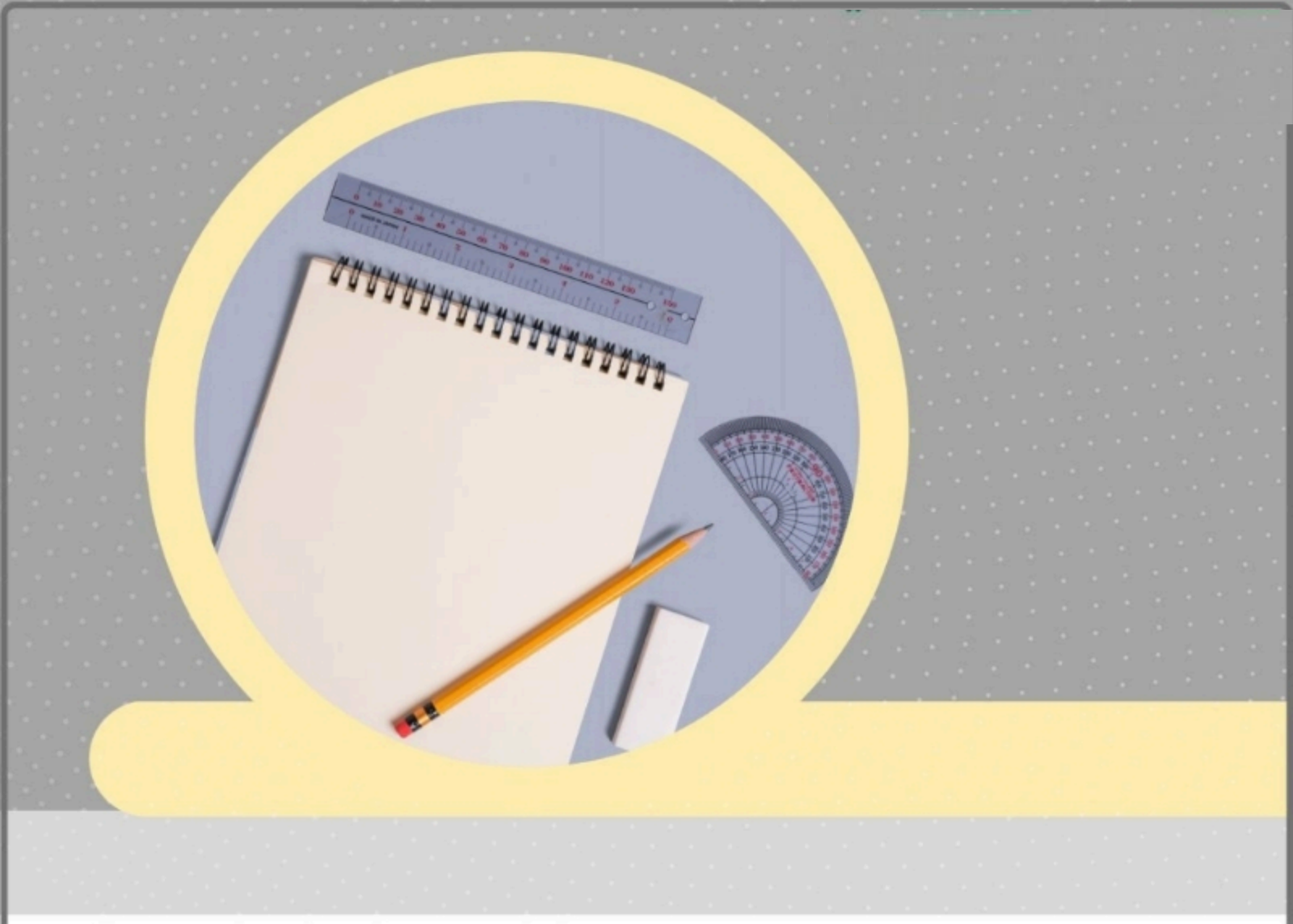


ملخص

مادة الرياضيات

ثالث متوسط

الفصل الدراسي الثاني

الفصل الخامس

أنظمة المعادلات الخطية

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

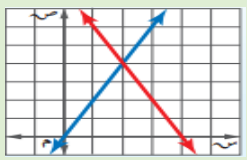
تذكر:
التمثيل البياني للمعادلات الخطية

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين
- أحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً

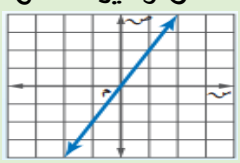
عدد الحلول الممكنة عند حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

حل واحد فقط
متسق ومستقل



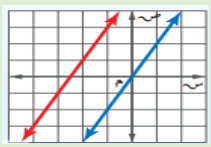
المستقيمان متقاطعة في نقطة واحدة

عدد لانهائي من الحلول
متسق وغير مستقل



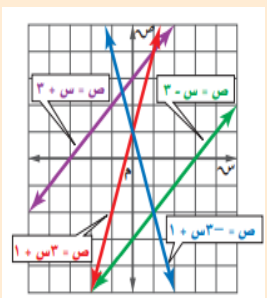
المستقيمان متطابقان

لايوجد حل
غير متسق



المستقيمان متوازيان

من التمثيل البياني التالي حدد ما إذا كل نظام فيما يأتي متسقاً أم غير متسق ، ومستقلاً ام غير مستقل



ص = -٣س + ١
ص = ٣س + ١

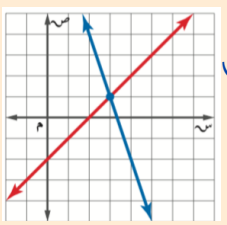
بما أن المستقيمان متقاطعة في نقطة واحدة ، فهناك حل واحد فقط ويكون النظام متسق مستقل

ص = س + ٣
ص = س - ٣

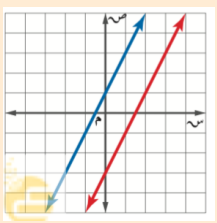
بما أن المستقيمان متوازية فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً وأوجد حلوله وإذا كان واحداً فاكتبه

ص = -٣س + ١٠
ص = س - ٢



٢س - ص = -١
٤س - ٢ص = ٦



يظهر من التمثيل البياني ان المستقيمان يتقاطعان في النقطة (٣ ، ١) ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س ب٣ وعن ص ب١ ونجد أنها صحيحة إذاً للنظام حل واحد وهو (٣ ، ١)

بما أن للمعادلتين الميل نفسه ومقطعاهما الصاديان مختلفان فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان وبما أنهما لايتقاطعان في أي نقطة فلايوجد حل للنظام

٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

تذكر:
حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أحل نظام مكون من معادلتين بالتعويض
- أحل مسائل من واقع الحياة باستعمال التعويض

حل نظام بالتعويض

مثلاً: استعمل التعويض لحل النظام التالي س = ص-٢ ، ٤س + ص = ٢

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س أعوض في المعادلة الثانية عن س بـ (ص-٢)

٤(ص-٢) + ص = ٢ ٤ص - ٨ + ص = ٢

٥ص - ٨ = ٢ ٥ص = ١٠ ص = ٢

ثانياً: أعوض في المعادلة الأولى عن ص بـ (٢)

س = ٢-٢ س = ٠ إذاً الحل هو (٠ ، ٢)

إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣ = ٧ فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة

أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٤ = ٤ فهناك عدد لانهائي من الحلول

مثلاً: ص = ٢س - ٤

-٦س + ٣ص = -١٢

الحل / نعوض عن ص بـ (٢س - ٤)

-٦س + ٣ (٢س - ٤) = -١٢

-٦س + ٦س - ١٢ = -١٢ ← -١٢ = -١٢

الجملة الناتجة تشكل متطابقة ، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول

مثلاً: ص = ٢س - ٣

٢س - ص = ٨

الحل / نعوض عن ص بـ (٢س - ٣)

٢س - (٢س - ٣) = ٨

٢س - ٢س + ٣ = ٨ ← ٣ = ٨

بما أن الجملة الناتجة خطأ لذا لا يوجد حل للنظام

كتابة نظام من معادلتين وحله باستعمال التعويض

إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س ، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤°على قياس الزاوية ص .

(١) أكتب نظام من معادلتين لتمثيل هذا الموقف

الحل / النظام لهذا الموقف س + ص = ١٨٠ ، س = ص + ٢٤

(٢) أوجد قياس كل زاوية؟ بالتعويض عن س بـ (ص + ٢٤) في المعادلة الأولى ← ص + ص + ٢٤ = ١٨٠

٢ص + ٢٤ = ١٨٠ ← ٢ص = ١٥٦ ← ص = ٧٨°

ثم نعوض عن ص بـ (٧٨) في المعادلة الثانية س = ص + ٢٤ ← س = ٧٨ + ٢٤ ← س = ١٠٢°

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

تذكر:
حل نظام معادلتين بالتعويض

ماذا سأتعلم ؟!
- حل نظام من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع
- حل نظام من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح

الحذف بالجمع

استعمل الحذف لحل النظام

س + ص = ٤

س − ص = ٨

الحل / أجمع المعادلتين

س + ص = ٤

\+

س − ص = ٨

٢س = ١٢

أقسم الطرفين على ٢ ← $\frac{٢س}{٢} = \frac{١٢}{٢}$ ← س = ٦

أعوض عن س بـ (٦) في أحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص

٦ + ص = ٤ ← ص = −٢

الحل هو (٦ ، −٢)

الحذف بالطرح

استعمل الحذف لحل النظام

أ + ٤ب = −٤

أ + ١٠ ب = −١٦

الحل / أطرح المعادلتين

أ + ٤ب = −٤

\−

أ + ١٠ ب = −١٦

−٦ب = ١٢

اقسم الطرفين على −٦ ← $\frac{−٦ب}{−٦} = \frac{١٢}{−٦}$ ← ب = −٢

أعوض عن ب بـ (−٢) في أحدى المعادلتين لإيجاد قيمة أ

أ + ٤ (−٢) = −٤ ← أ − ٨ = −٤ ← أ = ٤

الحل هو (٤، −٢)

كتابة نظام من معادلتين وحله بالحذف (الجمع أو الطرح)

مثلاً: ماالعددان اللذان مجموعهما ٢٤ وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

الحل / نفرض أن العددان هما س ، ص

س + ص = ٢٤ ، ٥س − ص = ١٢

أجمع المعادلتين

س + ص = ٢٤

\+

٥س − ص = ١٢

٦س = ٣٦ ← س = ٦

بالتعويض عن س بـ (٦) في أحدى المعادلتين ٦ + ص = ٢٤ ← ص = ١٨

إذاً العددان هما (٦، ١٨)

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

تذكر:
حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أحل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب
- ☑ أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن انظمة من معادلتين

ضرب أحد المعادلتين لحذف أحد متغيرين

استعمل الحذف لحل النظام

٢س + ٥ص = ١١

٤س + ٣ص = ١

أضرب المعادلة الأولى في (٢) فيصبح النظام

٤س + ١٠ص = ٢٢ أضرب في ٢

٤س + ٣ص = ١٠ أطرح

٧ ص = ٢١ قسمة الطرفين على ٧

← ص = ٣

ثم التعويض عن ص في احدى المعادلات (باختيار المعادلة الأولى)

٢س + ٥ (٣) = ١١ ٢س + ١٥ = ١١

٢س = -٤ ← س = -٢

الحل هو (-٢ ، ٣)

ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل النظام

٣س + ٤ص = ٢٩

٦س + ٥ص = ٤٣

أضرب المعادلة الأولى في (٦)

والمعادلة الثانية في (٣) فيصبح النظام

١٨ س + ٢٤ص = ١٧٤ أضرب في ٦

١٨ س + ١٥ص = ١٢٩ أضرب في ٣

٩ص = ٤٥ قسمة الطرفين على ٩

← ص = ٥

ثم التعويض عن ص في احدى المعادلات (باختيار المعادلة الأولى)

٣س + ٤ (٥) = ٢٩ س + ٢٠ = ٢٩

٣س = ٩ ← س = ٣

الحل هو (٣ ، ٥)

كتابة نظام من معادلتين وحله باستعمال الحذف بالضرب

مثلاً : ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة ؟

الحل / نفرض أن العددان هما ت ، ر ٧ت + ٣ر = -١ ، ت + ر = -٣

لحل النظام نضرب المعادلة الثانيه في ٧ ثم نطرح

٧ت + ٣ر = -١

٧ت + ٧ر = -٢١

-٤ر = ٢٠ أقسم الطرفين على -٤ ← ر = -٥

أعوض عن ر بـ (-٥) في إحدى المعادلات (باختيار المعادلة الثانية)

ت + (-٥) = -٣ ← ت = ٢

إذاً العددان هما (٢ ، -٥)

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

تذكر:
حل نظام من معادلتين بالتعويض أو الحذف

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أحدد افضل الطرق لحل نظام من معادلتين
- ☑ أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية

تعلمنا سابقاً خمس طرائق لحل أنظمه لحل المعادلات الخطية والجدول أدناه بين أفضل حالة لاستعمال كلاً منها

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول فالتمثيل البياني غالباً لايُعطى حل دقيق
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١
الحذف بالجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوساً جمعياً للآخر
الحذف بالطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين
الحذف بالضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات ١ أو -١ وليس من السهل التخلص من المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما

مثلاً: حدد أفضل طريقة لحل الأنظمة الآتية : ثم حلها

س - ص = ٩

٧ س + ص = ٧

أفهم / لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين أنظر الى معاملي كل حد

خطط/ بما أن أحد معاملي ص في إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها في المعادلة الأخرى إذن استعمل الحذف بالجمع

حل / س - ص = ٩

+ ٧ س + ص = ٧

٨ س = ١٦

اقسم الطرفين على ٨ ← س = ٢

أعوض عن س بـ (٢) في أحدى المعادلات

٢ - ص = ٩ ← ص = -٧

الحل هو (٢ ، -٧)

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل

آثار : يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن الشعلان في القريات وقصر صاهود في الاحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع ، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع ، أوجد مساحة كل قصر منها

الحل / نفرض أن مساحة قصر ابن شعلان هي س ومساحة قصر صاهود هي ص

س + ص = ١٣٠٠٠

- -٢ س + ص = ٤٠٠٠

٣ س = ٩٠٠٠ بقسمة الطرفين على ٣

س = ٣٠٠٠ (مساحة قصر ابن شعلان)

أعوض عن س في أحدى المعادلات

٣٠٠٠ + ص = ١٣٠٠٠

ص = ١٠٠٠٠ (مساحة قصر صاهود)

الفصل السادس: كثيرات الحدود

عنوان الدرس
ضرب وحيدات الحد
قسمة وحيدات الحد
كثيرات الحدود
جمع كثيرات الحدود وطرحها
ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود
ضرب كثيرات الحدود
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

٦-١ ضرب وحيدة الحد

تذكر:
إجراء العمليات على العبارات الأسية.

ماذا سأتعلم ؟!
- أضرب وحيدات الحد
- أبسط عبارات تتضمن وحيدات الحد .

وحيدات الحد : هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأُسس صحيحة غير سالبه .

أمثلة
- ٢٣ : وحيدة حد لإنها عدد.
- ٥س : وحيدة حد لإنها حاصل ضرب عدد في متغير.
- $\frac{٢س}{ص}$ ليست وحيدة حد لإنها تتضمن متغير في المقام .
- ٢س + ٤ : ليست وحيدة حد لإنها تتضمن عمليه الجمع لذا فهي مكونه من اكثر من حد

العمليات على وحدات الحد

ضرب القوى
لضرب قوتين لهما الاساس نفسه اجمع أُسيهما.

مثال

$(٢س^{٥})(٧س^{٣})$

$= (٢ \times ٧)(س^{٥+٣})$

$= ١٤س^{٨}$

قوة القوة
لإيجاد قوة القوة نضرب الاسس.

مثال

$(ع^{٢})^{٧} = ع^{١٤}$

$[(ب^{٢})^{٣}]^{٢} = ب^{١٢}$

قوة حاصل الضرب
لإيجاد قوة حاصل الضرب اجد قوة كل عامل.

مثال

$(٣س^{٥}ص)^{٣}$

$= (٣)^{٣}(س^{٥})^{٣}(ص)^{٣}$

$= ٢٧س^{١٥}ص^{٣}$

تبسيط العبارات التي تتضمن وحيدات حد

تبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد يعني أن
١) يظهر كل متغير على صورة اساس مرة واحدة .
٢) لاتتضمن العبارة قوة قوة.
٣) تكون جميع الكسور في ابسط صورة .

مثال

$(-٢جـ^{٣}هـ)(-٣جـل^{٤})^{٢}(جـهـل)^{٢}$

$= -٢جـ^{٣}هـ(-٣)^{٢}(جـ)^{٢}(ل^{٤})^{٢}(جـ)^{٢}(هـ)^{٢}(ل)^{٢}$

$= -٢(٩)جـ^{٣}جـ^{٢}جـ^{٢}هـ^{٢}هـل^{٢}ل^{٨}$

$= -١٨جـ^{٧}هـ^{٣}ل^{١٠}$

تذكر:
ضرب وحيدات الحد

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية .
- ☑ أجد ناتج قسمة وحيدتي حد.

٦-٢ قسمة وحيدات الحد

قسمة القوى
عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرح أُسيهما
(أُ البسط - أُس المقام)

مثال

$$\frac{١٠ س^{٤}}{٢ س^{٢}} = (\frac{١٠}{٢})(س^{٤-٢}) = ٥ س^{٢}$$

قوى القسمة
لإيجاد قوة القسمة
أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام

مثال

$$(\frac{٣ س^{٤}}{٤})^{٣} = \frac{(٣ س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{(٣)^{٣}(س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{٢٧ س^{١٢}}{٦٤}$$

خاصية الاس الصفري
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي واحد

مثال

$$(٢ س)^{٠} = ١$$
$$(١٢)^{٠} = ١$$

خاصية الأُسس السالبة
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة سالبة
يساوي مقلوب هذا العدد

مثال

$$\frac{ف^{-٣} جـ^{٢}}{هـ^{-٤}} = \frac{هـ^{٤} جـ^{٢}}{ف^{٣}}$$

رتبة المقدار

تستعمل رتبة المقدار لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعه وتعبر عن العدد مقرباً الى أقرب قوى العشرة

مثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠ مقرباً الى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{٦}$ أو ١٠٠٠٠٠٠ لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠ هي $١٠^{٦}$

تذكر:
تمييز وحدات الحد وخصائصها

٦ـ٣ كثيرات الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أجد درجة كثيرة الحدود
- أكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية .

كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد ، وتسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود

وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة منها

وحيدة الحد
هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر
مثل : ٥س

ثنائية الحدود
هي عبارة عن مجموع وحيدتي حد في ابسط شكل
مثل: س + ٣

ثلاثية الحدود
هي عبارة عن مجموع ثلاث وحيدات حد في ابسط شكل
مثل : ٢س^{٢} + س + ٨

درجة كثيرة الحدود

إذا كانت وحيدة حد
درجتها هي مجموع اسس كل متغيراتها

مثال : ٢ س^{٣} ص
من الدرجة الرابعه لان مجموع الأُسس (٣ + ١) = ٤

اذا كانت كثيرة حدود
نوجد درجة كل حد من كثيرة الحدود وأعلى درجة منها هي درجة كثيرة الحدود مع العلم ان درجة الثابت تساوي صفر

مثال : ٥ع + ٣ ع^{٢} س + ٢
الحد الأول: ٥ع من الدرجة الاولى
الحد الثاني : ٣ ع^{٢} س من الدرجة الثالثة
الحد الثالث : ٢ (حد ثابت) درجته صفر
أعلى درجة منها الثالثة
إذن كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

كثيرات الحدود بالصورة القياسية

الصيغة القياسية لكثرة الحدود
كتابة الحدود بالترتيب التنازلي حسب درجتها

المعامل الرئيس
معامل أول حد لكثيرة الحدود بعد كتابتها بالصيغة القياسية

مثال : أكتب كثيرة الحدود ٥س^{٢} + ٤س^{٣} ع + ٨س + ١٢
بالصيغة القياسية وحدِّد المعامل الرئيس
الحل: الخطوة الاولى : احدد درجة كل حد

٢	٤	١	٠
٥س^{٢}	+ ٤س^{٣} ع	+ ٨س	+ ١٢

الخطوة الثانية : أكتب الحدود بالترتيب التنازلي لدرجاتها
٤س^{٣} ع + ٥س^{٢} + ٨ س + ١٢
فيكون المعامل الرئيس هو ٤

ماذا سأتعلم ؟!

- ☑ أجمع كثيرات حدود
- ☑ أطرح كثيرات حدود

تذكر :

كتابة كثيرات الحدود بالصورة القياسية .

٦ـ٤ جمع كثيرات الحدود

جمع كثيرات الحدود

يتم جمع كثيرات الحدود بجمع الحدود المتشابهه

مثال: $(٣س^{٢} + ٥س + ٧) + (٤س^{٢} + ٦س + ١)$

$[٣س^{٢} + ٤س^{٢}] + [٥س + ٦س] + [٧ + ١]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٧س^{٢} + ١١س + ٨$

طرح كثيرات الحدود

يمكن طرح كثيرة الحدود بإضافة نظيرها الجمعي

مثال : $(٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) - (٢ص^{٢} + ٣ص + ٢)$

$= (٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) + (-٢ص^{٢} - ٣ص - ٢)$ بإضافة النظير الجمعي

$= [٤ص^{٢} - ٢ص^{٢}] + [٦ص - ٣ص] + [٩ - ٢]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٢ص^{٢} + ٣ص + ٧$

تذكر:

ضرب وحيدات الحد.

٦ـ٥ ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود

ماذا سأتعلم ؟!

- أضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
- أحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدات حد في كثيرات حدود

ضرب وحيدة حد في كثيره حدود

لإيجاد حاصل ضرب كثيرة حدود في وحيدة حد نستعمل خاصية التوزيع

مثال : ٢س (٥س +٧)

=٢س(٥س) + ٢س(٧) خاصية التوزيع

=١٠س^{٢} +١٤س بالضرب

تبسيط العبارات التي تتضمن ضرب كثيرات الحدود

مثال : ٤د (٥د + ٣) ـ ٢(٢د^{٢} +٩)

=٤د(٥د) + ٤د (٣) ـ٢(٢د^{٢})ـ٢(٩) خاصية التوزيع

=٢٠د^{٢} + ١٢د ـ٤د^{٢} ـ ١٨ بالضرب

=(٢٠د^{٢} ـ٤د^{٢}) + ١٢د ـ١٨ خاصية التجميع

=١٦د^{٢} +١٢د ـ١٨ بتجميع الحدود المتشابهه

معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

نستطيع حل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدة حد بكثيرة حدود باستعمال خاصية التوزيع

مثال: س(س+٣) ـ س(س ـ٤) = ٩س ـ١٦

س(س) +س(٣) ـ س(س) ـ س(ـ٤) = ٩س ـ١٦. بالتوزيع

س^{٢} +٣س ـ س^{٢} +٤س = ٩س ـ٦ بالضرب

٧س = ٩س ـ٦ بالتجميع

٧س ـ٩س = ـ٦ بإضافة ـ٩س في الطرفين

ـ٢س = ـ٦ س =٣ بالقسمة على ـ٢

٦_٦ ضرب كثيرات الحدود

تذكر:
ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أضرب كثيرات الحدود باستعمال خاصية التوزيع
- أضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ضرب ثنائيتي حد

تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيتي حد
ويمكن ضرب ثنائيتي حد بإحدى الطريقتين

الطريقة الافقية

مثال: أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$=(س)(س)+(س)(٢)+(٥)(س)+(٥)(٢)$

$=س^{٢}+٢س+٥س+١٠$ بالضرب

$س^{٢}+٧س+١٠$ بجمع الحدود المتشابهه

الطريقة الرأسية

مثال : أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$$\begin{array}{r} س+٥ \\ \times\ س+٢ \\ \hline س^{٢}+٥س \\ +\ \ ٢س+١٠ \\ \hline س^{٢}+٧س+١٠ \end{array}$$

نلاحظ انه عند ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية. العبارة التربيعية هي ذات متغير واحد من الدرجة الثانية .ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية ،هي عبارة من الدرجة الثالثة

طريقة التوزيع بالترتيب

هي ناتج جمع كل من :ضرب الحدين الأولين ،وضرب الحدين في الطرفين، وضرب الحدين الأوسطين ،وضرب الحدين الأخيرين بالترتيب

مثال: $(س+٢)(س+٣)$

ناتج ضرب الحدين الأولين	ناتج ضرب الحدين في الطرفين	ناتج ضرب الحدين الأوسطين	ناتج ضرب الحدين الأخيرين
$=(س)(س)$	$+(س)(٣)$	$+(٢)(س)$	$+(٢)(٣)$
$=س^{٢}$	$+٣س$	$+٢س$	$+٦$

$=س^{٢}+٥س+٦$

يمكن استعمال خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب كثيرات حدود تحتوي على اكثر من حدين

مثال:$(ص+٧)(ص^{٢}+٥ص+٤)$ $=ص(ص^{٢}+٥ص+٤)+٧(ص^{٢}+٥ص+٤)$ خاصية التوزيع

$=ص^{٣}+٥ص^{٢}+٤ص+٧ص^{٢}+٣٥ص+٢٨$ بالضرب

$=ص^{٣}+١٢ص^{٢}+٣٩ص+٢٨$ بتجميع الحدود المتشابهه.

٦_٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

تذكر:
ضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ماذا سأتعلم ؟!
- أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين =

مربع الاول + ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(٢س+٥)^{٢}$

$=(٢س)^{٢}+٢(٢س)(٥)+(٥)^{٢}$

$=٤س^{٢}+٢٠س+٢٥$

مربع الفرق بين حدين

مربع الفرق بين حدين =

مربع الاول – ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ-ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(ب+٣)^{٢}$

$=(ب)^{٢}+٢(ب)(٣)+(٣)^{٢}$

$=ب^{٢}+٦ب+٩$

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

= مربع الحد الاول – مربع الحد الثاني

$(أ+ب)(أ-ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

مثال

$(٣د+٤)(٣د-٤) = (٣د)^{٢}-(٤)^{٢}$

$=٩د^{٢} - ١٦$

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

عنوان الدرس
تحليل وحيدات الحد
استعمال خاصية التوزيع
المعادلات التربيعية: $س^{٢} + ب ص + جـ = ٠$
المعادلات التربيعية: $أس^{٢} + ب ص + جـ = ٠$
المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين
المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

٧_١ تحليل وحيدات الحد

تذكر:
ضرب وحيدات حد
قسمة كثيرات حدود على وحيدة حد

ماذا سأتعلم؟!
- أحلل وحيدة الحد الى عواملها
- اجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحد

الصيغة التحليلة

تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلة اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأُس (١)

مثال: ١٠س^{٣}ص^{٢} = ٢ X ٥ X س X س X س X ص X ص

القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر: هو حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة لهذين العددين وهو أكبر عدد يكون عاملًا لهذه الأعداد ويرمز له بالرمز (ق.م.أ)

القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

مثال : أوجدِ (ق.م.م) لوحيدتي الحد: ٦ س ص^{٣}، ١٨ ص ع

٦ س ص^{٣} = ٢ X ٣ X س X ص X ص X ص X ص احلل كل وحيدة حد تحليلاً تاماً

١٨ص ع = ٢ X ٣ X ٣ X ص X ع أضع دائرة حول العوامل المشتركة

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد ٦ س ص^{٣} ، ١٨ ص ع هو ٢ X ٣ X ص = ٦ ص

إيجاد القاسم المشترك الأكبر

مثال : لدى نورة ٢٠ وردة 30 زنبقة لعمل باقات زهور فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة ؟

الحل : أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠

- أكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية ٢ X ٢ X ٥ = ٢٠
- احدد العوامل المشتركه ٢ X ٣ X ٥ = ٣٠

أذن (ق .م . أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠ هو ٢ X ٥ = ١٠ لذا يمكن لنورة عمل عشر باقات

وبما أن ٢ X ١٠ = ٢٠ ، ٣ X ١٠ = ٣٠ لذا فستحتوي كل باقة على وردتين و٣ زنابق

تذكر:
إيجاد القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

٧- ٢ استعمال خاصية التوزيع

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ كيفية استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود
- ☑ حل المعادلات التربيعية

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

$٢٧ص^{٢} + ١٨ص$

نوجد القاسم المشترك الأكبر لجميع الحدود

الحد الأول = ٣×٣×٣×ص×ص

الحد الثاني = ٣×٣×٢×ص

القاسم المشترك الأكبر لكليهما = ٣×٣×ص = ٩ص

$٢٧ص^{2} + ١٨ص = ٩ص(٣ص) + ٩ص(٢)$

$= ٩ص(٣ص + ٢)$

التحليل بتجميع الحدود

حلل / ر ق + ٥ق − ر − ٥

(ر ق − ر) + (٥ق − ٥) نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

ر (ق − ١) + ٥ (ق − ١) نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

(ر + ٥) (ق − ١) خاصية التوزيع

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

حلل / ٢م ك − ١٢م + ٤٢ − ٧ك

= (٢م ك − ١٢م) + (٤٢ − ٧ك) جمع حدودلها عوامل مشتركة

= ٢م (ك − ٦) + ٧ (٦ − ك) نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

٦ − ك = − ١ (ك − ٧)

= ٢م (ك − ٦) + ٧ [(− ١) (ك − ٦)]

= ٢م (ك − ٦) − ٧ (ك − ٦) خاصية التجميع

= (٢م − ٧) (ك − ٦) خاصية التوزيع

خاصية الضرب الصفري

حل المعادلة التالية وتحقق من صحة الحل : ج = ٣ ج^{٢}

ج^{٢} − ٣ج = ٠

ج (ج − ٣) = ٠

إما ج = ٠ أو ج − ٣ = ٠ ← ج = ٣

إذاً الجذران هما ٠ ، ٣

التحقق / ٠^{٢} = ٣ (٠) = ٠

٣^{٢} = ٣ (٣) = ٩ ✓

تذكر:
ضرب ثنائيات الحد باستعمال التوزيع

٣-٧ المعادلات التربيعية

$$س^{٢} + ب\ س + ج = ٠$$

- أحلل ثلاثية الحدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على الصورة المذكورة

تحليل $س^{٢} + ب\ س + ج$

عندما يكون ب ، ج موجبين

حلل / $ن^{٢} + ١٠ن + ٩$

ب = ١٠ ، ج = ٩ كلاهما موجبين

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٩ وحاصل جمعهما ١٠

٩ (١) = ٩ ، ٩+١=١٠

إذاً العددين ٩ ، ١

(ن + ٩) (ن+١)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ب سالبه و ج موجبة

حلل / $س^{٢} - ٨س + ١٢$

ب = −٨ ، ج = ١٢

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما = ١٢ وحاصل جمعهما = −٨

−٦ (−٢) = ١٢ ، (−٦)+(−٢)=−٨

إذاً العددين −٦ ، −٢

(س −٦) (س −٢)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ج سالبة

حلل / $س^{٢} + ٢س - ١٥$

ب = ٢ ، ج = −١٥

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما = −١٥ وحاصل جمعهما = ٢

٥ (−٣) = −١٥ ، (٥)+(−٣)=٢

إذاً العددين ٥ ، −٣

(س −٣) (س + ٥)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

حل المعادلة التربيعية بالتحليل

حلل / $س^{٢} + ٣ س - ١٨$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما = −١٨ وحاصل جمعهما = ٣

٦ (−٣) = −١٨ ، (−٣)+(٦)=٣

إذاً العددين −٣ ، ٦

(س −٣) (س + ٦)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

٧- ٤ المعادلات التربيعية

أ س^{٢} + ب س + ج = ٠

تذكر:

تحليل ثلاثية حدود على الصورة

س + ب س + ج = ٠

ماذا سأتعلم ؟!

- أحلل ثلاثية حدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على نفس الصورة

تحليل أ س^{٢} + ب س + ج = ٠

تحليل أ س^{٢} − ب س + ج = ٠

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

٥ س^{٢} + ١٣ س + ٦

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

س^{٢} + ١٣ س + ٣٠

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٥ (٦) = ٣٠ ، ٥+١٣≠٦ اختيار خاطئ

١٠(٣) = ٣٠ ، ١٠ + ٣ = ١٣ اختيار صحيح

(س + ١٠) (س + ٣)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٥

$\frac{(س + ١٠)}{٥}$ $\frac{(س + ٣)}{٥}$

$\frac{٣(٥)+س(٥)}{٥}$

(س + ٢) (٥س + ٣)

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

٢ و^{٢} − و − ١

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

و^{٢} − و − ٢

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٢ (−١) = −٢ ، ٢+(−١)≠ −١ اختيار خاطئ

−٢(١) = −٢ ، (−٢)+١ = −١ اختيار صحيح

(و − ٢) (و + ١)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٢

$\frac{(و - ٢)}{٢}$ $\frac{(و + ١)}{٢}$

$\frac{١(٢)+س(٢)}{٢}$

(و − ١) (٢و + ١)

تحديد كثيرة الحدود الأولية

حلل العبارة ٤ س^{٢} − ٣ س + ٥ إن أمكن وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب أولية ؟

الحل / في ثلاثية الحدود نجد أن أ = ٤ ، ب = −٣ ، ج = ٥

وبما أن ب سالبة فإن حاصل جمع العددين المختارين يكون سالباً وبما أن ج موجبة فإن حاصل ضرب العددين المختارين سيكون موجباً لذا سيكون العددان المختارين سالبين وعند تكوين قائمة بعوامل العدد ٢٠

(حاصل ضرب أ في ج) لانجد عاملان مجموعهما −٣ لذلك لايمكن تحليل العبارة التربيعية

إذاً العبارة التربيعية المعطاة هي أولية

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (الفرق بين مربعين)

تذكر:
تحليل ثلاثية الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أحلل ثنائية حد إلى فرق بين مربعين
- أحل معادلات باستخدام الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين

حلل / ٨١ ـ ج^{٢}

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
٩^{٢} ـ ج^{٢}

إذاً يمكن تطبيق قانون الفرق بين مربعين
نحلل حسب قانون الفرق بين مربعين
(٩ ـ ج) (٩ + ج)

تطبيق التحليل أكثر من مرة

حلل / ب^{٢} ـ ١٦

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
(ب)^{٢} ـ (٤)^{٢}

ونكتبها على الصورة
نحلل الفرق بين مربعين
(ب ـ ٤)^{٢} (ب + ٤)^{٢}
(ب ـ ٢)(ب + ٢)(ب + ٤)

تطبيق طرق مختلفة

حلل / ٥ س^{٥} ـ ٤٥

٥ س (س^{٤} ـ ٩)
نأخذ ٥ س عامل مشترك
ونكتب س^{٤} ـ٩ على صورة أ^{٢} ـ ب^{٢}
= ٥ س [(س^{٢})^{٢} ـ (٣)^{٢}]
= ٥ س (س ـ٣) (س + ٣)
لاحظ أن س^{٢} ـ ٣ ليس فرقاً بين مربعين
لإن ٣ ليس مربعاً كاملاً

حل معادلة بالتحليل

مالقيمة الموجبة ل س اللتي تحقق المعادلة
ص = س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ إذا كانت ص = ٠

نعوض عن ص ب (صفر) ثم نحل المعادلة
س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ = ٠

س^{٢} ـ ($\frac{٣}{٤}$)^{٢} = ٠
(س + $\frac{٣}{٤}$) (س ـ $\frac{٣}{٤}$) = ٠
إما س + $\frac{٣}{٤}$ = ٠ أو س ـ $\frac{٣}{٤}$ = ٠
س = ـ $\frac{٣}{٤}$ ، س = $\frac{٣}{٤}$

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (المربعات الكاملة)

تذكر:

(ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما)

ماذا سأتعلم ؟!

- ☑ تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل
- ☑ حل معادلات تتضمن مربعات كاملة

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربع كامل وتحليلها

حدد ما إذا كانت ثلاثية حدود التالية تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحللها

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩

× هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم، ٤ ص^{٢} = (٢ص)^{٢}

× هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم، ٩ = ٣^{٢}

× هل الحد الأوسط = ٢(٢ص)(٣) ؟ نعم، ١٢ص = ٢(٢ص)(٣)

× بما أنه تحققت الشروط الثلاثة إذاً العبارة تشكل مربع كامل

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩.

= (٢ص)^{٢} + ٢ (٢ص) (٣) + ٣^{٢}.

= (٢ص + ٣)^{٢}

التحليل التام

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية :

٥ س^{٢} ـ ٨٠

نحلل باستخراج ق.م.أ

٥ س^{٢} ـ ٨٠ = ٥(س)(س) ـ ٥(١٦)

ق.م.أ = ٥

٥س^{٢} ـ ٨٠ = ٥ (س^{٢} ـ ١٦)

نلاحظ ان عدد الحدود اثنان وتشكل فرق بين مربعين

= ٥(س^{٢} ـ ٤)

= ٥ (س ـ ٤) (س ـ ٤)

حل معادلات تتضمن عوامل مكررة

حل المعادلة ٩ س^{٢} ـ ٤٨س = ـ ٦٤

٩ س^{٢} ـ ٤٨ س + ٦٤ = ـ ٦٤ + ٦٤

٩ س^{٢} ـ ٤٨ س + ٦٤ = ٠

يتضح لنا أنها ثلاثية حدود تمثل مربع كامل

(٣ س)^{٢} ـ ٢ (٣ س)(٨) + (٨) = .

(نأخذ جذر الأول وإشارة الأوسط وجذر الثاني)

(٣ س ـ ٨)^{٢} = ٠

(٣ س ـ ٨)(٣ س ـ ٨) = ٠

استعمال خاصية الجذر التربيعي

حل المعادلة (ص ـ ٦)^{٢} = ٨١

لحذف التربيع نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

ص ـ ٦ = ± $\sqrt{٨١}$ × الجذر يلغي التربيع

ص ـ ٦ = ± ٩

ص = ٦ ± ٩

ص = ٦+٩ أو ص = ٦ ـ ٩

ص = ١٥ أو ص = ـ ٣

الجذران هما ١٥ ، ـ ٣

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثنائية الحد وطرق حلها

تحليل ثنائية الحد

القاسم المشترك الأكبر

٥س ص ـ ١٠س

نأخذ

٥س عامل مشترك

٥س (ص ـ ٢)

الفرق بين مربعين

$س^{٢} - ٢٥$

$(س)(س) - (٥)(٥)$

$= (س - ٥)(س + ٥)$

القاسم المشترك الأكبر + الفرق بين مربعين

$٢ س^{٢} - ٣٢$

$٢(س^{٢}) - ٢(١٦)$

$٢(س^{٢} - ١٦)$

$٢(س^{٢} - ٤^{٢})$

$٢(س - ٤)(س + ٤)$

تكرار القانون أكثر من مرة

$س^{٤} - ١$

$(س^{٢})^{٢} - (١)(١)$

$(س^{٢} + ١)(س^{٢} - ١)$

$(س^{٢} + ١)(س^{٢} - ١)$

$(س^{٢} + ١)(س - ١)(س + ١)$

ملاحظة هامة /

ثنائية الحد ($س^{٢} + ٩$) أولية بينما ثنائية الحد ($س^{٢} - ٩$) ليست أولية لانه يمكن حلها بالفرق بين مربعين

ثنائية الحد ($٢ س^{٢} + ١٨$) ليست أولية لانه يوجد قاسم مشترك $٢(س^{٢} + ٩)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثلاثية الحد وطرق حلها

تحليل ثلاثية الحدود

القاسم المشترك الأكبر

$٧ س ص + ١٤ س ص^{٢} + ٢١ س^{٢} ص$

$(٧)(س)(ص)+(٢)(٧)(س)$

$(ص)(ص)+(٣)(٧)(س)$

$(س)(ص)$

$= ٧ س ص (١+٢ص+٣ س)$

على الصورة $س^{٢} + ب س + ج$

$س^{٢} + ٧ س + ٦$

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم ٦

وحاصل جمعهم ٧

$(١)(٦)=٦$

$١ + ٦ = ٧$

$= (س +١) (س+٦)$

$س^{٢} - ٣ س - ٢٨$

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم -٢٨

وحاصل جمعهم -٣

$(-٧)(٤)= -٢٨$

$-٧ + ٤ = -٣$

$=(س-٧)(س+٤)$

على الصورة $أ س^{٢} + ب س + ج$

$١٠ س^{٢} - س - ٣$

الطريقة الاولى :

نضرب أ في الحد الثابت ليكون معامل س

$= ١$

$س^{٢} - س - ٣٠$

نبحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠

وحاصل جمعهم -١

$(-٦)(٥) = -٣٠$

$-٦+٥=-١$

$(س-٦) (س+٥)$

نعيدها لاصلها بقسمة الثوابت على أ

ثم نبسطها فتصبح على الصورة

$(٥س-٣)(٢س+١)$

$١٥ س^{٢} + ٧ س - ٢$

الطريقة الثانية : $١٥(-٢) = -٣٠$

ابحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠

وحاصل جمعهم ٧

$١٠(-٣) = -٣٠$

$١٠-٣ = ٧$

$١٥ س^{٢} - ٣ س + ١٠ س - ٢$

$٣ س(٥ س - ١) + ٢(٥ س - ١)$

$(٣ س+٢)(٥ س-١)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات

قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل رباعية الحدود وطرق حلها

تحليل رباعية الحدود

تحليل بالتجميع

$٤ س^{٢} + ٨ س + س + ٢$

$(٢)(٢)(س)(س) + (٢)(٢)(٢)(س) + س + ٢$

$٤ س (س + ٢) + ١ (س + ٢)$

$(٤ س + ١)(س + ٢)$

تحليل بجمع النظائر

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

الطريقة الأولى

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

$(١٠ س - ٥٠ س) + (- س + ٥)$

$١٠ س (س - ٥) - ١ (س - ٥)$

$(١٠ س - ١)(س - ٥)$

الطريقة الثانية

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

$١٠ س (س - ٥) - ١ (س - ٥)$

$(١٠ س - ١)(س - ٥)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني