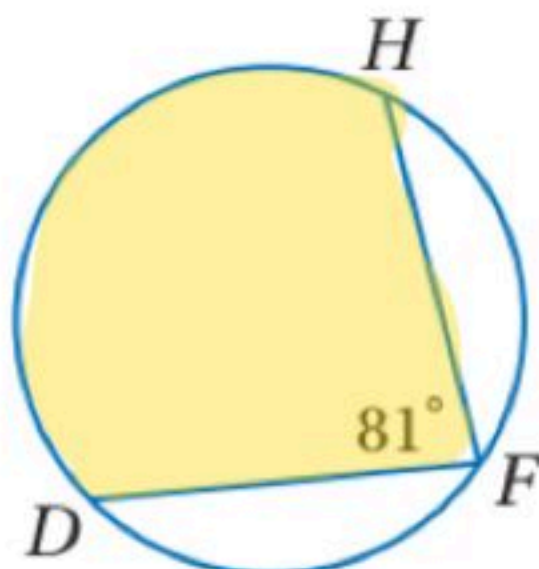


$$m\angle B \text{ (6)}$$

$$m\widehat{DH} \text{ (11)}$$

$$= 2 \times 81$$

$$= 162^\circ$$



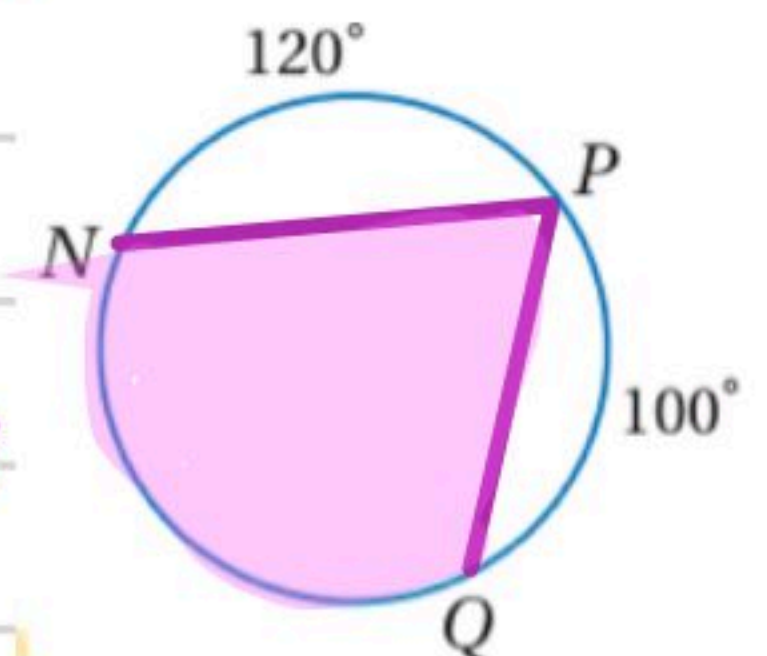
قياس القوس $N\phi$

$$= 360 - (120 + 100)$$

$$= 360 - 220 = 140$$

$$m\angle P \text{ (13)}$$

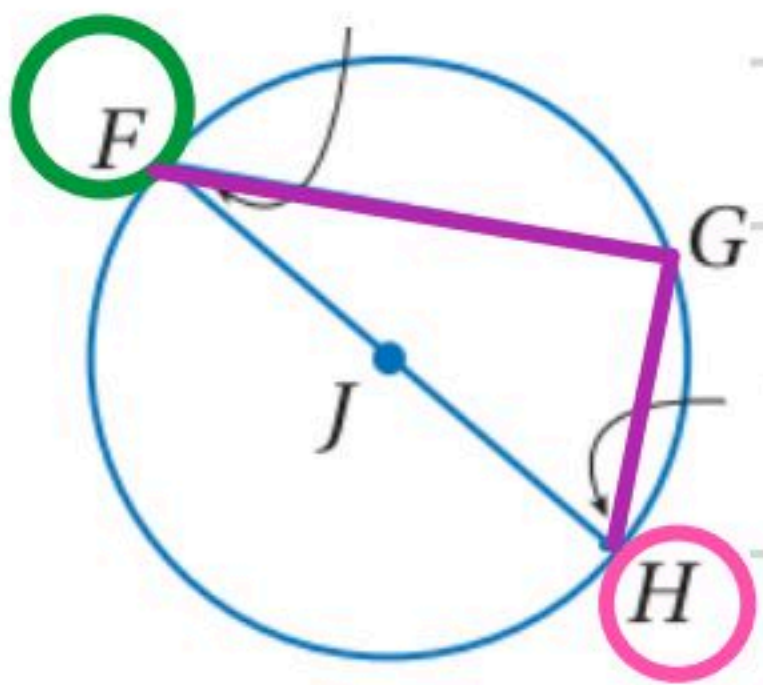
$$m\angle P = \frac{1}{2} (140) = 70^\circ$$



إيجاد قياسات زوايا المثلث المحاط بدائرة

تحقق من فهمك

(4) إذا كان $m\angle F = (7x + 2)^\circ$ و $m\angle H = (17x - 8)^\circ$ فأوجد قيمة x مستعملاً الشكل أعلاه.



1/ قياس الزاوية $G = \frac{1}{2}$ قياس نصف الدائرة

$$m\angle G = \frac{1}{2}(180) = 90^\circ$$

2/ مجموع الزاويتين F و $H = 90^\circ$

$$(7x + 2) + (17x - 8) = 90^\circ$$

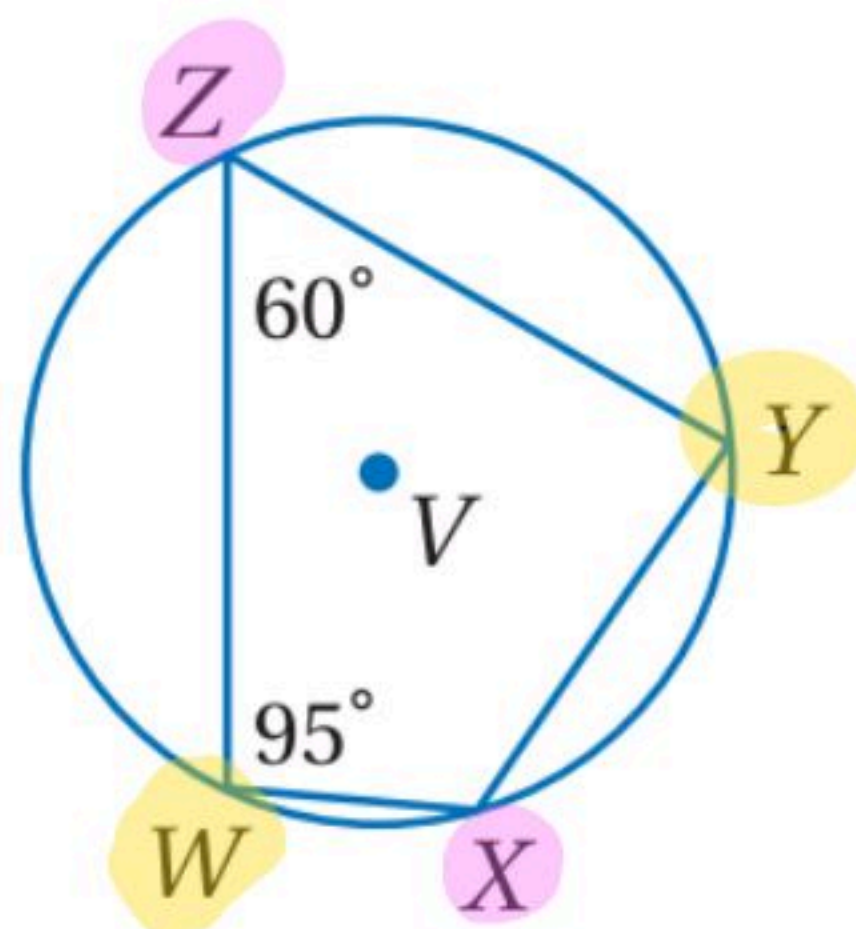
$$24x - 6 = 90^\circ$$

$$x = 4$$

$$\frac{24x}{24} = \frac{96}{24}$$

إيجاد قياسات الزوايا

تحقق من فهمك



(5) المضلع WXYZ شكل رباعي محاط بـ $\odot V$ ، أوجد $m\angle X$ ، $m\angle Y$

$$m\angle Y = 180 - 95 = 85^\circ$$

$$m\angle X = 180 - 60 = 120^\circ$$

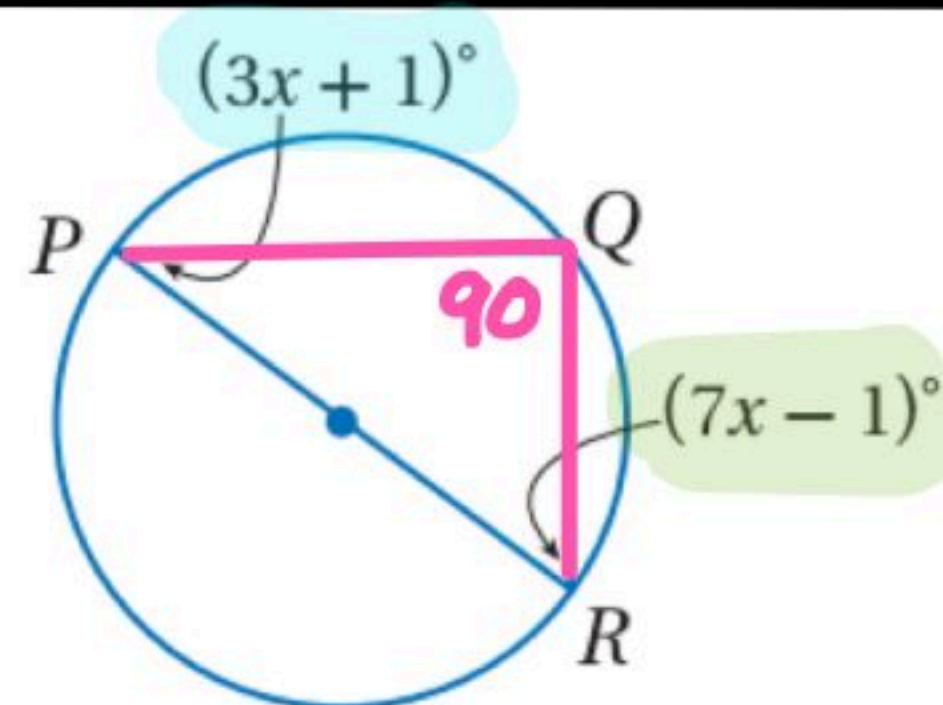
مجموع الزاويتين P و $R = 90^\circ$

$$7x - 1 + 3x + 1 = 90^\circ$$

$$10x = 90$$

$$x = 9$$

$$m\angle R = 7(9) - 1 = 62^\circ$$



$m\angle R$ (8)

$$m\angle M = 90^\circ$$

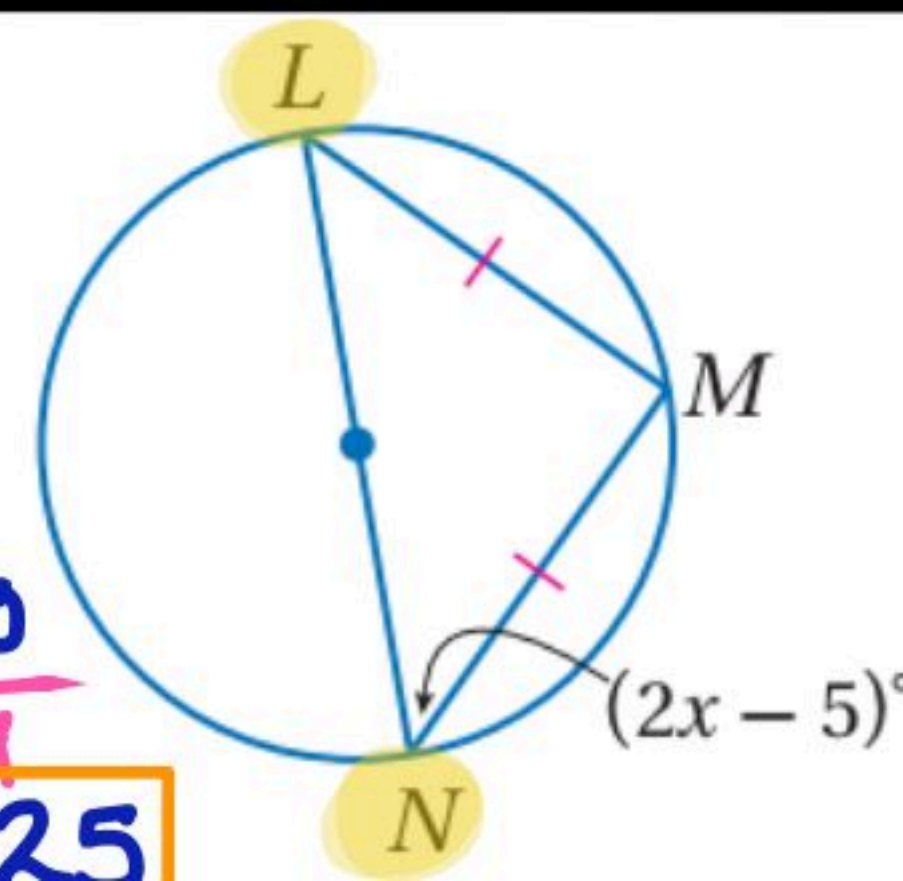
مجموع الزاويتين L و $N = 90^\circ$

$$(2x - 5) + (2x - 5) = 90$$

$$4x - 10 = 90$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{100}{4}$$

$$x = 25$$



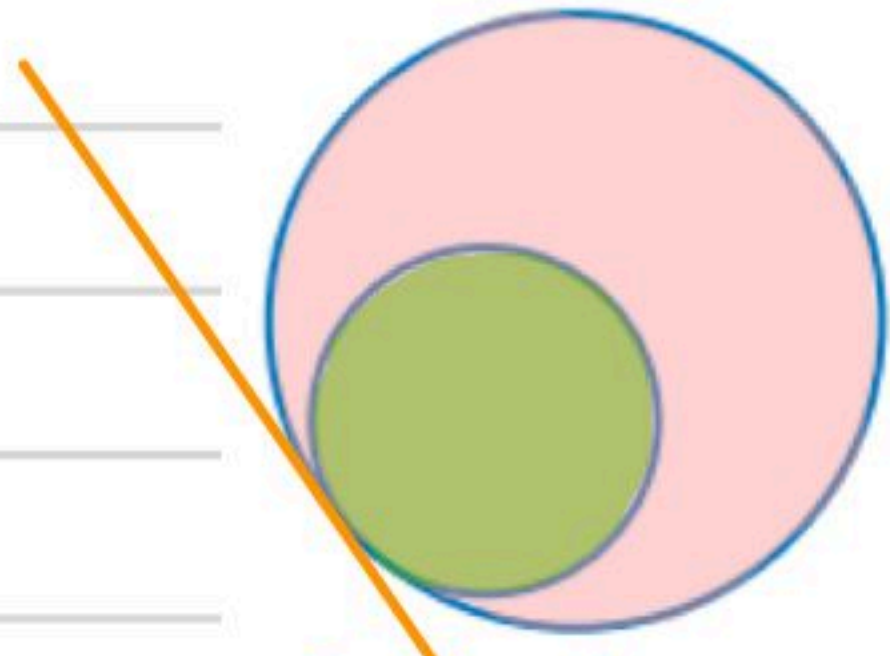
(9) x
مجموع
الزاويتين
 $= 90$

تحديد المماسات المشتركة

تحقق من فهمك

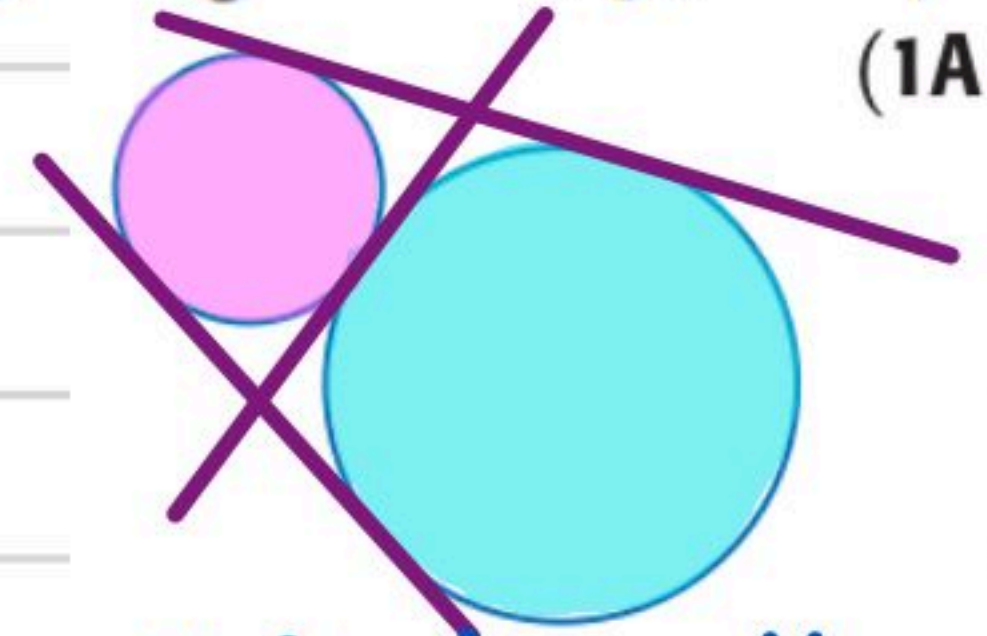


ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



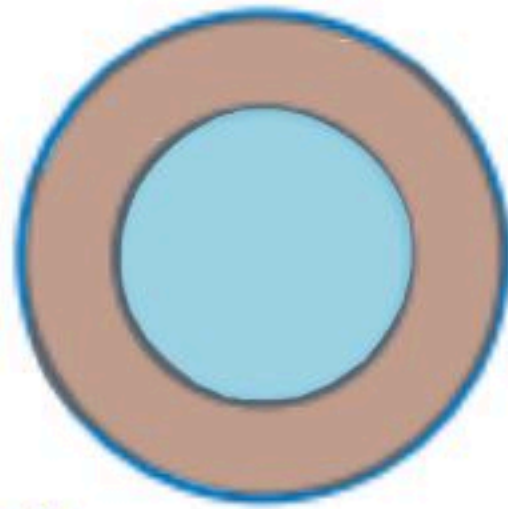
(1B)

عدد المماسات = 1



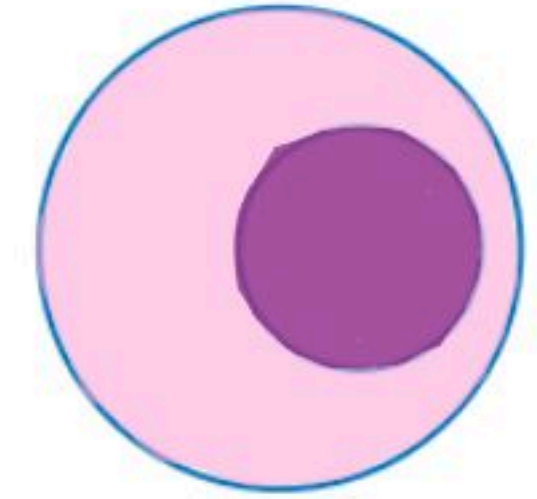
(1A)

عدد المماسات = 3



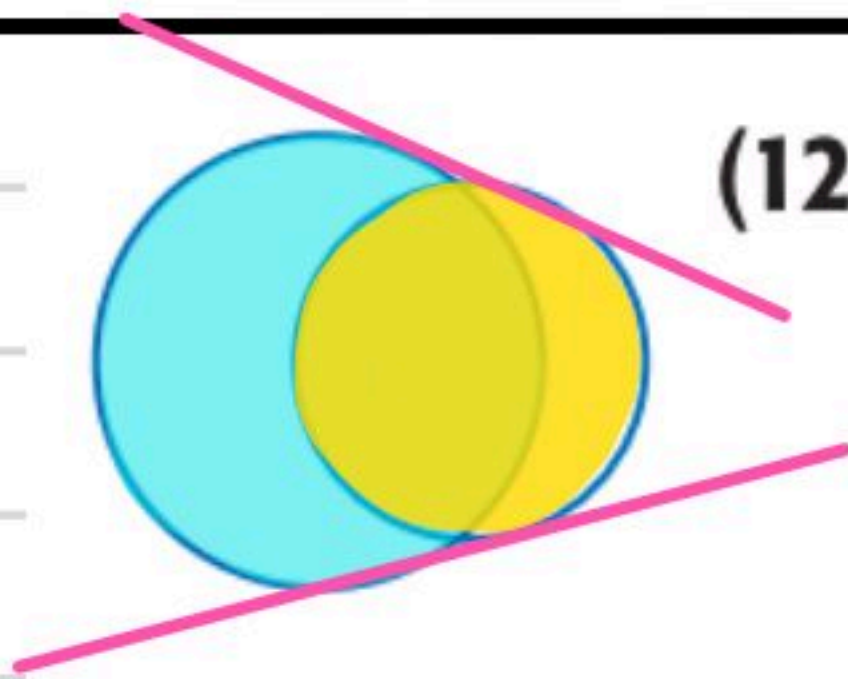
(10)

لا يوجد مماسات مشتركة



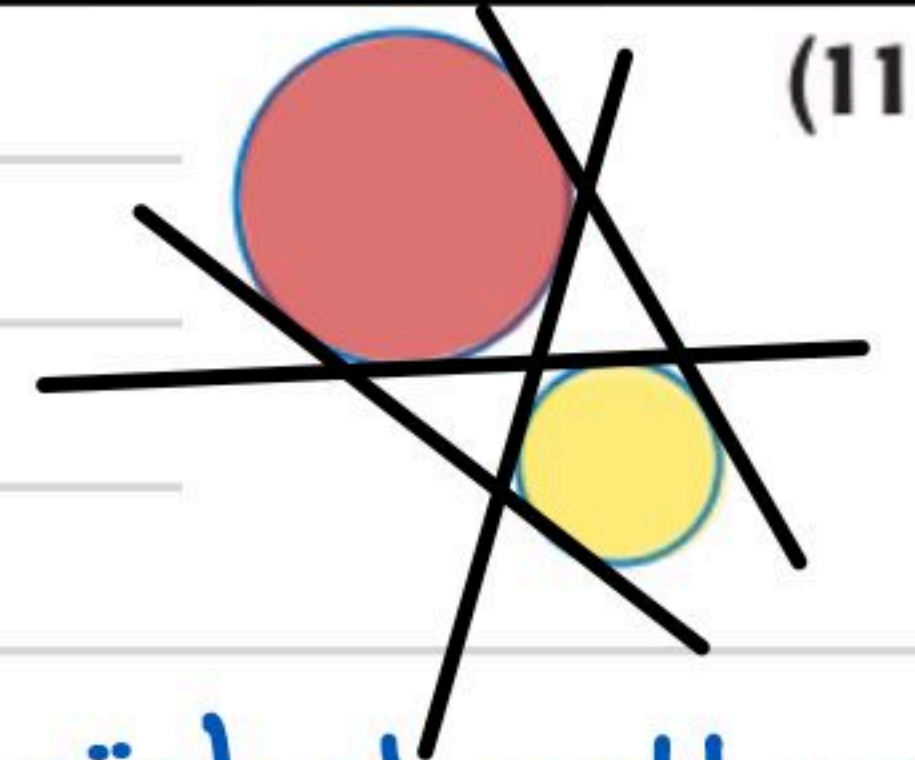
(1)

لا يوجد مماسات مشتركة



(12)

عدد المماسات = 2



(11)

عدد المماسات = 4

تحديد المماس

تحقق من فهمك

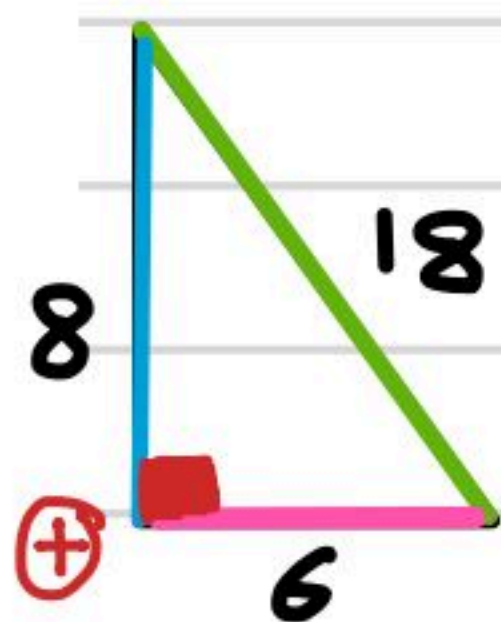
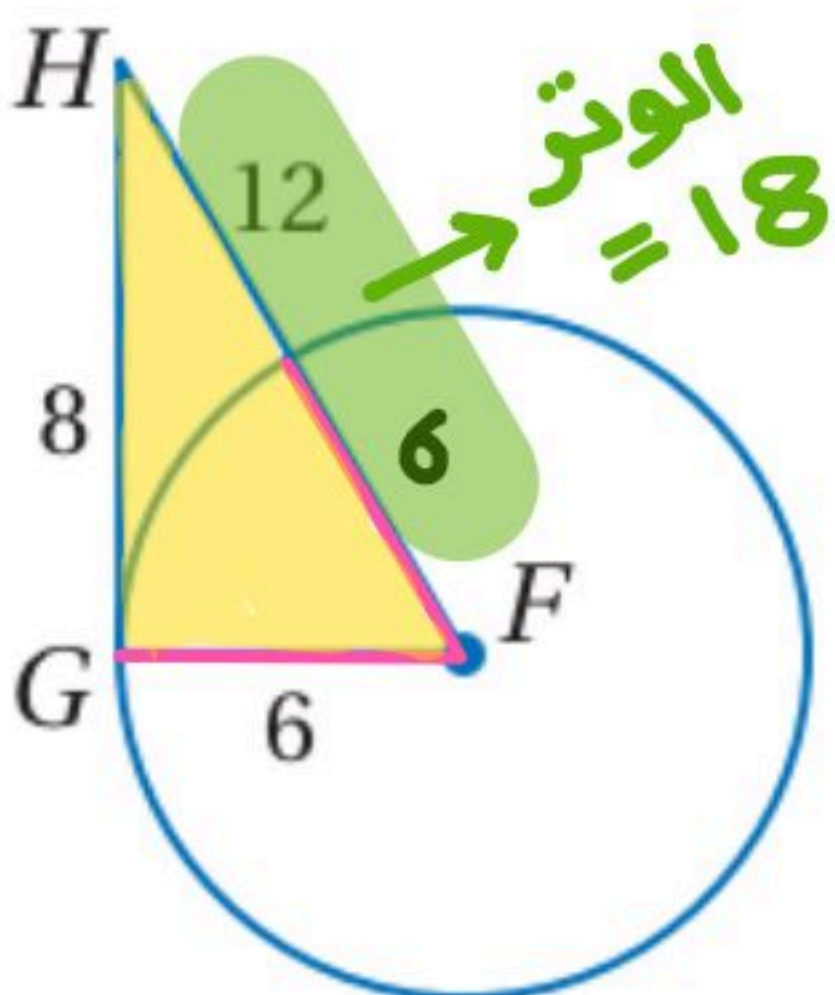
(2) حدّد ما إذا كان \overline{GH} مماساً لـ $\odot F$ أم لا، برّر إجابتك

$$18^2 = 8^2 + 6^2$$

$$243 = 64 + 36$$

$$243 \neq 100$$

المثلث ليس قائم الزاوية
 \overline{GH} ليس مماساً للدائرة F



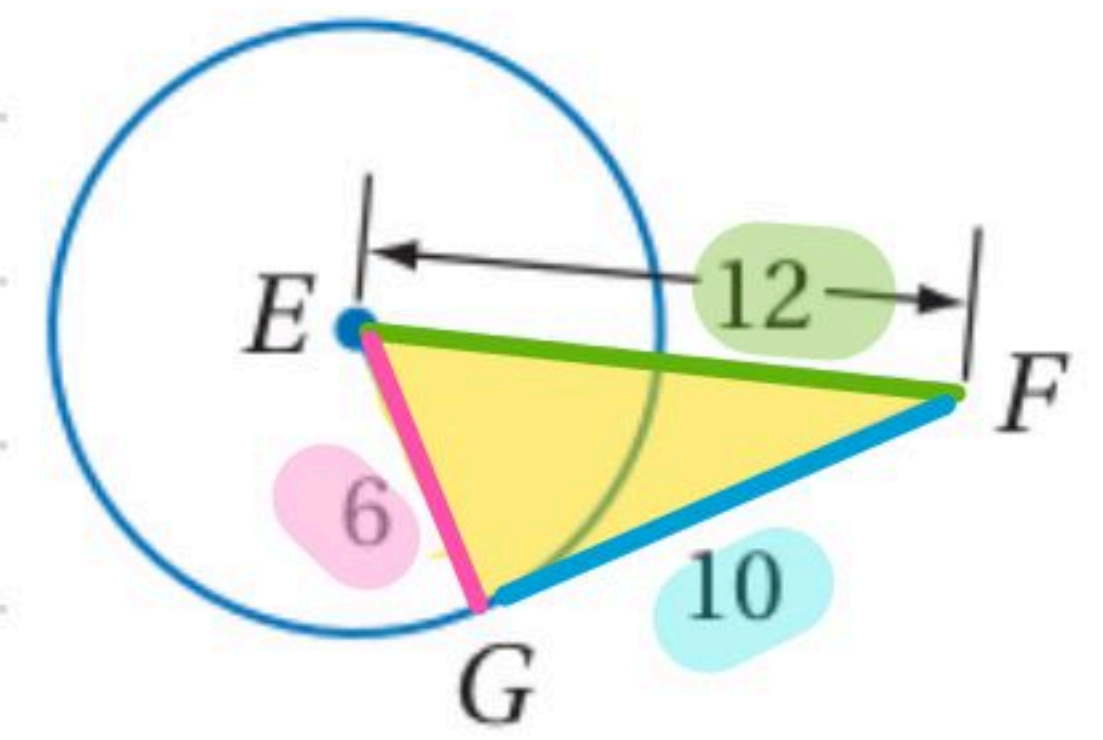
حدّد ما إذا كانت \overline{FG} في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة E أم لا، وبرّر إجابتك.

$$12^2 = 10^2 + 6^2$$

$$144 = 100 + 36$$

$$144 \neq 136$$

المثلث ليس قائم الزاوية
 GF ليس مماسًا للدائرة E



(2)

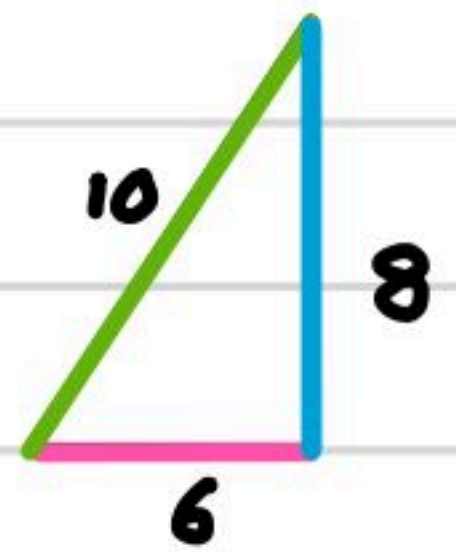
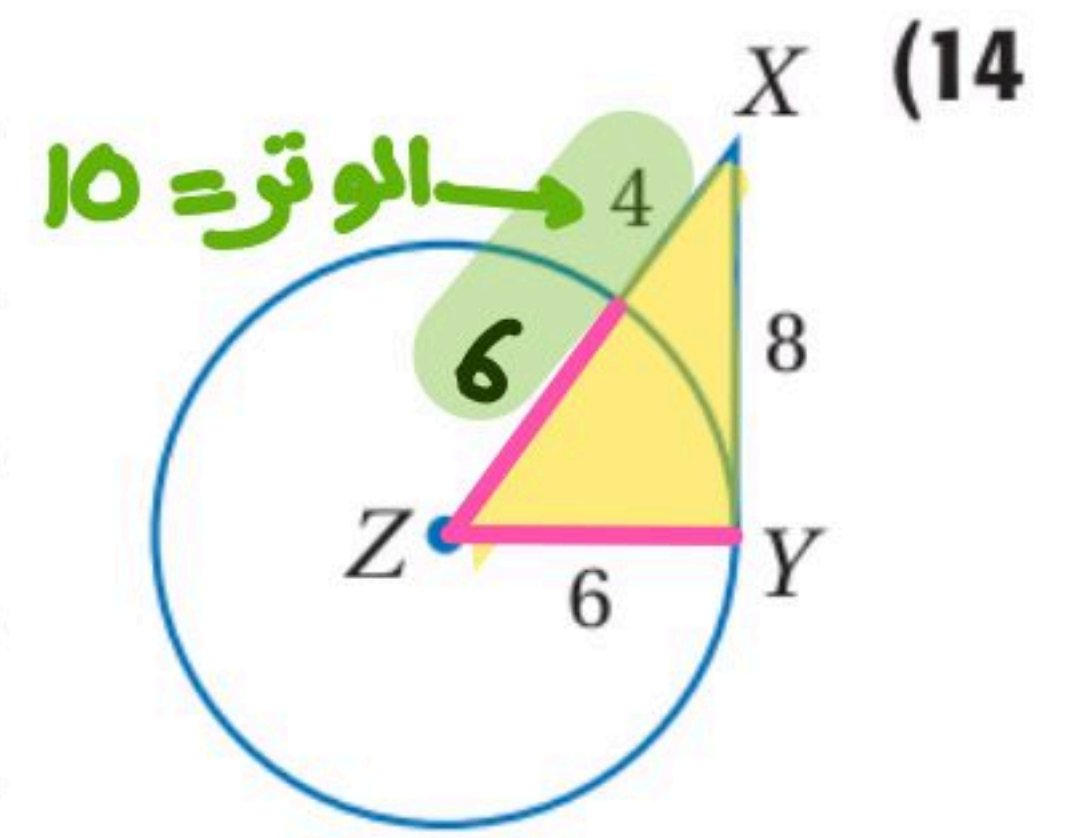
$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

$$100 = 64 + 36$$

$$100 = 100$$

المثلث قائم الزاوية

XY مماسًا للدائرة Z



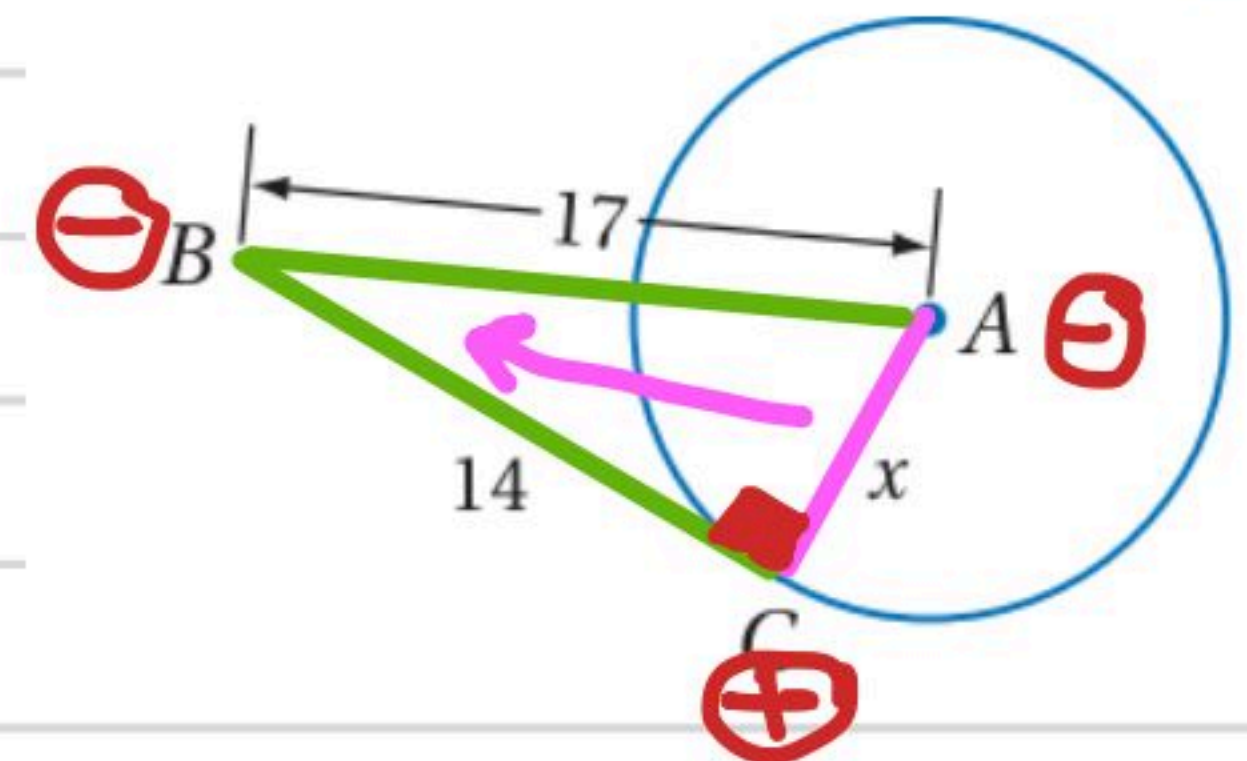
استعمال المماس لإيجاد القيم المجهولة

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًا للدائرة، هي مماسٌ فعلاً.

$$x = \sqrt{17^2 - 14^2}$$

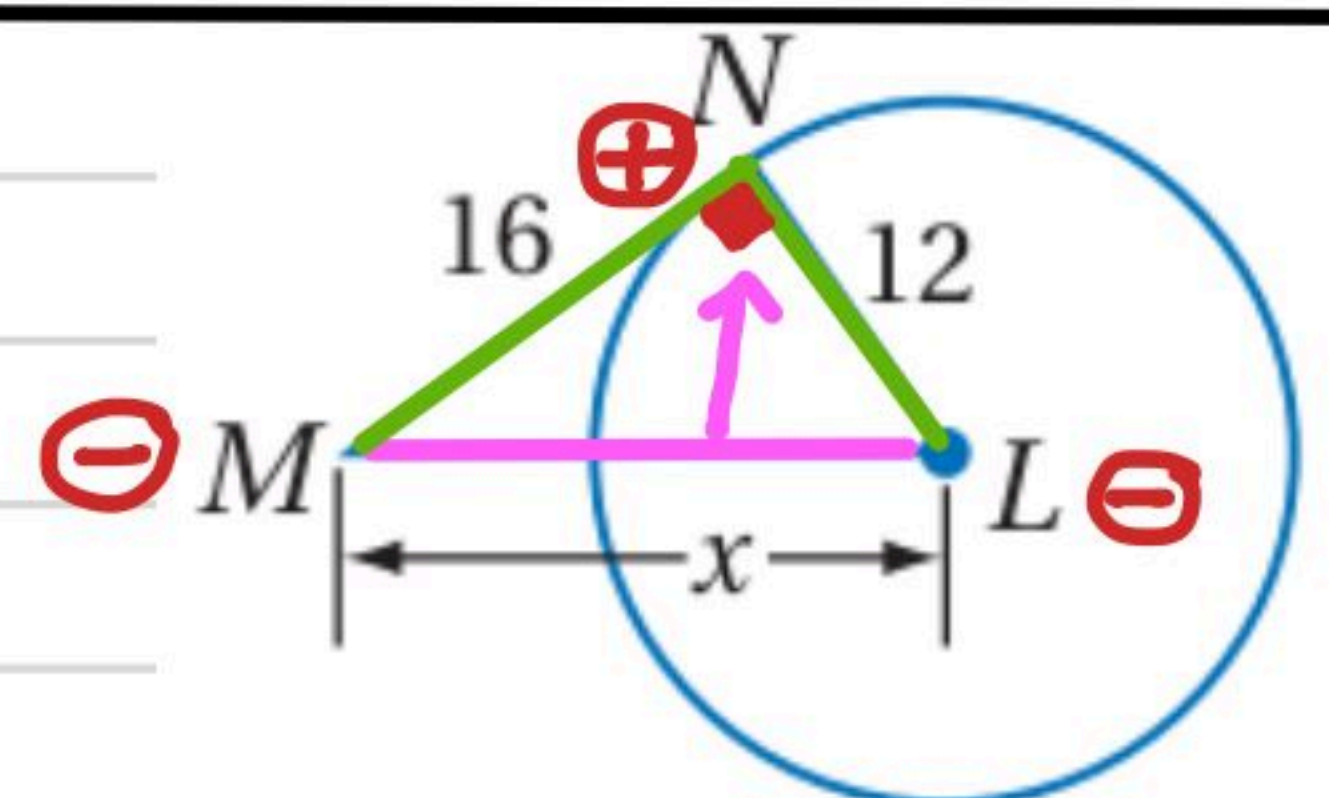
$$= \sqrt{289 - 196} = \sqrt{93}$$



(3A)

$$x = \sqrt{16^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20$$



(4)

استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات

تحقق من فهمك



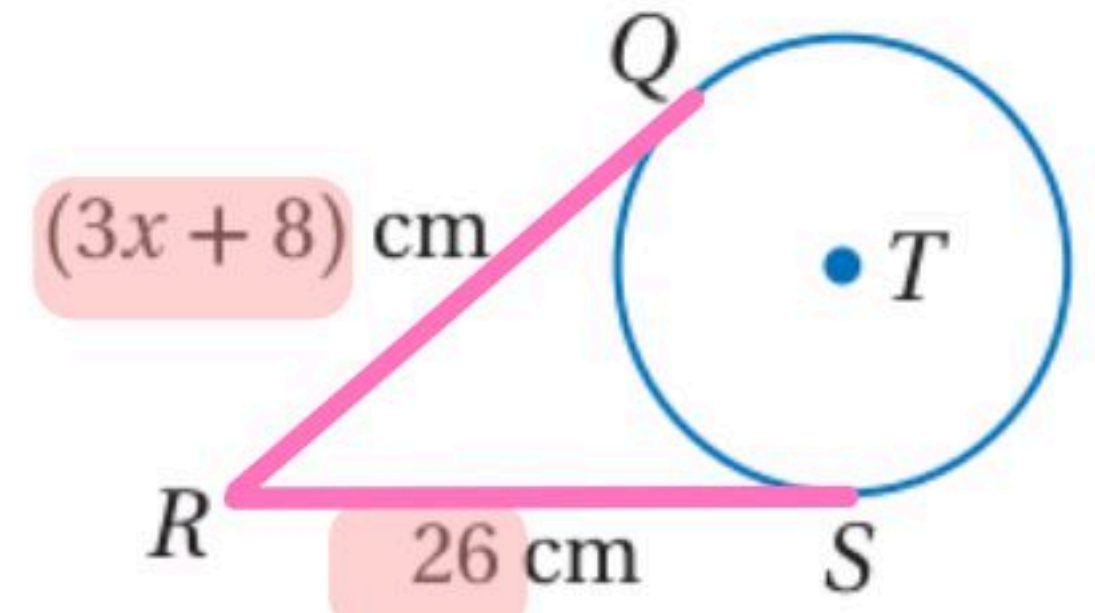
جبر: أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين، مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة هي مماسٌ فعلاً.

المماسان المرصومان من نقطة خارج الدائرة متطابقان

$$3x + 8 = 26$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

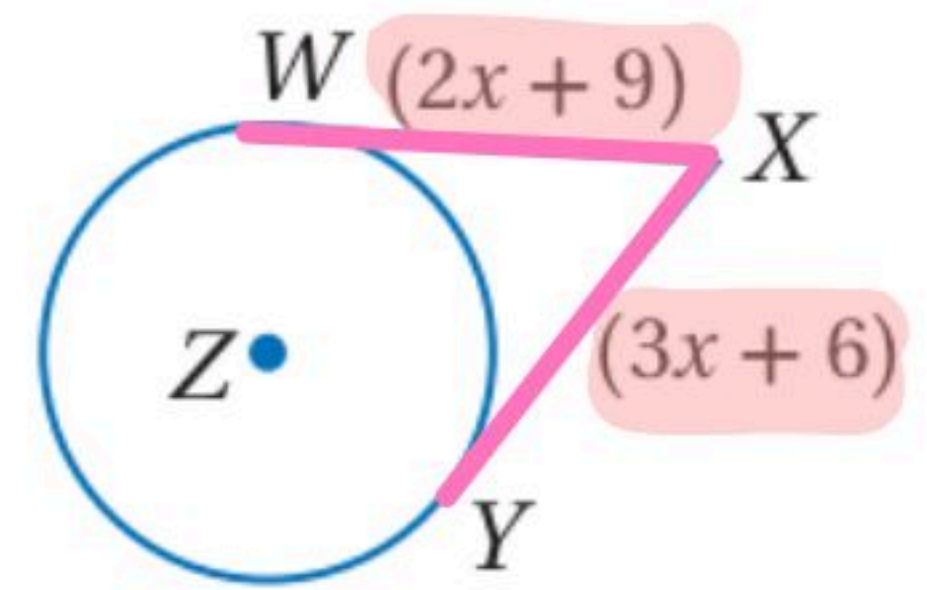


(4A)

$$3x + 6 = 2x + 9$$

$$x + 6 = 9$$

$$x = 3$$



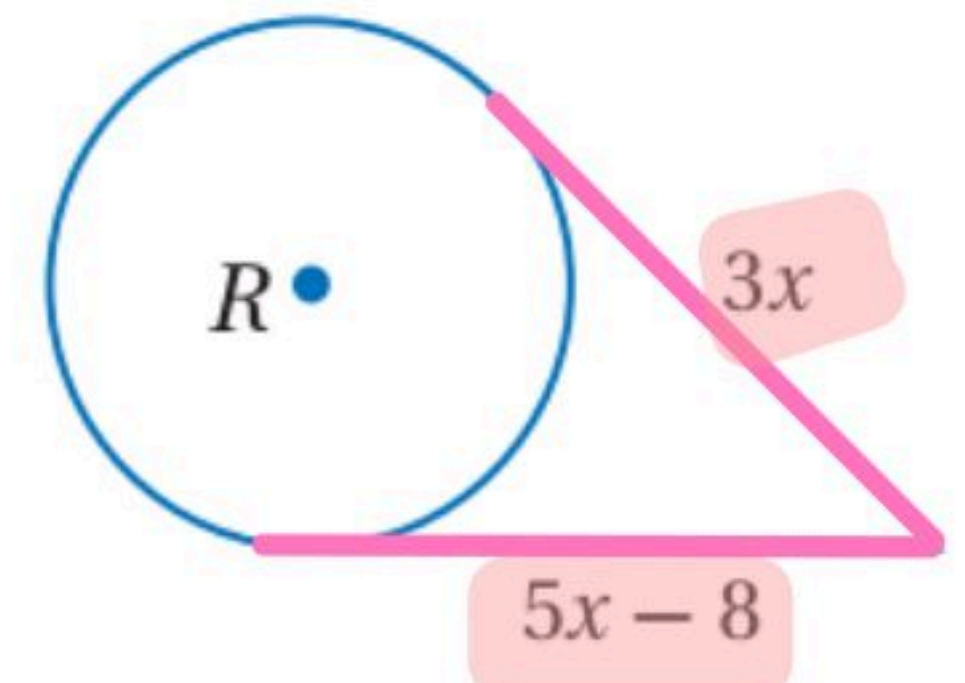
(4B)

$$5x - 8 = 3x$$

$$2x - 8 = 0$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$



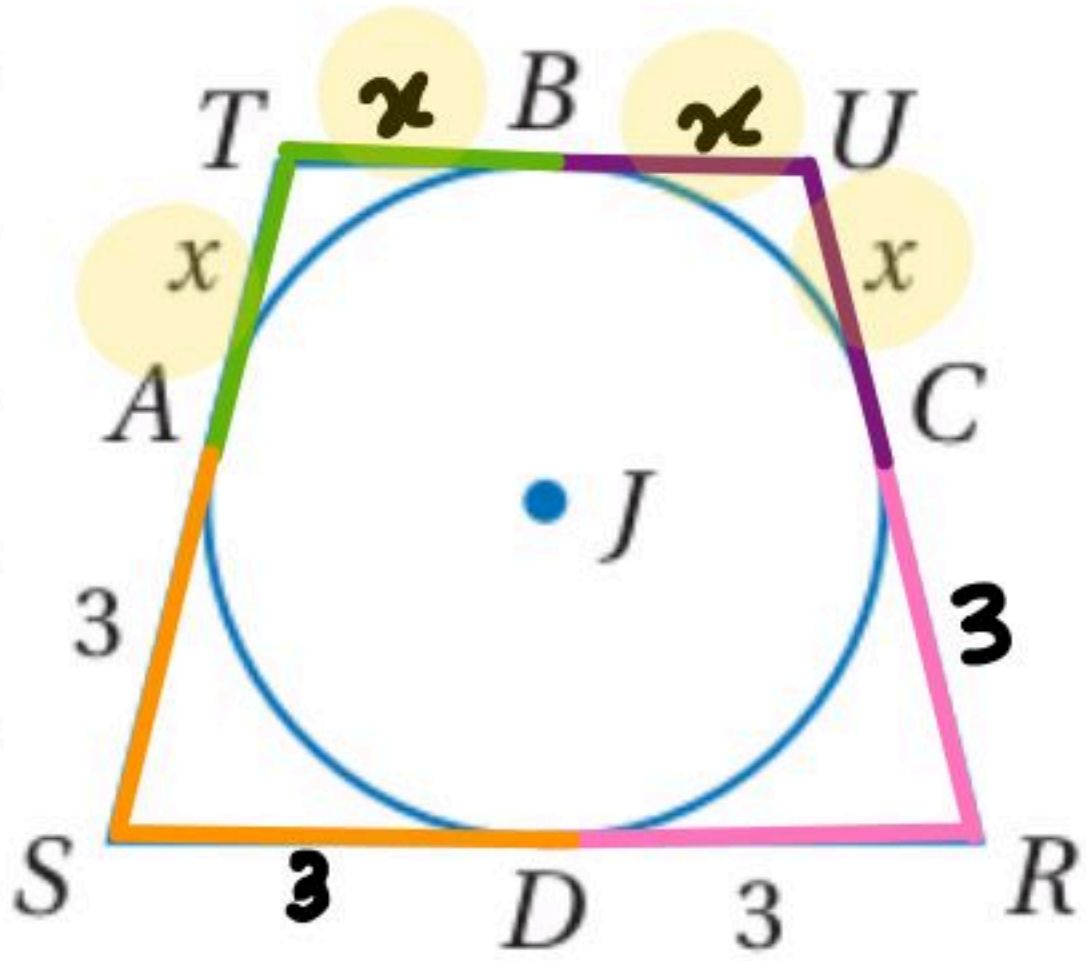
(6)

إيجاد قياسات المضلعات المحيطة بدائرة

تحقق من فهمك

(5) الشكل الرباعي $RSTU$ محيط بالدائرة J ، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة x .

مجموع الأضلاع = 18 وحدة



$$x + x + x + x + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

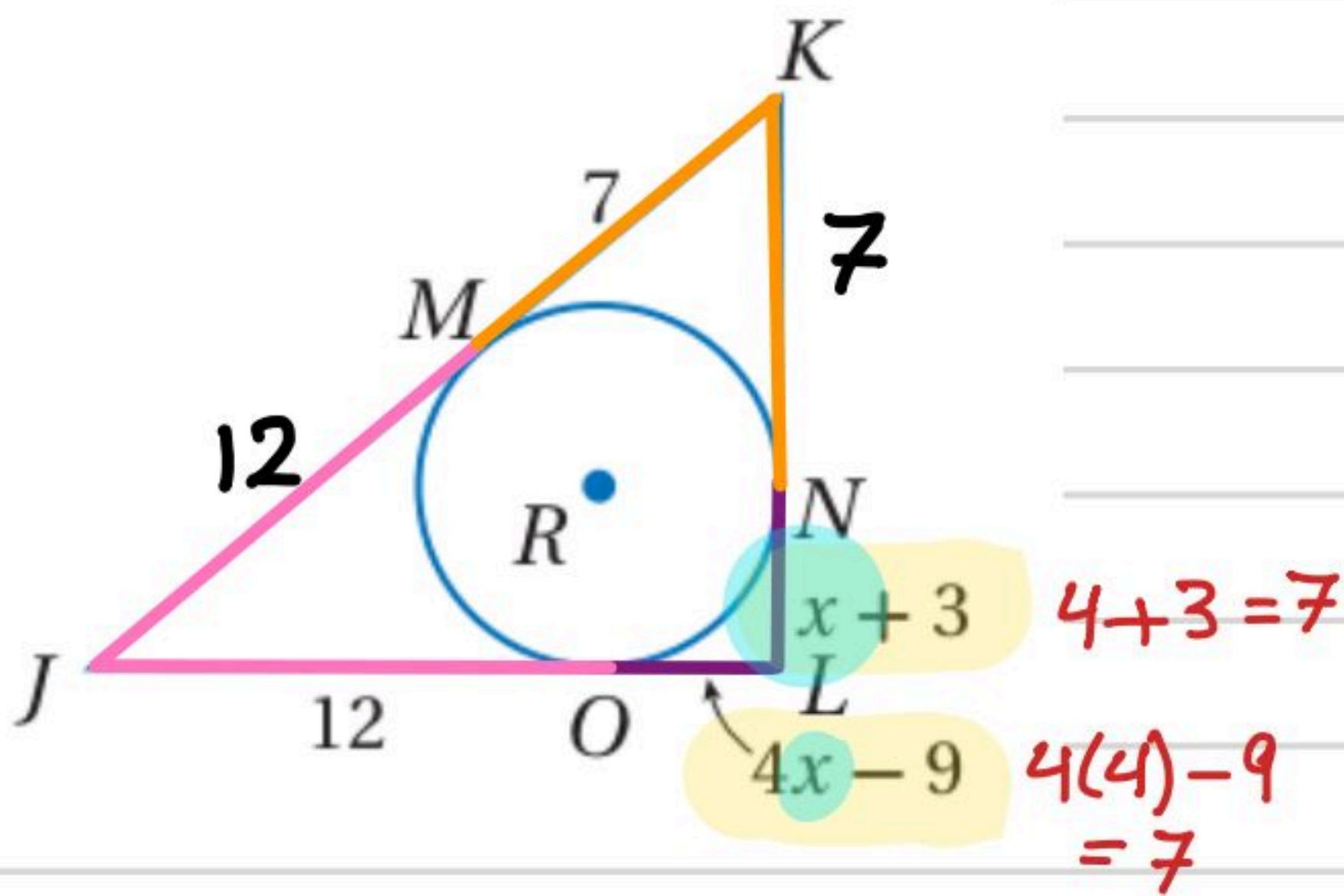
$$4x + 12 = 18$$

$$4x = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2} = 1.5$$

(8) جبر: المثلث JKL يُحيط بالدائرة R .

(a) أوجد قيمة x .



$$4x - 9 = x + 3$$

$$3x - 9 = 3$$

$$3x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

(b) أوجد محيط $\triangle JKL$.

$$\begin{aligned} \text{المحيط} &= 12 + 12 + 7 + 7 + 7 + 7 \\ &= 24 + 28 = 52 \end{aligned}$$

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

Secant, Tangent, and Angle Measures

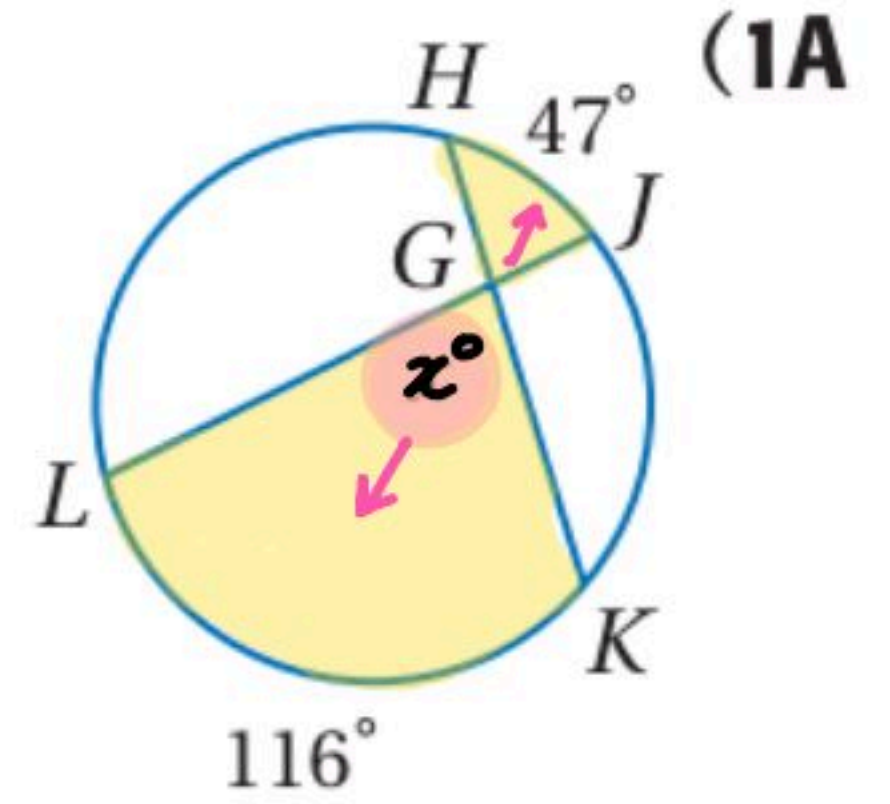
استعمال القاطعين أو الوترين المتقاطعين داخل الدائرة = (مجموع القوسين) $\frac{1}{2}$

تحقق من فهمك أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية

نجمع الزاويتين ونقسم على 2

$$x = \frac{1}{2} (116^\circ + 47^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (163) = 81.5^\circ$$



11 إيجاد y :-

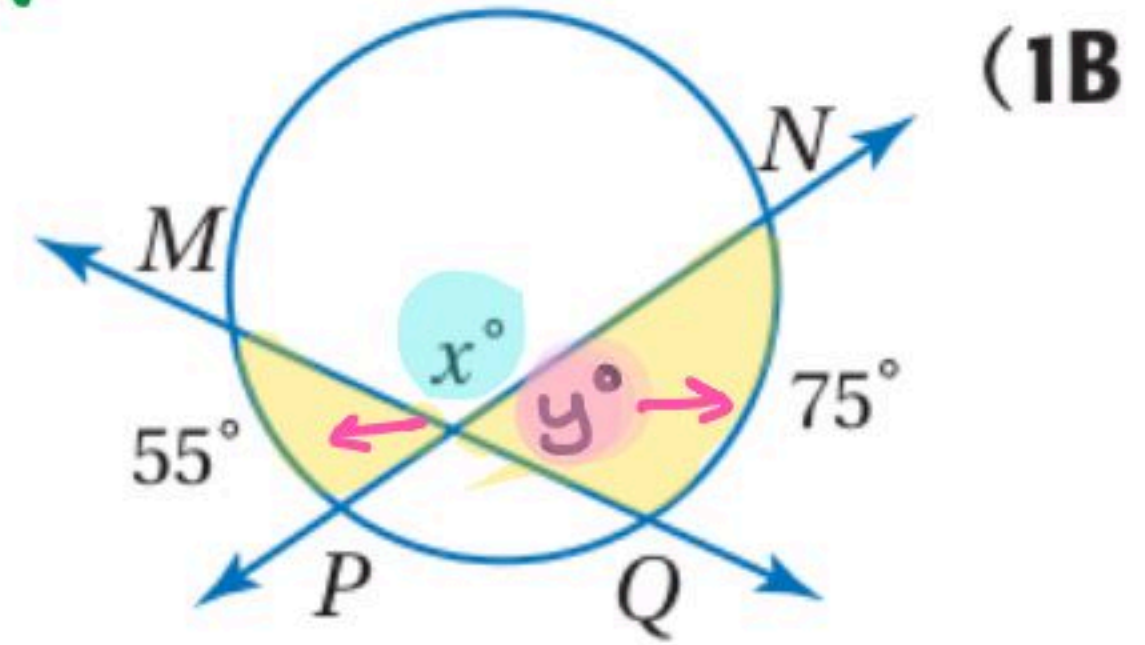
$$y = \frac{1}{2} (55^\circ + 75^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (130) = 65^\circ$$

12 إيجاد x :-

x و y زاويتان متكاملتان

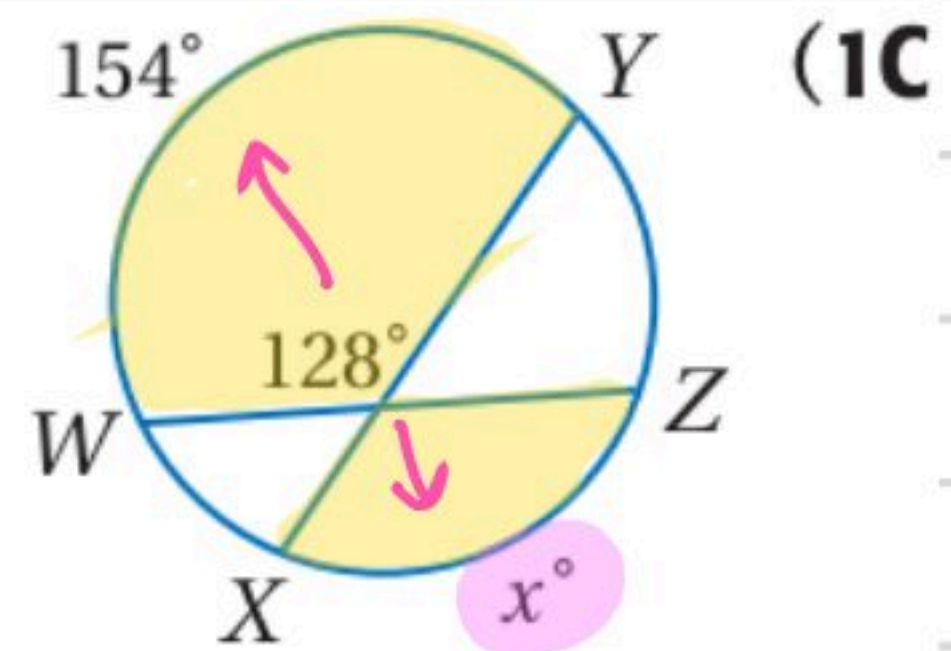
$$x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$



$$2 \times 128^\circ = \frac{1}{2} (x + 154^\circ) \quad \times 2$$

$$256^\circ = x + 154^\circ$$

$$x = 102^\circ$$

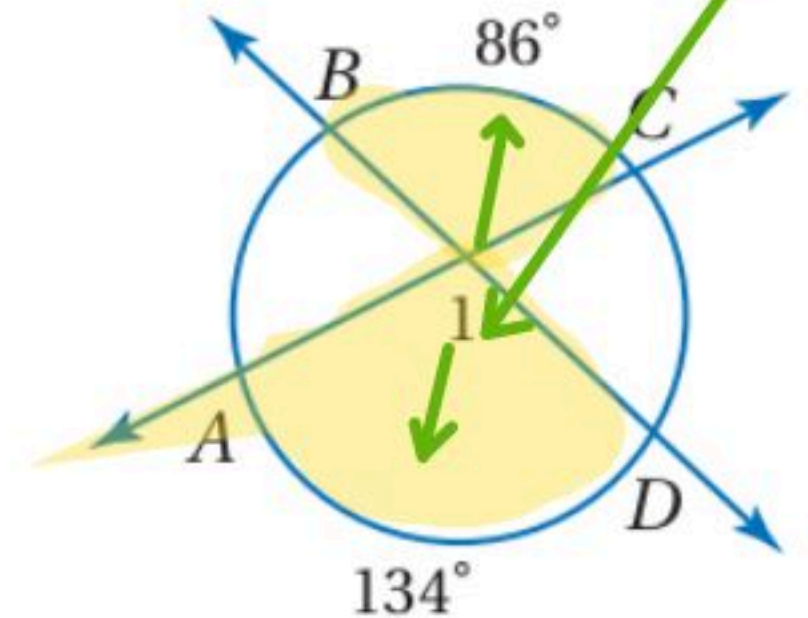


أوجد كلاً من القياسات الآتية، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

$$m\angle 1 = \frac{1}{2} (86^\circ + 134^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (220^\circ)$$

$$m\angle 1 = 110^\circ$$



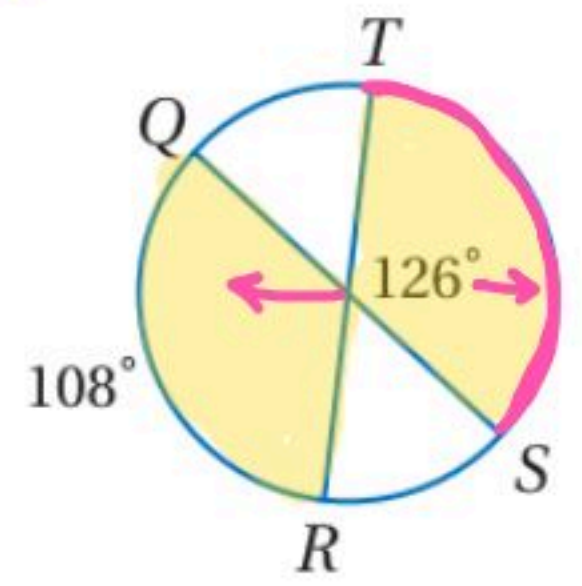
$$2 \times 126^\circ = \frac{1}{2} (m\widehat{TS} + 108^\circ) \times 2$$

$$252^\circ = m\widehat{TS} + 108^\circ$$

$$\begin{array}{r} 252^\circ \\ -108^\circ \\ \hline \end{array}$$

$$m\widehat{TS} = 144^\circ$$

$m\widehat{TS}$ (2)



1/ إيجاد y :-

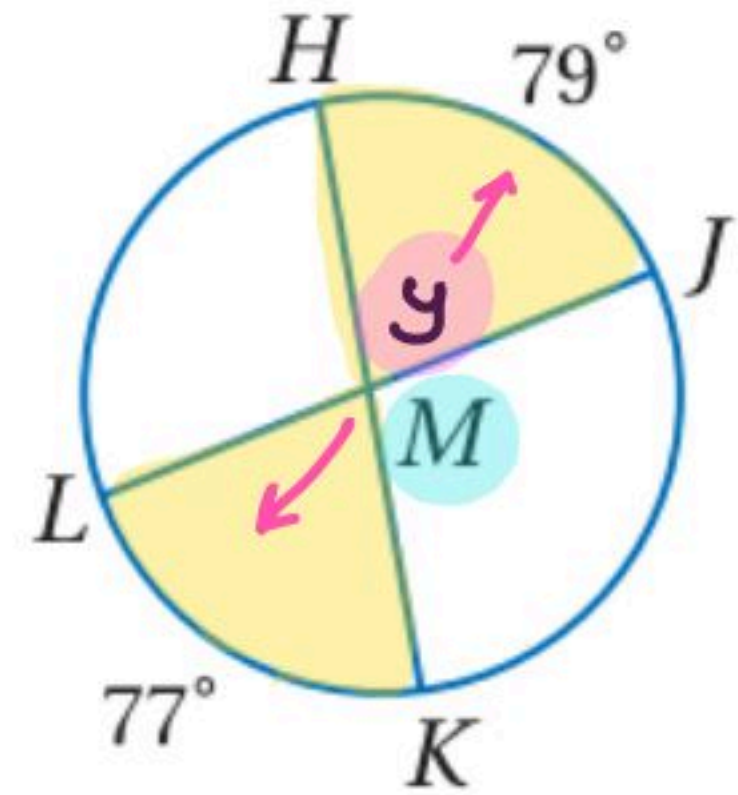
$$y = \frac{1}{2} (77^\circ + 79^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (156^\circ) = 78^\circ$$

2/ إيجاد M :-

$$M = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

$m\angle JMK$ (9)

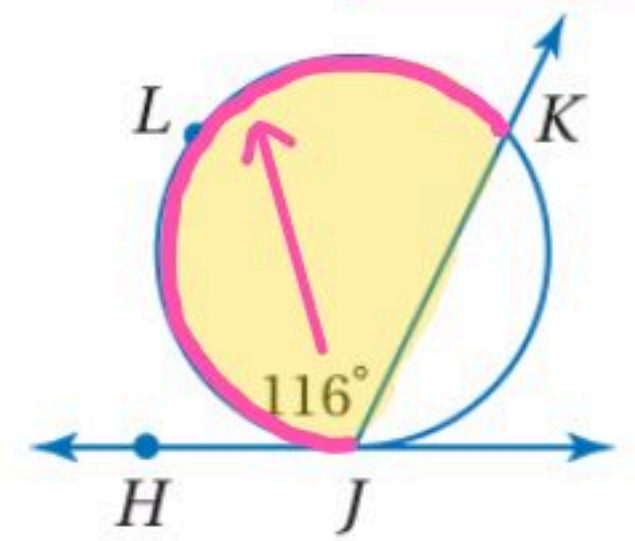


استعمال القاطع والمماس المتقاطعين على الدائرة
(قياس القوس) = $\frac{1}{2}$ الزاوية المماسية

$$116^\circ = \frac{1}{2} (m\widehat{JLK})$$

$$m\widehat{JLK} = 116^\circ \times 2 = 232^\circ$$

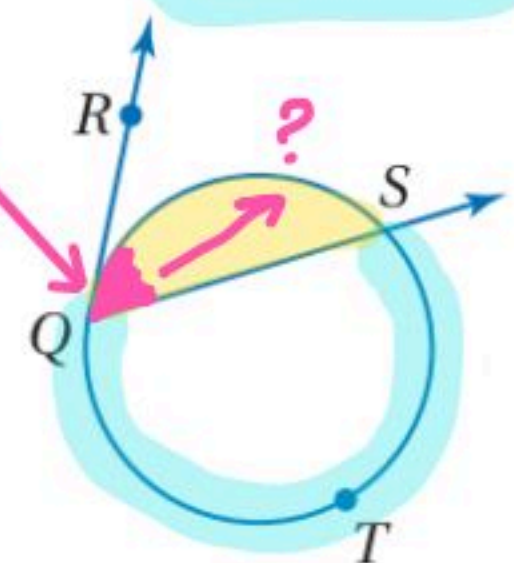
(2A) أوجد $m\widehat{JLK}$



$$m\widehat{QS} = 360^\circ - 238^\circ = 122^\circ$$

$$m\angle RQS = \frac{1}{2} (122^\circ) = 61^\circ$$

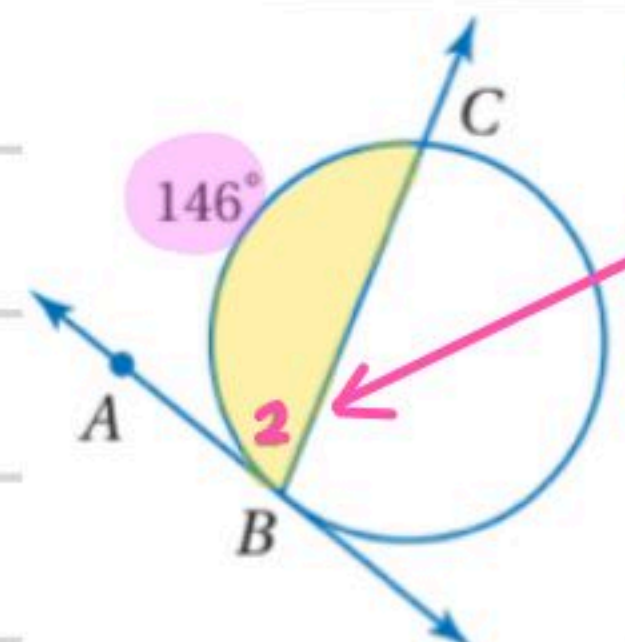
(2B) إذا كان: $m\widehat{QTS} = 238^\circ$ ، فأوجد $m\angle RQS$



$$m\angle 2 = \frac{1}{2} (\text{القوس BC})$$

$$= \frac{1}{2} (146^\circ) = 73^\circ$$

$m\angle 2$ (3)



$$\begin{aligned} & \text{1- إيجاد القوس } \widehat{ACD} \text{ الكبير} \\ & = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ \end{aligned}$$

$$m\angle DAB = \frac{1}{2} (250^\circ) = 125^\circ$$

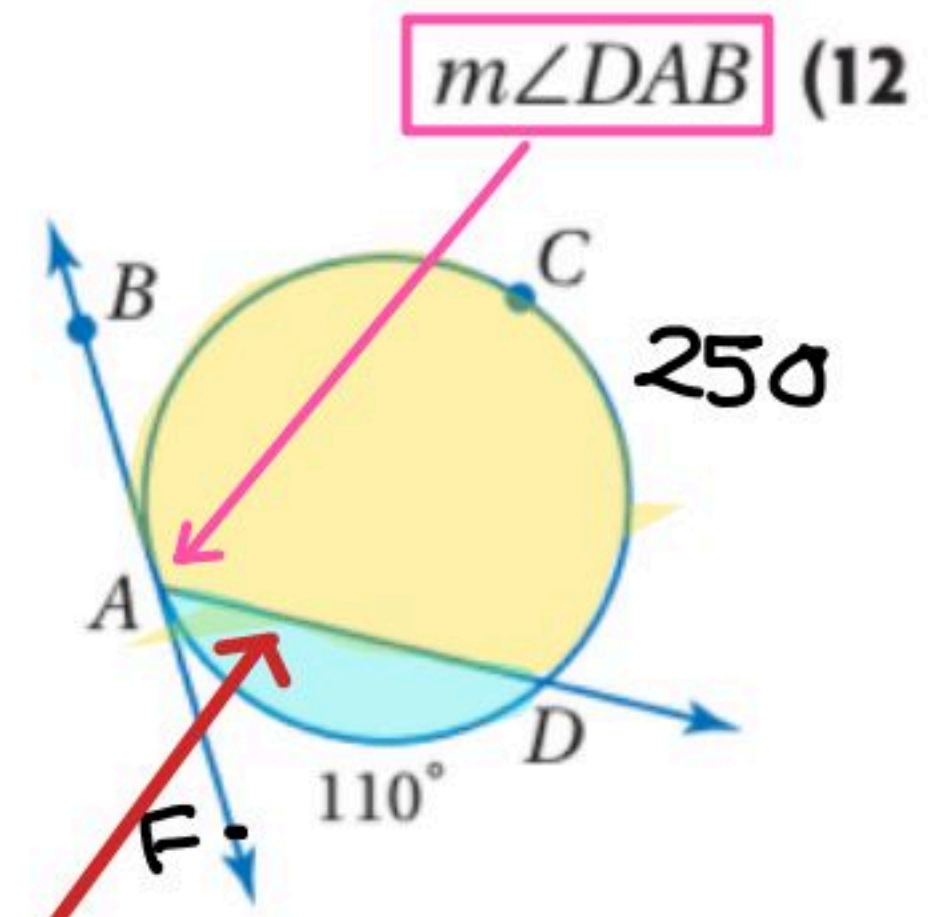
طريقة أخرى:-

$$\text{1- إيجاد الزاوية } m\angle DAF$$

$$m\angle DAF = \frac{1}{2} (110^\circ) = 55^\circ$$

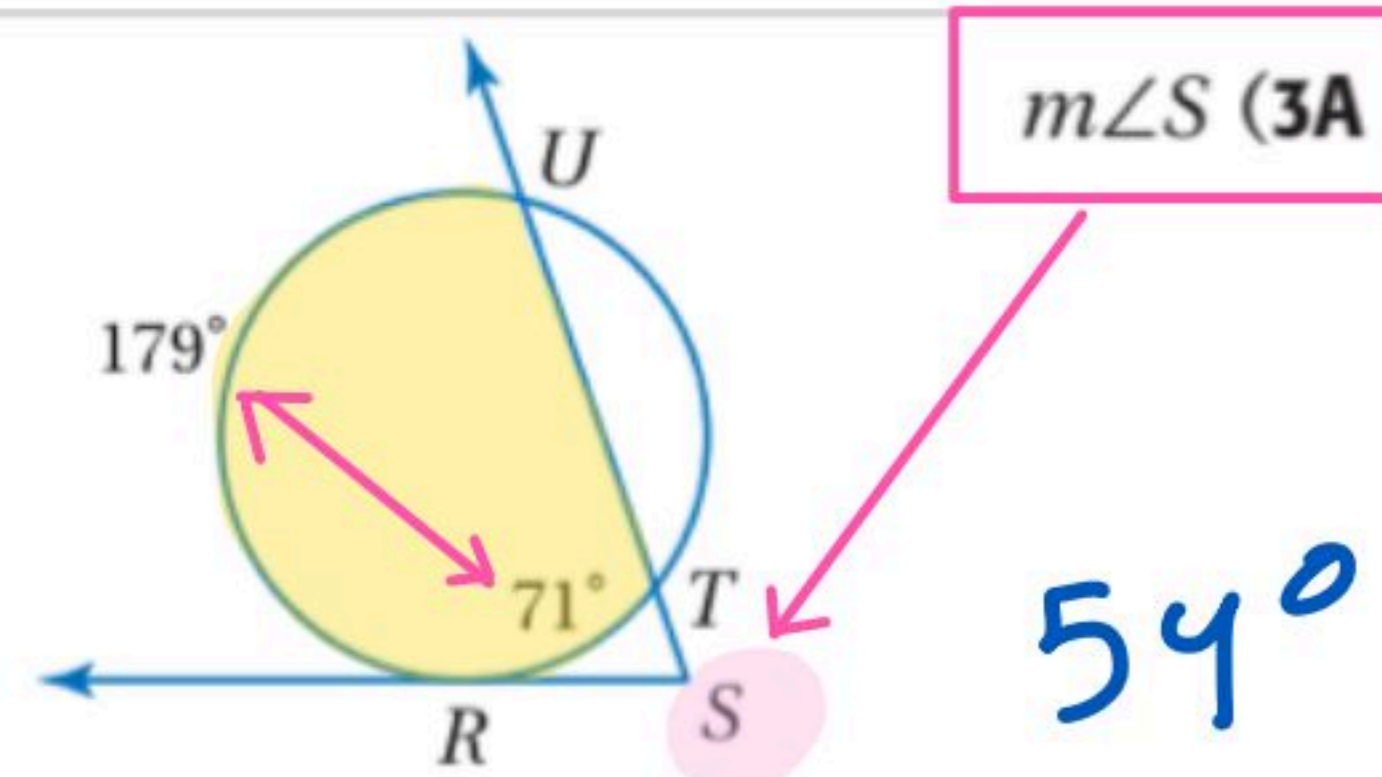
الزاوية المطلوبة:-

$$m\angle DAB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$



استعمال المماسات والقواطع التي تتقاطع خارج الدائرة - القوس الكبير - الصغير - الصغير
نطرح الزاويتين ونقسم على 2

$$\begin{aligned} m\angle S &= \frac{1}{2} (179^\circ - 71^\circ) \\ &= \frac{1}{2} (108^\circ) = 54^\circ \end{aligned}$$

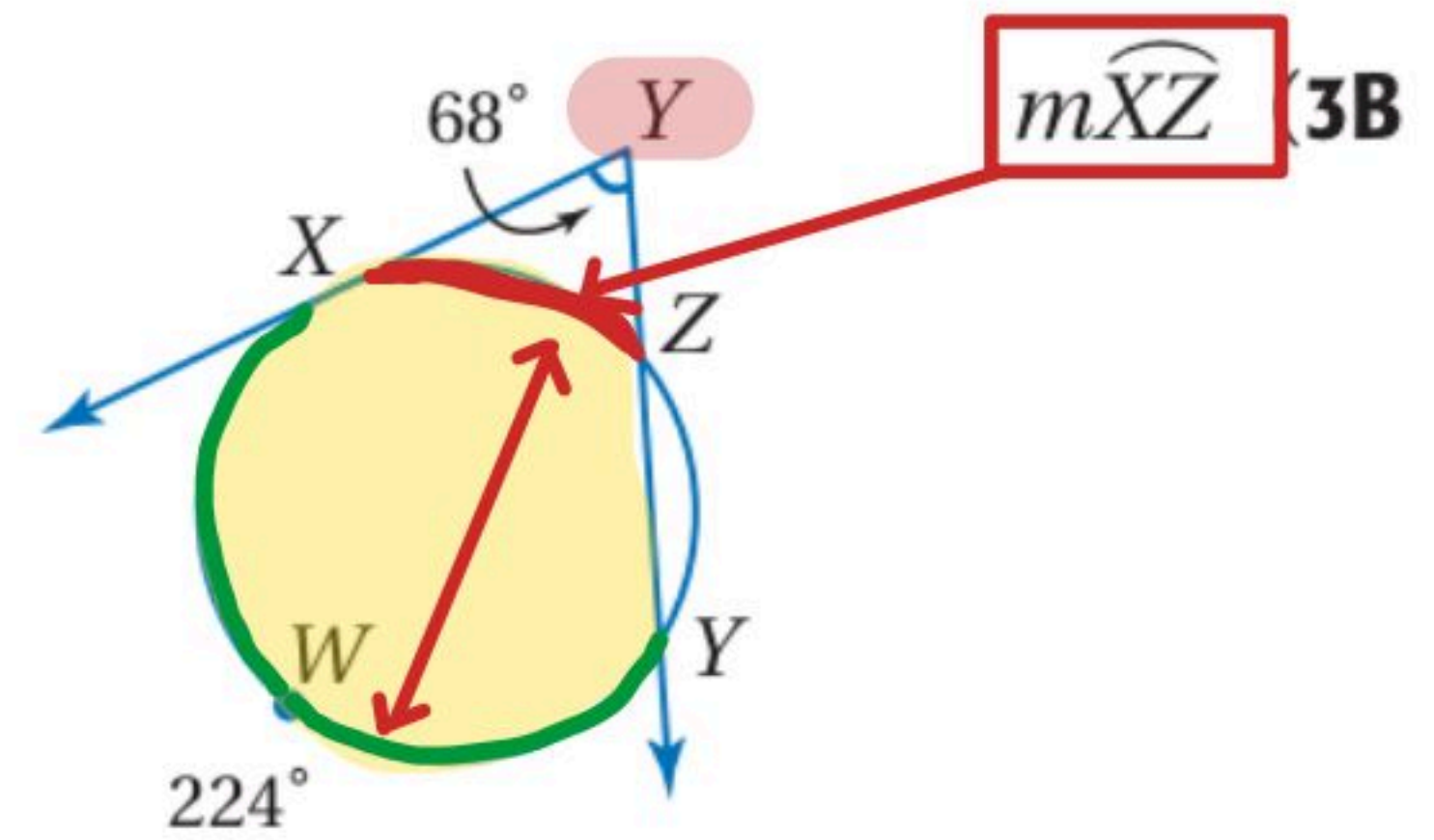


$$y = \frac{1}{2} (\text{القوس الأصغر} - \text{القوس الأكبر})$$

$$2 \times 68^\circ = \frac{1}{2} (224^\circ - m\widehat{XZ}) \times 2$$

$$136^\circ = 224^\circ - m\widehat{XZ}$$

$$\begin{aligned} -88^\circ &= -m\widehat{XZ} & m\widehat{XZ} &= 88^\circ \end{aligned}$$

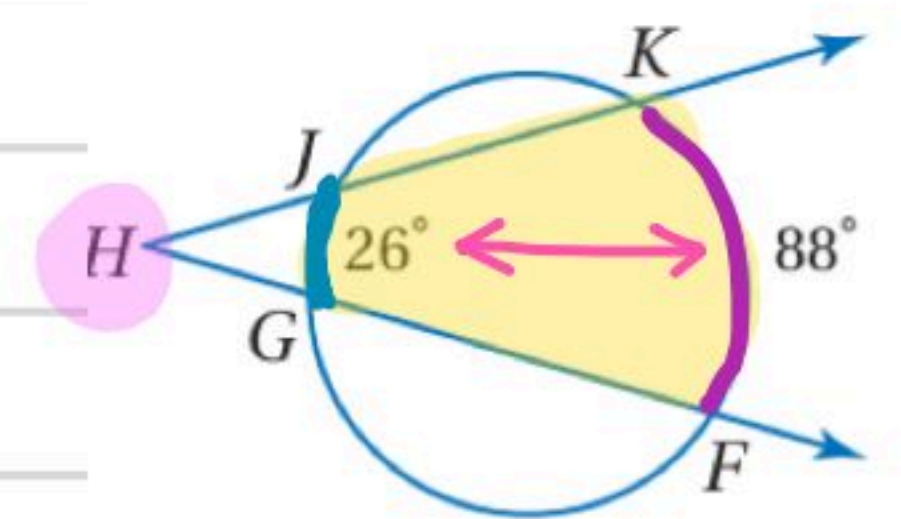


$$m\angle H = \frac{1}{2} (\text{الصغير} - \text{الكبير})$$

m∠H (4)

$$= \frac{1}{2} (88^\circ - 26^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (62^\circ) = 31$$

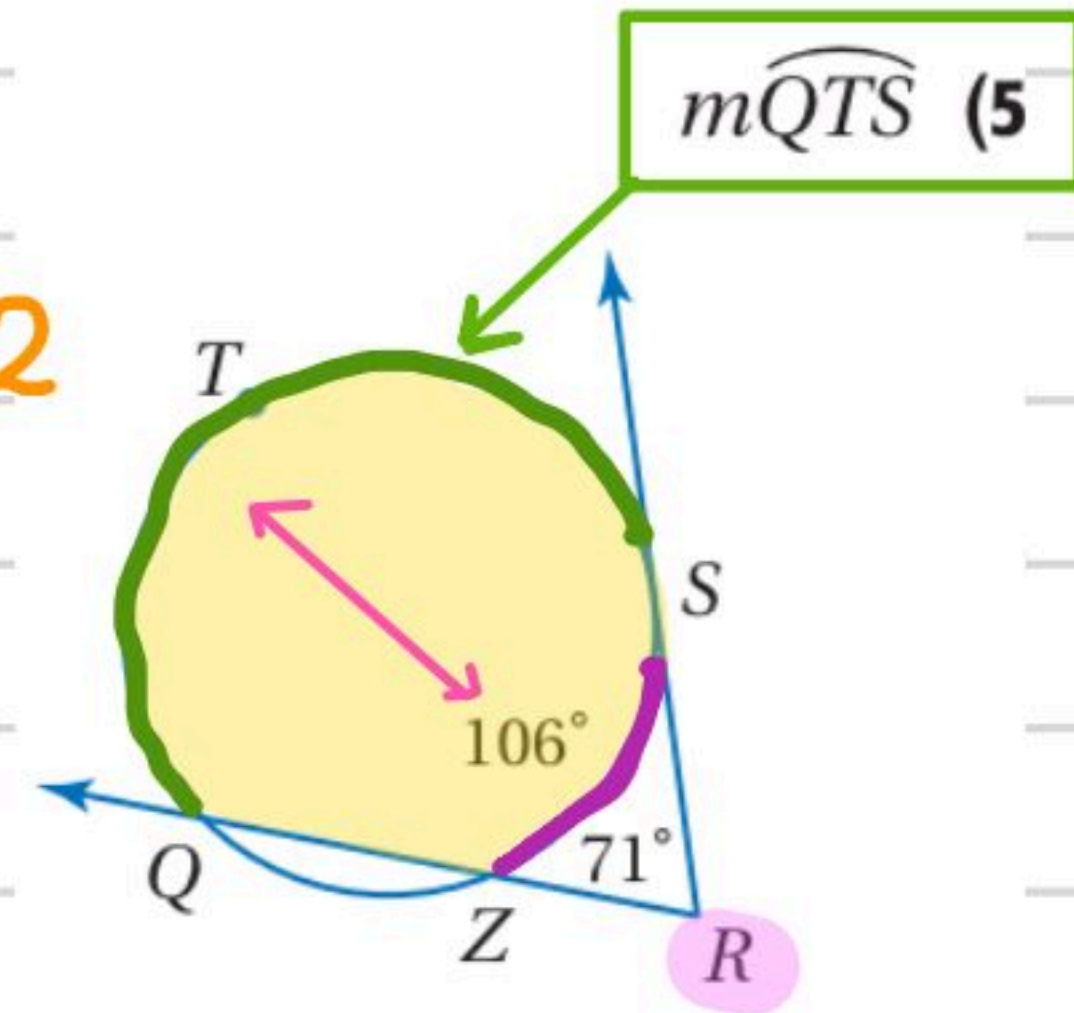


$$m\angle R = \frac{1}{2} (\text{الصغير} - \text{الكبير})$$

$$2 \times 71^\circ = \frac{1}{2} (m\widehat{QTS} - 106^\circ) \times 2$$

$$142^\circ = m\widehat{QTS} - 106^\circ$$

$$m\widehat{QTS} = 248^\circ$$

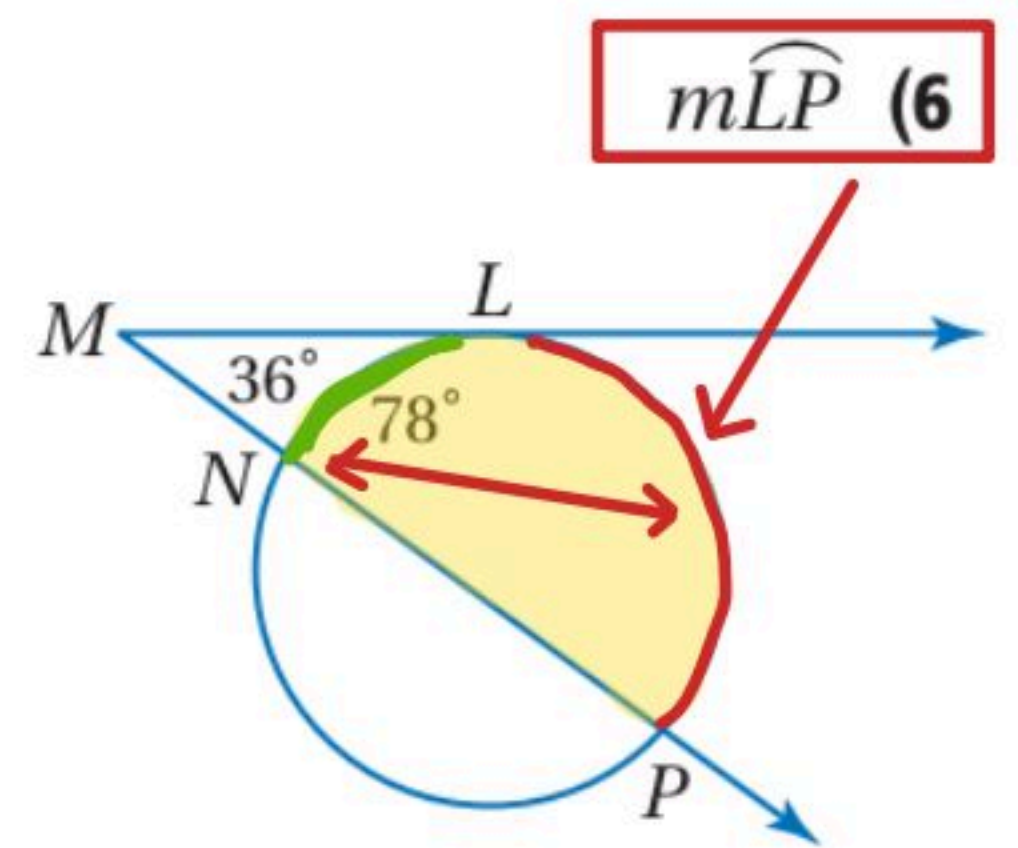


$$m\angle M = \frac{1}{2} (\text{الصغير} - \text{الكبير})$$

$$2 \times 36^\circ = \frac{1}{2} (m\widehat{LP} - 78^\circ) \times 2$$

$$72^\circ = m\widehat{LP} - 78^\circ$$

$$m\widehat{LP} = 150^\circ$$



١١ إيجاد القوس الكبير:-

$$360^\circ - 99^\circ = 261^\circ$$

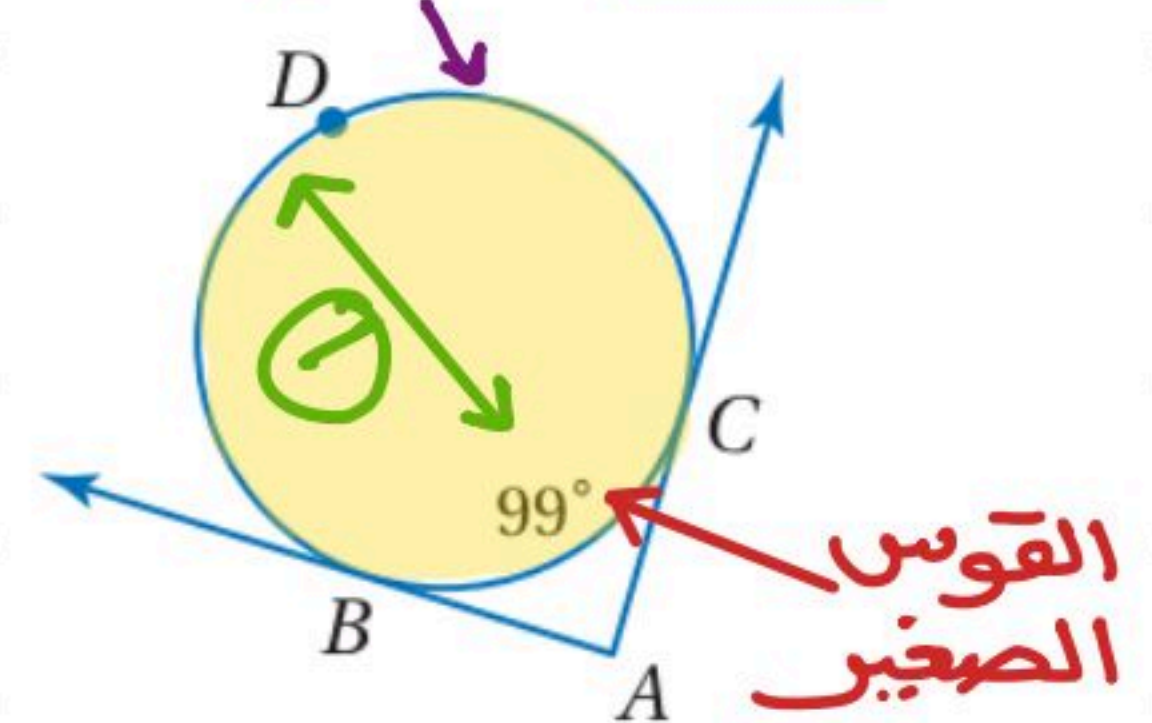
١٢ إيجاد الزاوية A:-

$$m\angle A = \frac{1}{2} (261^\circ - 99^\circ)$$

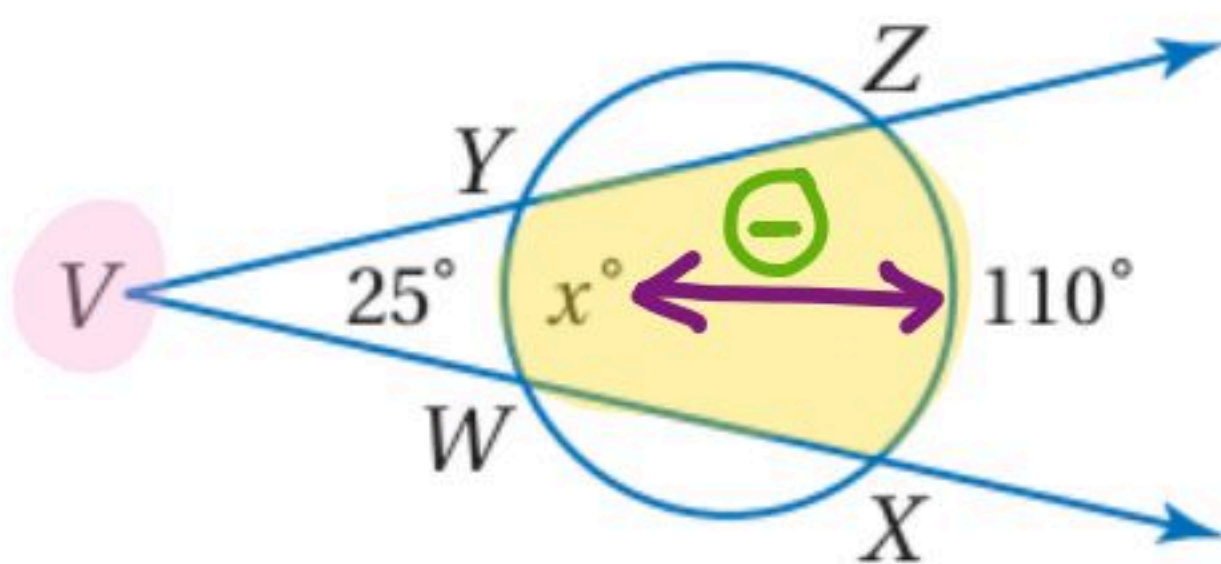
$$= \frac{1}{2} (162^\circ) = 81^\circ$$

القوس الكبير

$m\angle A$ (15)



تحقق من فهمك



(4) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

$$2 \times 25^\circ = \frac{1}{2} (110^\circ - x) \times 2$$

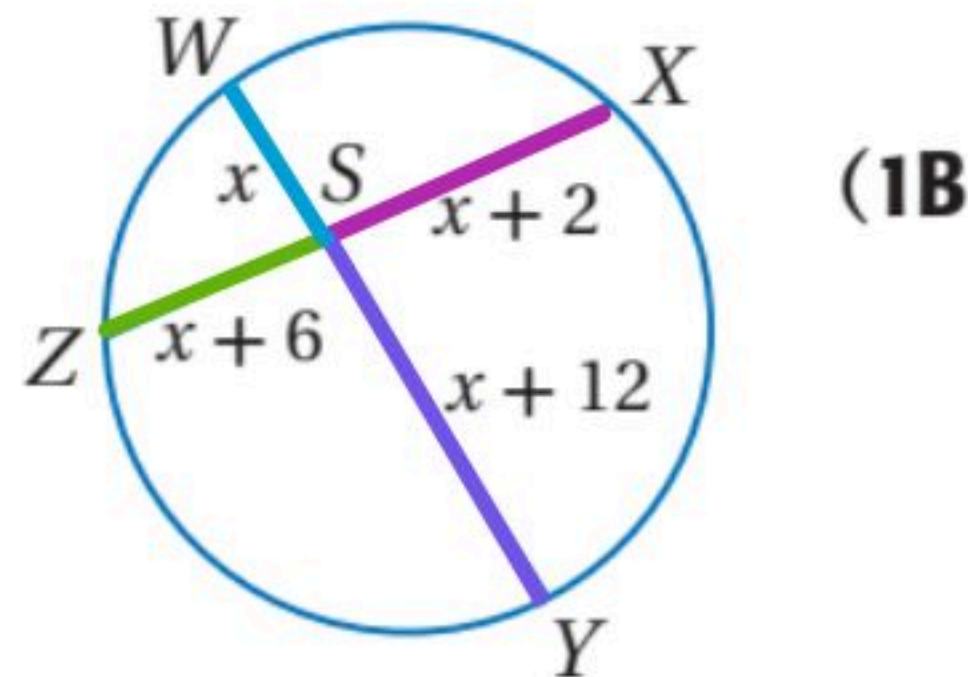
$$50^\circ = 110^\circ - x$$

$$\frac{-x}{-1} = \frac{-60^\circ}{-1}$$

$$x = 60^\circ$$

استعمال تقاطع وترين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين :



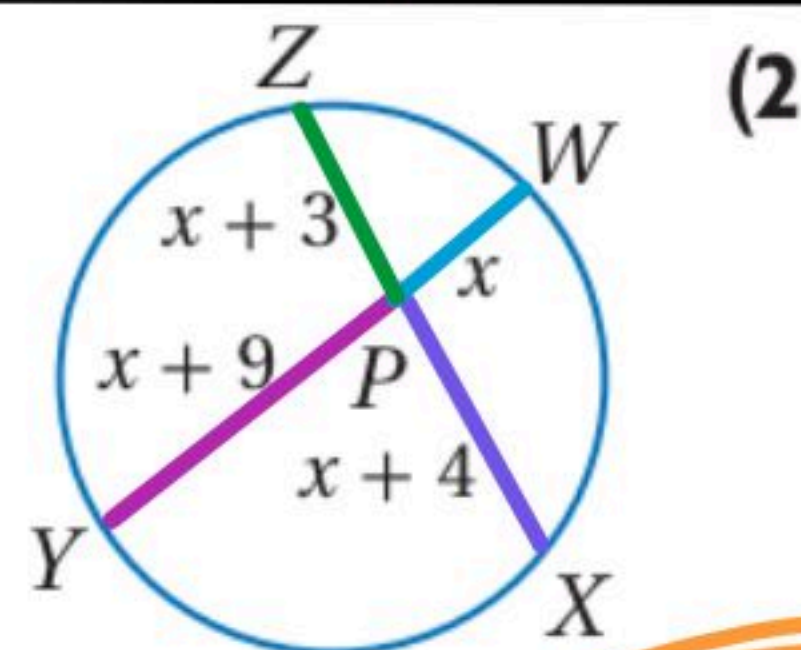
$$x(x+12) = (x+2)(x+6)$$

$$x^2 + 12x = x^2 + 6x + 2x + 12$$

$$x^2 + 12x = x^2 + 8x + 12$$

$$12x - 8x = 12$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4} \quad \boxed{x=3}$$



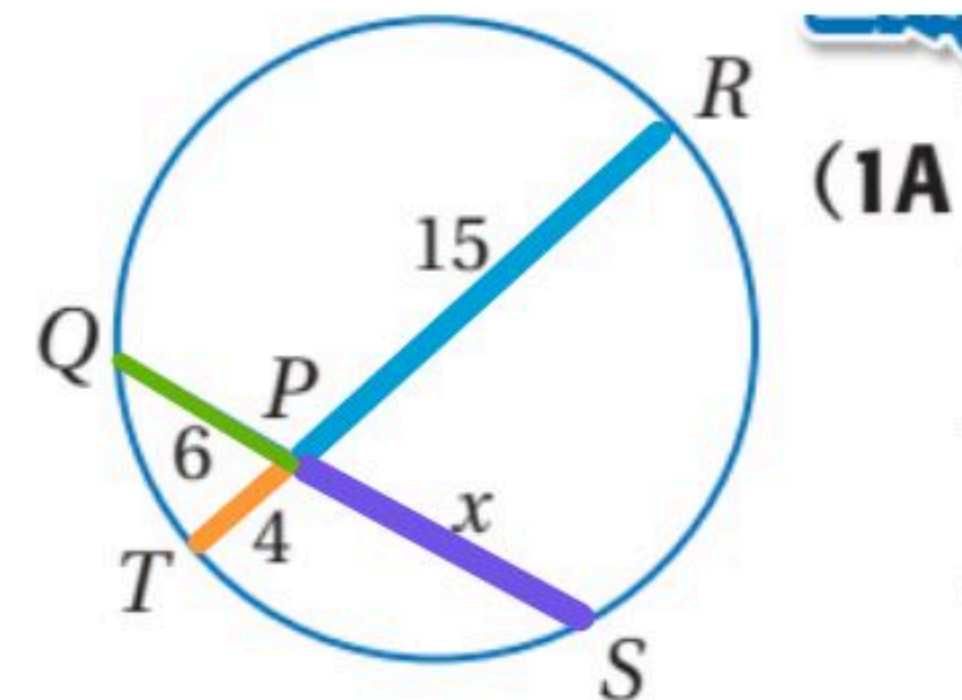
$$x(x+9) = (x+3)(x+4)$$

$$x^2 + 9x = x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$x^2 + 9x = x^2 + 7x + 12$$

$$9x - 7x = 12$$

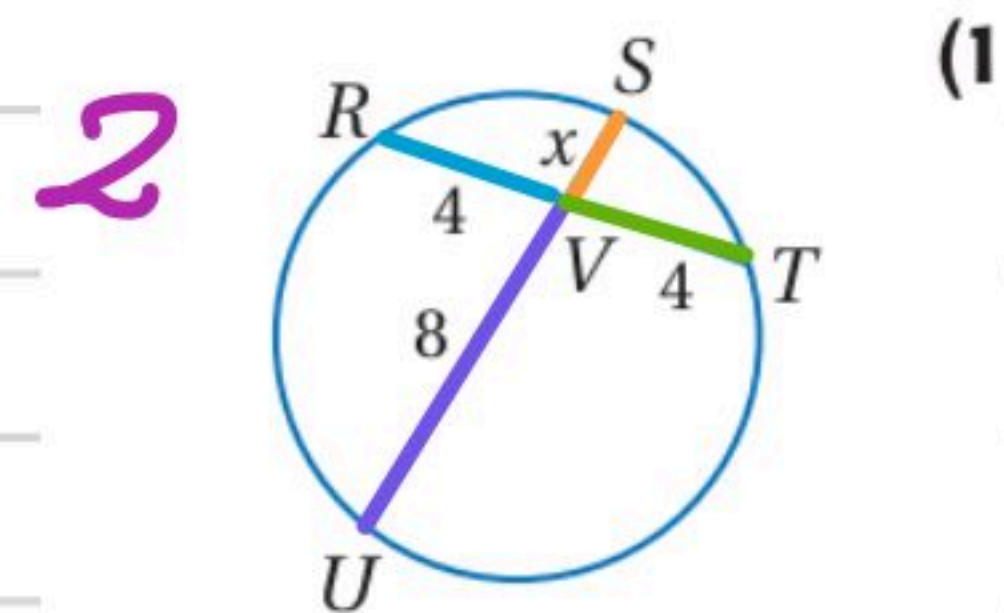
$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \quad \boxed{x=6}$$



$$x(6) = (4)(15)$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{60}{6}$$

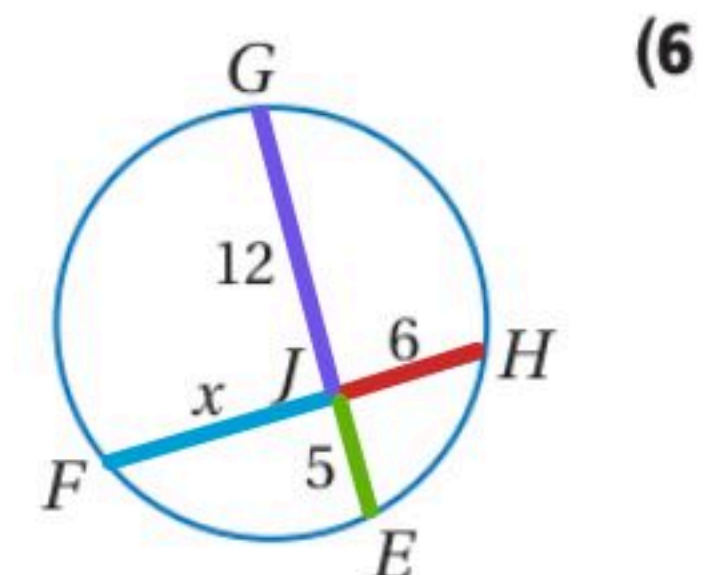
$$\boxed{x=10}$$



$$x(8) = (4)(4)$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$\boxed{x=2}$$



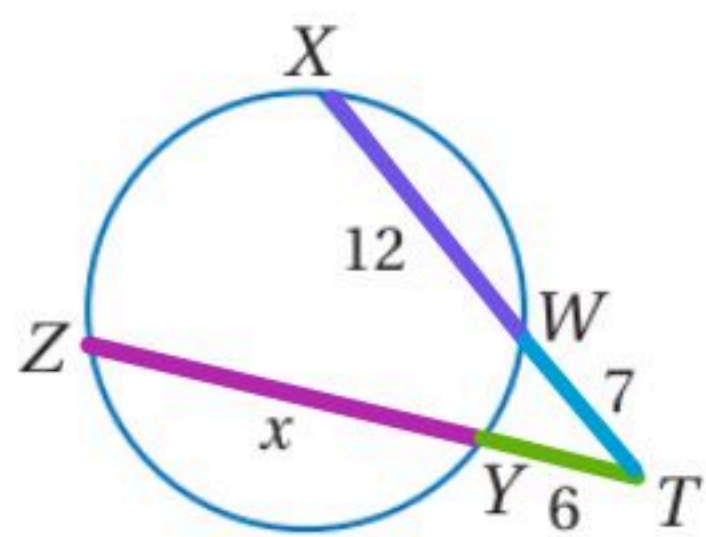
$$x(6) = (5)(12)$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{60}{6}$$

$$\boxed{x=10}$$

استعمال تقاطع القاطعين

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



(3B)

$$(6)(6 + x) = (7)(7 + 12)$$

$$36 + 6x = 7(19)$$

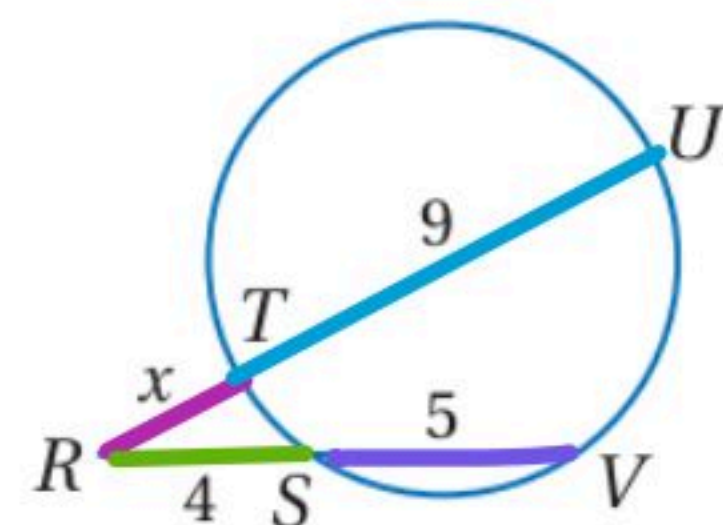
$$36 + 6x = 133$$

~~-36~~

~~-36~~

$$\frac{6x}{6} = \frac{97}{6}$$

$$x = \frac{97}{6} = 16 \frac{1}{6}$$



(3A)

$$x(x + 9) = 4(4 + 5)$$

$$x^2 + 9x = 4 \times 9$$

$$x^2 + 9x - 36 = 0$$

معادلة من الدرجة الثانية
سنستخدم طريقة التحليل
المعادلة

نبحث عن عددين حاصل
ضربهما -36 وجمعهما 9

$$(x - 3)(x + 12) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 12 = 0$$

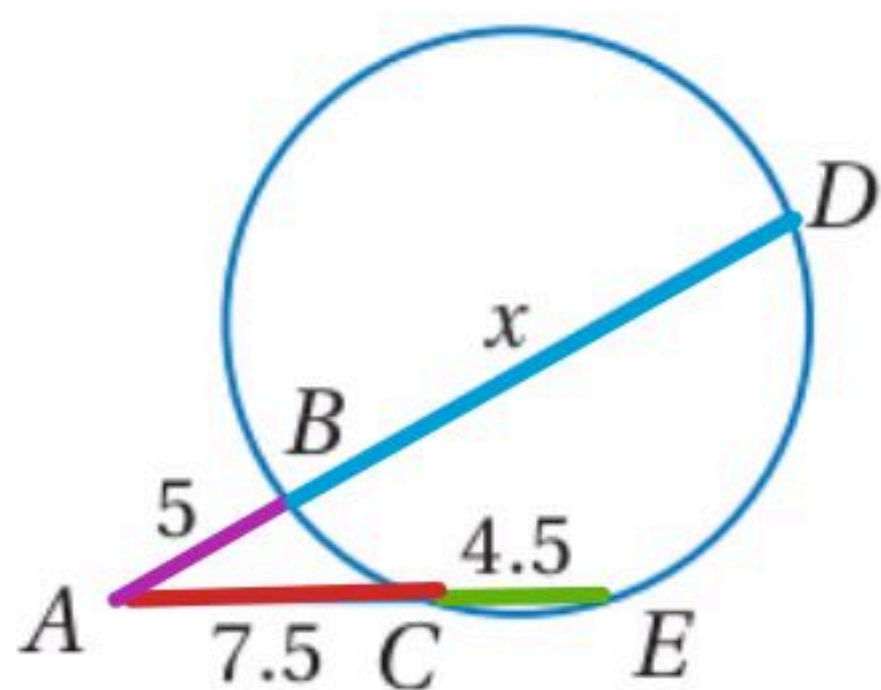
~~+3~~

~~-12~~

$$x = 3$$

~~$$x = -12$$~~

السالب مرفوض



(4)

$$5(5 + x) = 7.5(7.5 + 4.5)$$

$$25 + 5x = 7.5(12)$$

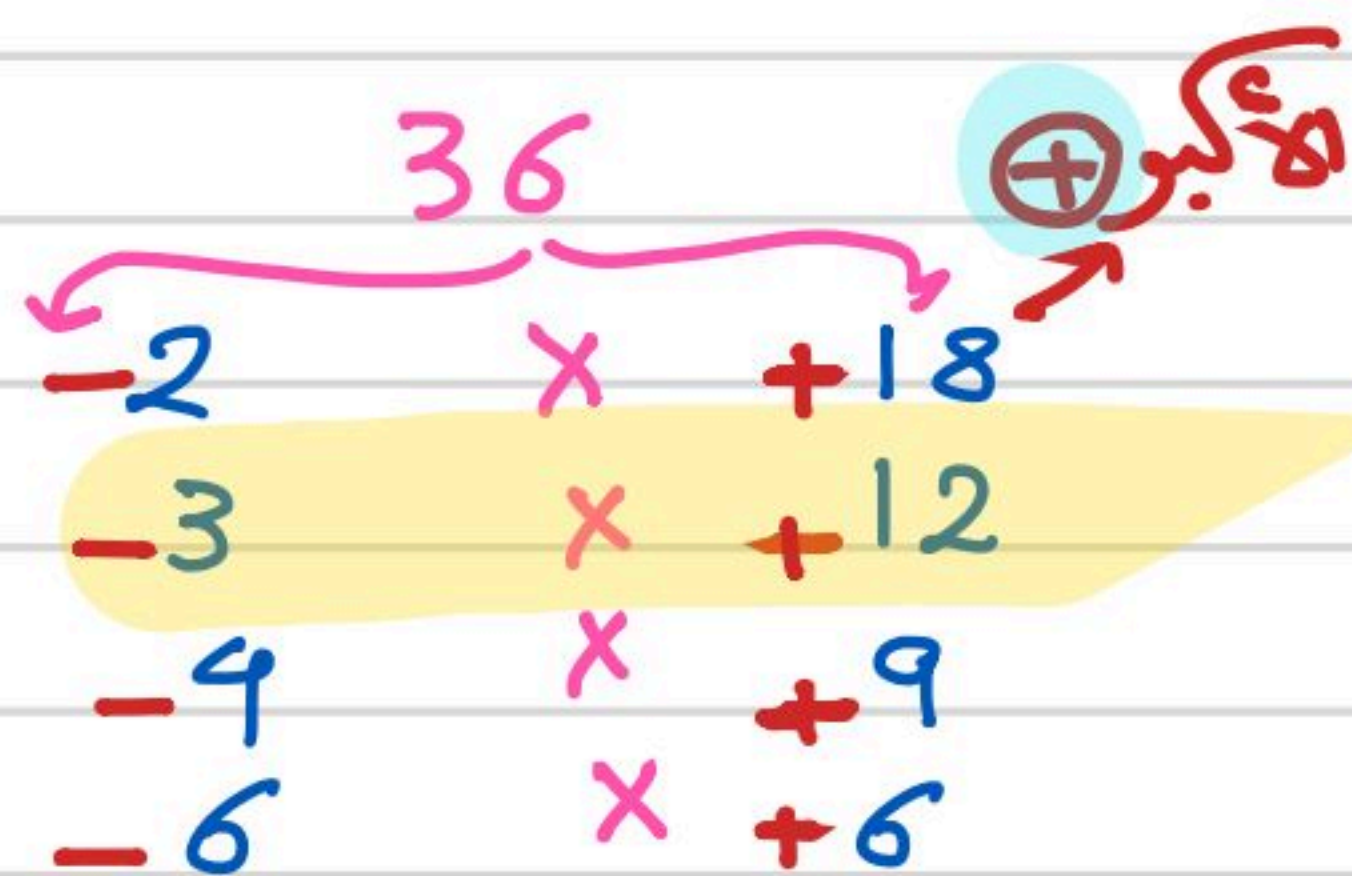
$$25 + 5x = 90$$

~~-25~~

~~-25~~

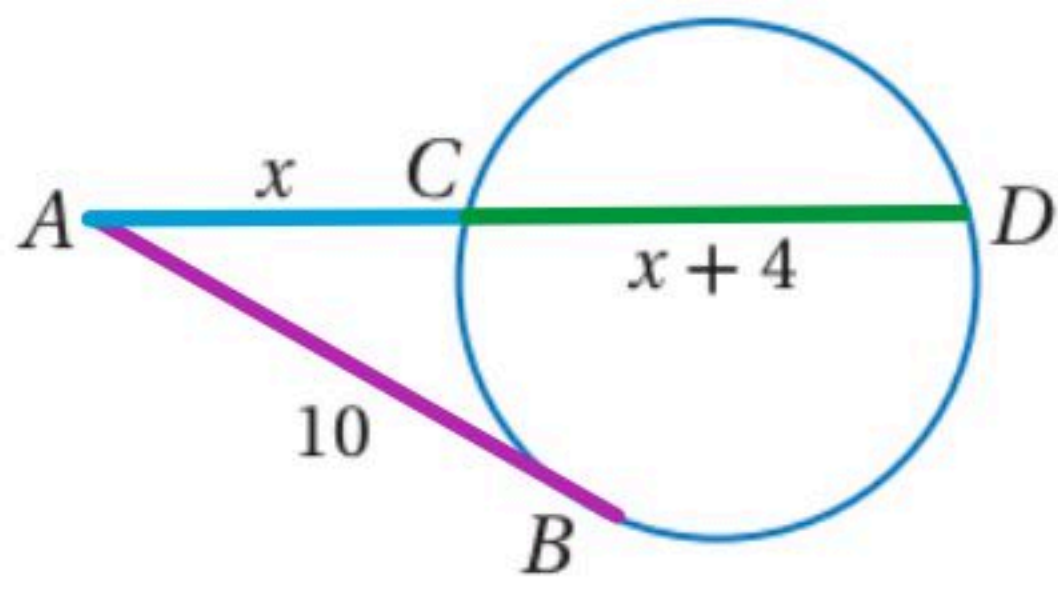
$$\frac{5x}{5} = \frac{65}{5}$$

$$x = 13$$



استعمال المماس والقاطع

تحقق من فهمك



(4) مماس \overline{AB} للدائرة في الشكل المجاور، أوجد قيمة x مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر.

$$(x)(x + x + 4) = 10^2$$

$$x(2x + 4) = 100$$

$$\div 2 \quad 2x^2 + 4x - 100 = 0$$

$$x^2 + 2x - 50 = 0$$

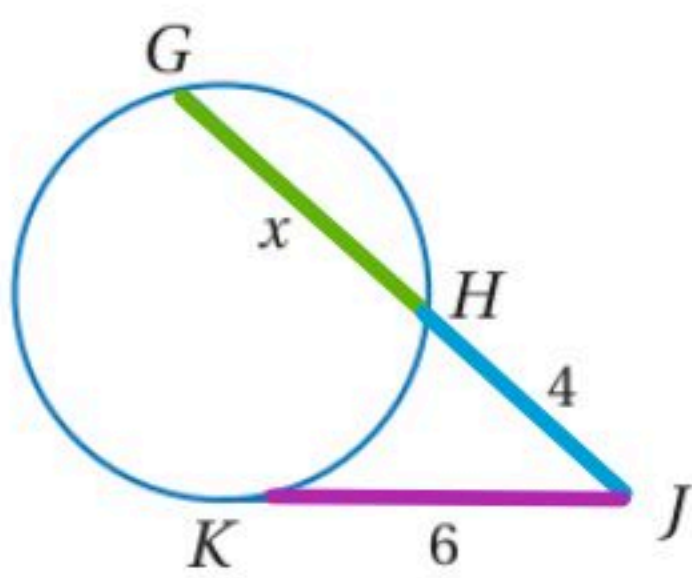
معادلة من الدرجة الثانية وحلها باستخدام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-50)}}{2(1)} = \frac{-2 + \sqrt{4 + 200}}{2}$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{204}}{2} = \boxed{8.1}$$



(3)

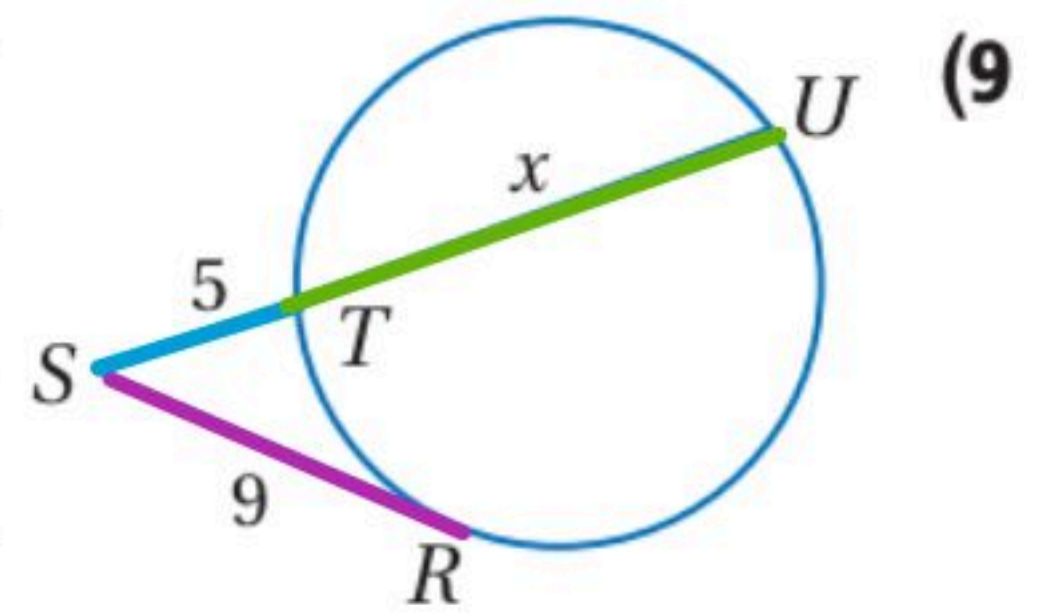
$$4(4 + x) = 6^2$$

$$16 + 4x = 36$$

$$\begin{array}{r} -16 \\ \hline 4x = 20 \\ \hline x = 5 \end{array}$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$



(9)

$$5(5 + x) = 9^2$$

$$25 + 5x = 81$$

$$\begin{array}{r} -25 \\ \hline 5x = 56 \\ \hline x = 11.2 \end{array}$$

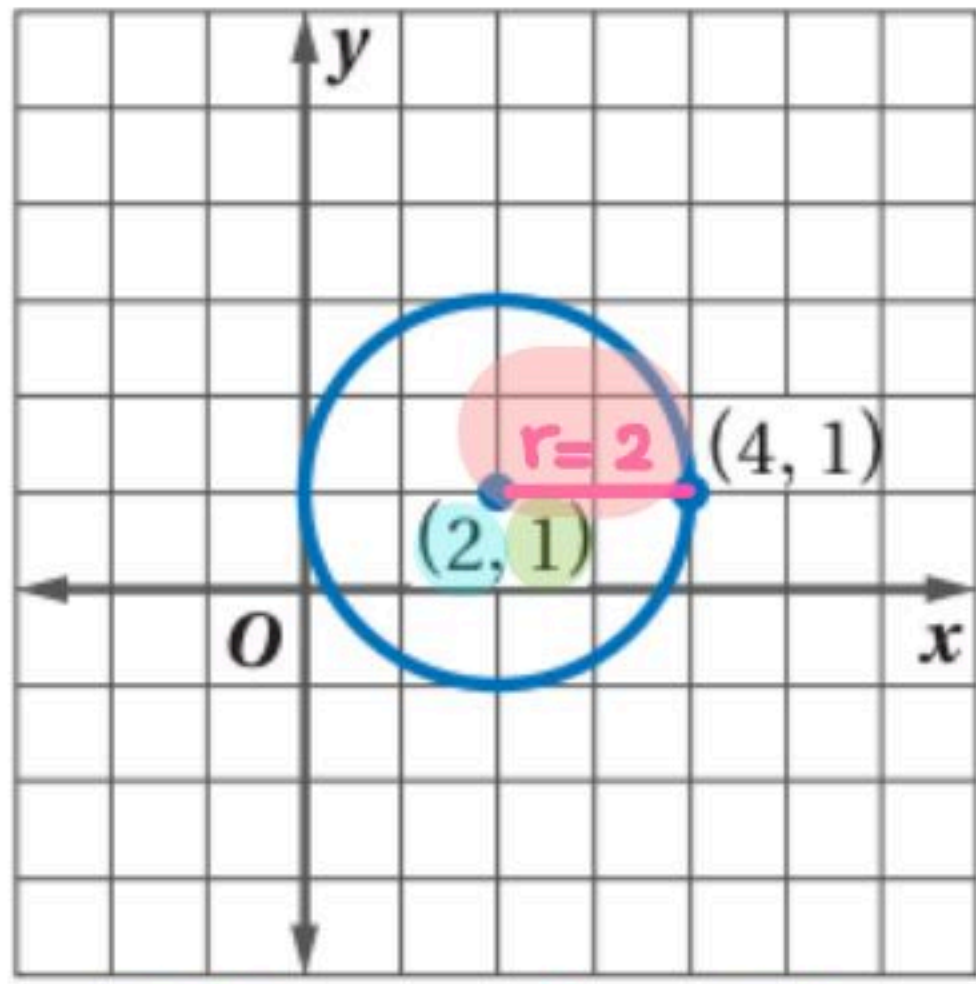
$$\frac{5x}{5} = \frac{56}{5}$$

$$x = 11.2$$

كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر

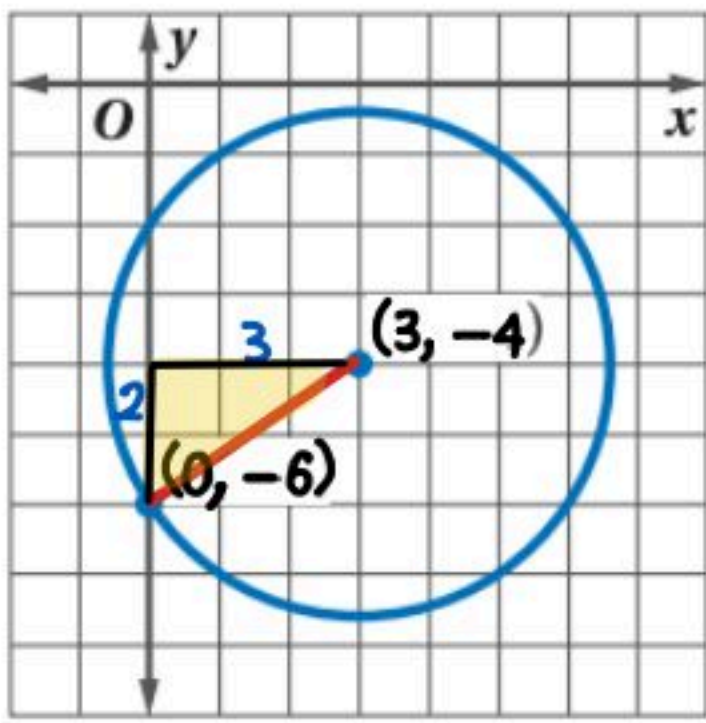
اكتب معادلة الدائرة في كل مما يأتي:

(5)

المركز = $(h, k) = (2, 1)$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 &= 2^2 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 &= 4\end{aligned}$$

(6)



لإيجاد r : استخدم نظرية فيثاغورس:
 $r^2 = 2^2 + 3^2$
 $= 4 + 9$ $r^2 = 13$

المركز = $(h, k) = (3, -4)$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \\ (x-3)^2 + (y-(-4))^2 &= 13 \\ (x-3)^2 + (y+4)^2 &= 13\end{aligned}$$

تحقق من فهمك

(1A) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها $\sqrt{10}$

$$\begin{aligned}\text{المركز} &= (0, 0) \\ x^2 + y^2 &= r^2 \\ x^2 + y^2 &= (\sqrt{10})^2 \\ x^2 + y^2 &= 10\end{aligned}$$

(1B) مركزها النقطة $(4, -1)$ ، وقطرها 8 $r=4$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \\ (x-4)^2 + (y-(-1))^2 &= 4^2\end{aligned}$$

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 16$$

(1) مركزها $(9, 0)$ ، ونصف قطرها 5

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-9)^2 + (y-0)^2 = 5^2$$

$$(x-9)^2 + y^2 = 25$$

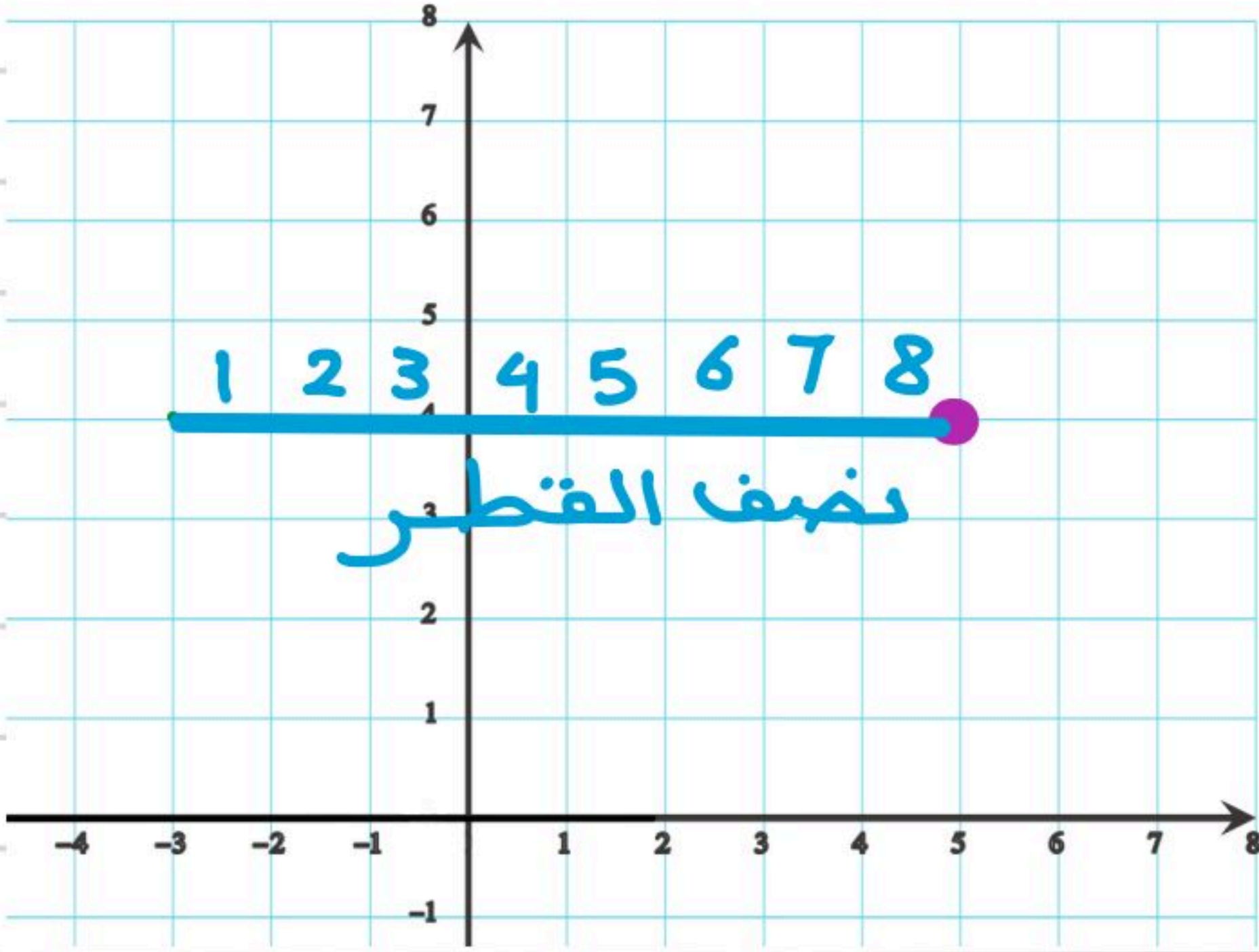
(2) مركزها $(3, 1)$ ، وقطرها 14 $r=7$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 7^2$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 49$$

كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها



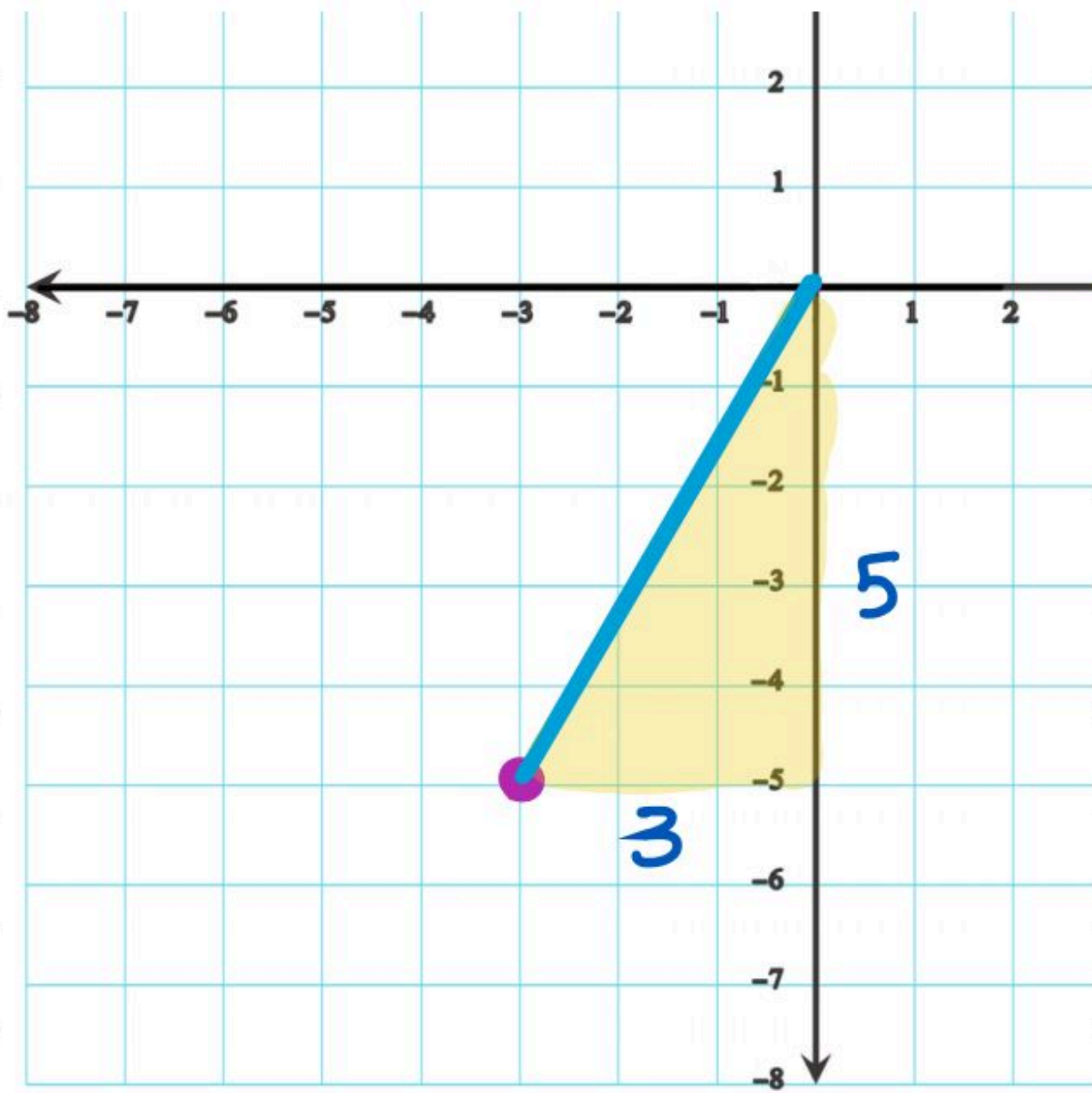
2A مركزها $(5, 4)$ ، وتمر بالنقطة $(-3, 4)$.

نصف القطر $r=8$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 8^2$$

$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 64$$



2B مركزها $(-3, -5)$ ، وتمر بالنقطة $(0, 0)$.

لإيجاد نصف القطر باستخدام نظرية فيثاغورس:

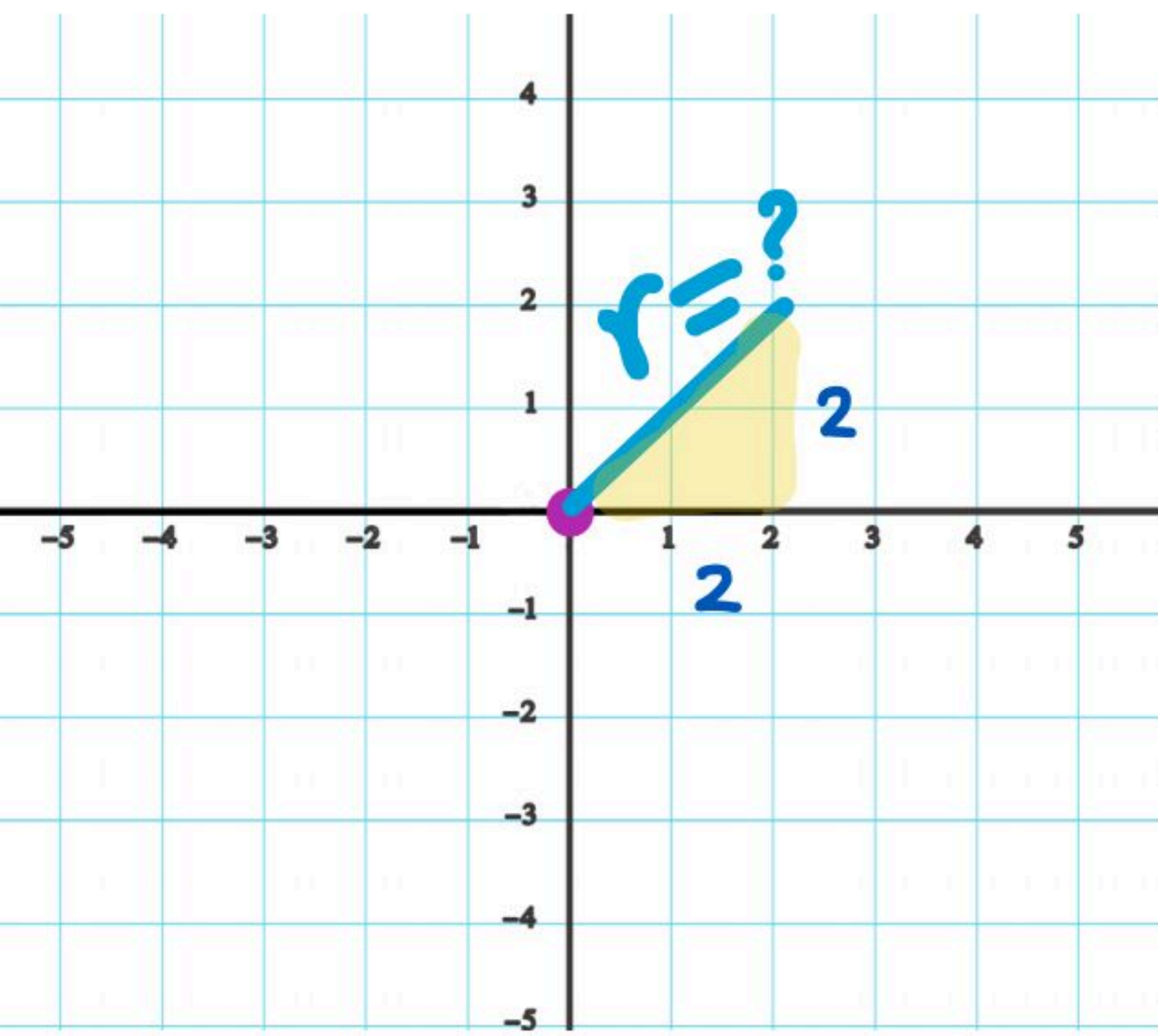
$$r^2 = 3^2 + 5^2$$

$$= 9 + 25 \quad r^2 = 34$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-(-3))^2 + (y-(-5))^2 = 34$$

$$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 34$$



3 مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة $(2, 2)$.

لإيجاد نصف القطر باستخدام نظرية فيثاغورس:-

$$r^2 = 2^2 + 2^2$$

$$= 4 + 4 \quad r^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

(5, 4)
(-3, 4)

كتابة معادلة الدائرة باستخدام مركزها ونقطة عليها

2A مركزها (5, 4)، وتمر بالنقطة (-3, 4).

1/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة :-

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 + 3)^2 + (4 - 4)^2} = \sqrt{8^2}$$

2/ معادلة الدائرة :-

$$r^2 = 64$$

$$(h, k) = (5, 4)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = r^2$$

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 64$$

2B مركزها (-3, -5)، وتمر بالنقطة (0, 0).

1/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (-3 - 0)^2 + (-5 - 0)^2 = 9 + 25 = 34$$

2/ معادلة الدائرة :-

$$(h, k) = (-3, 5)$$

$$r^2 = 34$$

$$(x - (-3))^2 + (y - (-5))^2 = 34$$

$$(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 34$$

(2, 2)
(0, 0)

3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة (2, 2).

1/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة :-

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (2 - 0)^2 + (2 - 0)^2 = 4 + 4 = 8$$

المركز (0, 0)

2/ معادلة الدائرة :-

$$r^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 = 8$$

تمثيل الدائرة بيانياً

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي،

$$x^2 + y^2 = 4 \quad (3A)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
المركز = (0, 0) نصف القطر = 2
 $r = \sqrt{4} = 2$

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25 \quad (3B)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
المركز = (-4, 7) نصف القطر = 5
 $r = \sqrt{25} = 5$
 $h = -4$ $k = 7$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16 \quad (7)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
المركز = (3, -4) نصف القطر = 4
 $r = \sqrt{16} = 4$
 $h = +3$ $k = -2$

$$x^2 + (y + 1)^2 = 4 \quad (8)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
والمركز = (0, -1) نصف القطر = 2
 $r = \sqrt{4} = 2$
 $h = 0$ $k = -1$

$$(x + 3)^2 + y^2 - 9 = 0 \quad (9)$$

$$(x + 3)^2 + y^2 = 9$$

\downarrow \downarrow \downarrow
والمركز = (-3, 0) نصف القطر = 3
 $r = \sqrt{9} = 3$
 $h = -3$ $k = 0$