

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني



قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

الحل من إعداد موقع وجباتي - جميع الحقوق محفوظة

يُوزع مجاناً ولرِيَبَاع

طبعة ٢٠٢٢ - ١٤٤٤

على الطالب الاعتماد أولاً على فهمه في حل الأسئلة، والحل يستفيد منه المعلم وولي الأمر
لمراجعة الدروس مع أبنائه.

(ح) وزارة التعليم ، ١٤٤٣ هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم

الرياضيات - الصف الثالث المتوسط - التعليم العام - الفصل الدراسي الثاني /
وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٤٣ هـ .
١٤٣ ص : ٢١٤ × ٥٢٧ سم

ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥١١-٢٥٠-٥

١ - الرياضيات - تعليم - السعودية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية
- كتب دراسية . أ. العنوان

١٤٤٣/١٣١٢٢

٥١٠,٧ ديوبي

رقم الإيداع : ١٤٤٣/١٣١٢٢

ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥١١-٢٥٠-٥

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم
www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"



IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي



FB.T4EDU.COM

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الفصل ٦

كثيرات الحدود

فيما سبق

درست إجراء العمليات على العبارات الأسيّة.

والآن

- أبسط عبارات تتضمن وحيدات الحد.
- أجد درجة كثيرة حدود، وأكتب كثيرة حدود بالصورة القياسية، وأجمع، وأطرح، وأضرب كثيرات الحدود.

المادة

 **سباق الجري**: يمكن استعمال كثيرات الحدود لنمذجة العديد من مواقيف الحياة الواقعية: مثل المسارات المنحنية التي يسلكها المتسابقون في سباق الجري.

المفردات:

- وحيدة الحد ص (٥٠)
- رتبة المقدار ص (٥٩)
- كثيرة الحدود ص (٦٢)

المطويات منظم أفكار

كثيرات الحدود: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول كثيرات الحدود، مبتدئاً بشماني أوراق A4.

٢  ثبت الأوراق من جانبيها الأيمن، وقص شريطًا سُمْ غلاف المطوية "كثيرات الحدود"، وضع أرقام الدروس على الأشرطة، كما في الشكل.



١  رتب الأوراق الشماني بعضها فوق بعض؛ لتكون كتيّباً.





التهيئة للفصل ٦

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة:

اختبار سريع

أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$(6) ٣٢$$

$$٨ = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٣٢$$

$$(7) ٢(٥-)$$

$$٢٥ = (٥-) \times (٥-) = ٤(٥-)$$

$$(8) ٣٣$$

$$٢٧ = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣٣$$

$$(9) ٣(٤-)$$

$$٦٤ = (٤-) \times (٤-) \times (٤-) = ٤(٤-)$$

$$(10) \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = ٤\left(\frac{2}{3}\right) \quad ٤\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$(11) \frac{1}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ٤\left(\frac{1}{2}\right) \quad ٤\left(\frac{1}{2}\right)$$

(١٢) **مدرسة:** إذا كان احتمال تخمين الإجابة الصحيحة عن ٥ أسئلة من نوع الصواب والخطأ هو $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ، فعبر عن هذا الاحتمال في صورة كسر اعتيادي دون استعمال الأسس.

$$\frac{1}{32} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ٤\left(\frac{1}{2}\right)$$

اكتب كل عبارة فيما يأتي بالصيغة الأسيّة: (مهارة سابقة)

$$(1) ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤$$

$$٤^٠ = ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤$$

$$(2) ب \times ب \times ب \times ب \times ب$$

$$ب^٦ = ب \times ب \times ب \times ب \times ب \times ب$$

$$(3) م \times م \times ب \times ب \times ب \times ب \times ب$$

$$م \times م \times ب \times ب \times ب \times ب \times ب$$

$$م^٦ ب^٣$$

$$(4) \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^٨$$

$$(5) \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{و}{ع} \times \frac{و}{ع}$$

$$\frac{س^٤ و^٢}{ص^٤ ع^٢} = ٤ \left(\frac{س}{ص}\right)^٢ \times \left(\frac{و}{ع}\right)^٢$$

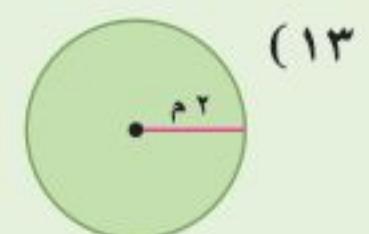


التهيئة للفصل ٦

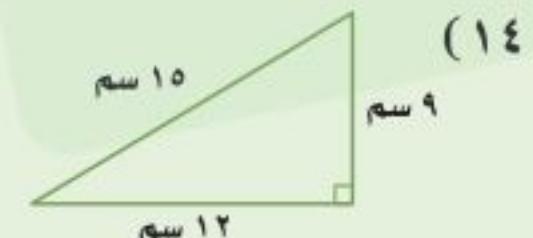
أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة:

اختبار سريع

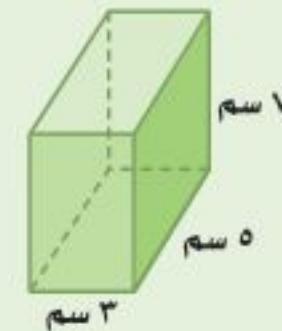
أوجد مساحة كل من الشكلين الآتيين: (مهارة سابقة)



$$\text{مساحة دائرة} = \pi \times [2^2] = 4\pi \text{ م}^2$$



$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ سم}^2$$



(١٥) أوجد حجم الشكل المجاور.

$$\text{حجم المكعب} = 3 \times 5 \times 7 = 105 \text{ سم}^3$$



٦ - ضرب وحدات الحد



تحقق من فهمك

١١) $s + 5$

لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع لذا فهي تحتوي على أكثر من حد

١٢) $a^2 b c d^2$

نعم، هذا حاصل ضرب عدد ومتغيرات

١٣) $\frac{s \cdot s \cdot s}{2}$

نعم، هذا حاصل ضرب متغيرات، في ثابت في المقام

١٤) $\frac{m}{n} f$

لا، تمثل هذه العبارة حاصل ضرب وقسمة أكثر من متغير

تحقق من فهمك

١٥) $(s^3)^4 (s^7)^3$

$$(s^3)^4 (s^7)^3 = (s^4 \times s^7) (s^3 \times s^3)$$

$$= (s^{4+7})^3$$

$$= s^{21}$$

١٦) $(-4rs^2n^3)(-6r^5s^2n)$

$$(-4rs^2n^3)(-6r^5s^2n) = (-4 \times -6) (r^1 \times r^5) (s^2 \times s^2) (n^3 \times n^2)$$

$$= 24r^6s^4n^5$$



٦ - ضرب وحدات الحد



تحقق من فهتمك

$$^2[^3(^2^3)](^3b)$$

$$\begin{aligned} ^2(^{3\times 2}3) &= ^2[^3(^23)] \\ ^2\times ^3\times 2 &= \\ ^12 &= \\ ^531441 &= \end{aligned}$$

$$^4[^2(^2^2)](^3a)$$

$$\begin{aligned} ^4\times ^2\times 2 &= ^4(^{2\times 2}2) = ^4[^2(^22)] \\ ^16 &= \\ ^65536 &= \end{aligned}$$



تحقق من فهتمك

٤) عَبَرْ عن مساحة المربع الذي طول ضلعه $3s$ ص٢ على صورة وحيدة حد.

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= (3s\text{ ص}^2)(3s\text{ ص}^2) \\ &= (3 \times 3)(s \times s)(s^2 \times s^2) \\ &= 9s^4\text{ ص}^8 \end{aligned}$$

٤ ب) عَبَرْ عن مساحة المثلث الذي ارتفاعه 4 وأطوال قاعدته $5ab^2$ على صورة وحيدة حد.

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5ab^2 \\ &= (4 \times 5 \times \frac{1}{2}) \times ab^2 \\ &= 10ab^2 \end{aligned}$$



تحقق من فهتمك

$$\begin{aligned} 5) \text{ بسط العبارة: } & \left(\frac{1}{2}a^2b^2 \right) [^3(-4b^2)] \\ & \left(\frac{1}{2}a^2b^2 \right) [^3(a^2b^2) - ^3(16b^2)] \\ & \frac{1}{8}a^3b^4 \times 256b^4 \\ & = 1024a^3b^8 \end{aligned}$$

$$= 1024a^3b^8$$

حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك:

١٥) نعم، الثوابت وحدات حد.

٢٠) لا، تتضمن هذه العبارة عملية طرح، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

٢١) لا، يوجد متغير في المقام $\frac{ج^٥}{د}$.

٢٢) نعم، لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات.

٢٣) نعم، لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات $\frac{ج}{ك}$.

٢٤) لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$(٩) ك٢(ك٩)$$

$$\begin{aligned} & ك٢(ك٩) = ك٢ \times ك٩ \\ & ك١٨ = \\ & ك١٨ = \end{aligned}$$

$$(٨) م٤(م٢)$$

$$\begin{aligned} & م٤(م٢) = م٤ + م٢ \\ & = م٦ \end{aligned}$$

$$(٧) ك٣(ك)$$

$$\begin{aligned} & ك٣(ك) = ك٣ + ك \\ & = ك٤ \end{aligned}$$

$$(١٠) (م٤ف٧)(م٤ف٣)$$

$$\begin{aligned} & (م٤ف٧)(م٤ف٣) = م٣٥م٤٤٤ف١٣+١ \\ & = م٣٥م٨ف٤ \end{aligned}$$

$$(١١) [٢(٢٣)]$$

$$\begin{aligned} & ٢[٢(٢٣)] = ٢[٢(٢٣)] \\ & = ٦٥٦١ \end{aligned}$$

$$(١٢) (س٤ص٤)$$

$$\begin{aligned} & (س٤ص٤) = س٦ص٤ \\ & = س٦ص٤ \end{aligned}$$

$$(١٣) (-٢ف٢ج٣ه٢)$$

$$\begin{aligned} & (-٢ف٢ج٣ه٢) = -٢٣ف٢ج٣ه٢ \\ & = -٨ف٢ج٣ه٢ \end{aligned}$$

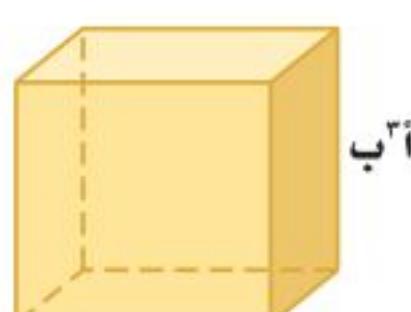
$$(١٤) (-٣ب٥ن٦)$$

$$\begin{aligned} & (-٣ب٥ن٦) = -٣٤ب٤ن٥ \\ & = -٨١ب٩ن٤ \end{aligned}$$

$$= ١٦١٨ب١٨ج٢$$



١٦) هندسة: مساحة سطح المكعب هي $M = 6a^2$ ، حيث M مساحة سطحه، a طول حرفه.



أ) عَبَرْ عن مساحة سطح المكعب المجاور على صورة وحيدة حد.

$$6a^2 = (a^2)^6$$

$$= a^6$$

ب) ما مساحة سطح المكعب إذا كان $a = 3$ ، $b = 4$

$$\text{مساحة سطح المكعب} = a^6 b^2$$

$$= 4^2 \times 3^6$$

$$= 69984 \text{ وحدة مربعة}$$

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$(17) (5s^2c)(2s^3u)(4s^4c)$$

$$= (5s^5c)(2s^2c^3u)(4s^4c)$$

$$= (5^2 \times s^8 \times c^4)(2^3 \times s^3 \times c^9 \times u^3)(4^4 \times s^4 \times c^4)$$

$$= (25 \times 8 \times 4^4) s^{1+3+4} c^{2+9+4} u^{1+3}$$

$$= 800 s^8 c^{12} u^8$$

$$(18) (-3d^2n^3j)^2 [(-3d^2n^3j)(-3d^2n^3j)]^2$$

$$= (-3d^2n^3j)^2 (-3d^2n^3j)(-3d^2n^3j)$$

$$= (9d^6n^6j)(-27d^6n^6j)$$

$$= 6561 d^{12+6} n^{6+6} j^2$$

$$= 6561 d^{18} n^{12} j^2$$



$$(19) (-2x^3 - 3x^4)(-x^2 - x^3) =$$

$$= -2x^6 - 2x^9 - 3x^7 - 3x^{10}$$

$$= x^{10} + x^7 + x^4 - x^6$$

$$= x^6 - x^3 - x^1 + x^0$$

$$(20) [(-x^2 - x^4)(x^2 - x^3)]^3 =$$

$$= (-x^4 - x^6)(x^4 - x^5)^3 =$$

$$= (-x^3 - x^4)(x^5 - x^6)^3 =$$

$$= -x^{15} - x^{16} - x^{21} - x^{22}$$

تدريب وحل المسائل

حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك:

(21) **نعم، التوابت وحدات حد**

(22) **نعم، لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات**

(23) **لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد واحد**

(24) **لا، يوجد متغير في المقام**

(25) **نعم، يمكن كتابة هذا على صورة حاصل ضرب عدد ومتغير.**

(26) **لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد**



(٢٨) $(ص^٦ ع^٣)(ص^٤ ع^٢)$

$(ص^٦ ع^٣)(ص^٤ ع^٢) = ص^٩ ع^{١٠}$

$= ص^٩ ع^{١١}$

بسط كل عبارة مما يأتي:

(٢٧) $(ك^٢)(ك^٤)$

$(ك^٢)(ك^٤) = ك^{٦+٢}$

$= ك^٦$

(٣٠) $[ك^٢(ك^٢)]$

$[ك^٢(ك^٤)]$

$= ك^٨$

$= ك^٨$

(٢٩) $(ج_٢ ه_٢ - ج_٣ ه_٣)(ج_٢ ه_٢)$

$(ج_٢ ه_٢ - ج_٣ ه_٣)(ج_٢ ه_٢)$

$= 4 \times (-3 ج_٣ ه_٣ + ج_٢ ه_٢)$

$= -4 ج_٣ ه_٣ + ج_٢ ه_٢$

(٣٢) $(ل^٥ ك^٧)^٤$

(٣١) $[-٢ س_٢ ص_٢]^٣$

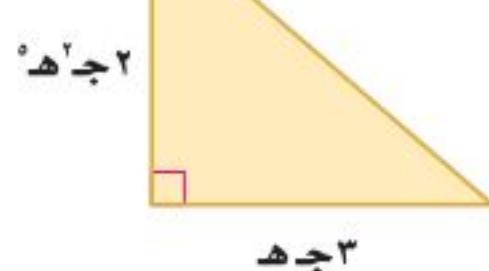
$(ل^٥ ك^٧)^٤ = (ل^٥ ك^٧)^٤$

$[-٢ س_٢ ص_٢]^٣ = [-٢ س_٢ ص_٢]^٣$

$[-٢ س_٢ ص_٢]^٣ =$

$= 64 س_٦ ص_١٢$

$= ل^٢٠ ك^٢٨$



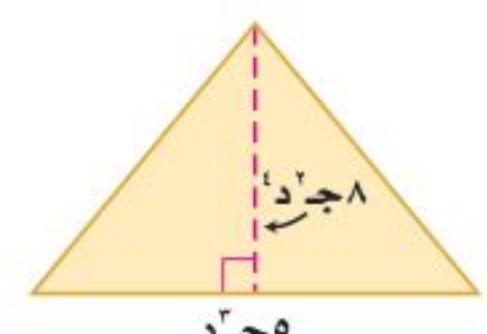
(٣٤)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times 2 ج_٢ ه_٢ \times 3 ج_٣ ه_٢$

$= ج_٣ ه_٢ د_١+٢$

$= 3 ج_٣ ه_٢$



(٣٣)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times 8 ج_٢ د_٤ \times 5 ج_٣ د$

$= 20 ج_٣+٢ د_٤+١$

$= 20 ج_٥ د_٠$

بِسْط كل عبارة مما يأتي :

$$r(r_1)^x(r_{12}) \quad (39)$$

$$(\mathfrak{r} \times \mathfrak{r} + \mathfrak{s} \times \mathfrak{s})^{\mathfrak{t}} = \mathfrak{r} (\mathfrak{r}^{\mathfrak{t}}) \cdot \mathfrak{s} (\mathfrak{s}^{\mathfrak{t}})$$

ג'ו =

$$1 \cdot \mathfrak{z}^2 \mathfrak{z}^3 - x \cdot \mathfrak{z} = (\mathfrak{z}^2 \mathfrak{z}^3) - (\mathfrak{z})$$

$$^{n+1} \cdot \mathfrak{C}^n =$$

$$ج ۹ =$$

$${}^{\prime }\left[{}^{\prime }\left(\frac{e}{\hbar }j_{-}\right) \right] {}^{\prime }\left(\frac{e}{\hbar }j_{+}\right) \quad (37)$$

$$(\mathbf{J}^{\mathbf{H}} - \mathbf{J}^{\mathbf{G}}) = [(\mathbf{J}^{\mathbf{H}}) - (\mathbf{J}^{\mathbf{G}})]$$

$$= \text{ج}^3 \text{ ه}^{12} (-\text{ج}^4 \text{ ه}^6)$$

$$= 12 \times 24 + 3$$

١٢ ج ٥١ =

$$[{}^2({}^4\mu \wedge \epsilon)]^3(\mu ^2\wedge \nu) \quad (38)$$

$${}^2 \left({}^{4 \times 2} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \left({}^{3 \times 2} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = {}^2 \left[\left({}^2 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right) {}^3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \left(\begin{smallmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 6 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{smallmatrix} \right)$$

۱۹۳۲،۰۰۰ =

$$(39) \quad \left(\frac{1}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(r^2 - b^3)(r^4 + br^3) = (r^2 - b^3)(r^2 + b)$$

(۶ ب ر)

$$= \text{ب}(\text{ر}^{\wedge} \text{ب}^{\wedge} \text{ر}^{\wedge}) \text{ب}^{\wedge}$$

۳

$$٣+٨+٨ = ١+٦+٢ \cdot ٦ \times ٦ =$$

۱۹۴۲ ب

بِسْط كل عبارة مما يأتي :

$$(40) \quad (جـ ٢٦١ بـ ٤) \times (جـ ٥٢ بـ ٣)$$

$$\begin{aligned} & (5 \times 2^2 \times 3^2 \times 5) = (6 \times 2^2 \times 3^2 \times 5) \\ & 6 \times 2^2 = 1150 \end{aligned}$$

$$(\xi \tau)$$

$$\begin{matrix} 2 \times 2 \\ \text{ij} \end{matrix} \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix}$$

(\rightarrow \frac{r}{\xi} -)

$$\frac{27}{64} = \left(\div \frac{3}{4} - \right)$$

۲(۳، ۵) (۴۱)

$$س٢٥ = س٢٠,٥٥$$

$$\left(\circ \dot{+} \frac{1}{34} \right) (\dot{+} 17) \left(\mu 49 \right)^2 \left(\mu \frac{\xi}{\nu} \right) \quad (44)$$

$$= \left(\frac{1}{34} \right) (17) (49)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{4}{7} \right)$$

$$= \text{م}^8 \cdot \text{ب}^{1+5} \cdot \text{م}^1 = \text{م}^8 \cdot \text{ب}^6 \cdot \text{م}^1$$

$$3(4\alpha_2^2 - \alpha_4^2) = (\alpha_2^2 + \alpha_4^2)^2 - (\alpha_2^2 - \alpha_4^2)^2$$

$$= (x^2 - 2x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)$$

$$ج = ٩ \times ٤ \times ٢ + ١٢ + ٤ + ٨ + ٨ + ٤ + ٦ + ٣ + ١٠ + ٦ + ٢$$

ج ٢٨٨ =



هندسة: عَبَرْ عن حجم كل مجسم مما يأتي على صورة وحيدة حد:

$$\text{الحجم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = طنق² \times \text{الارتفاع}$$

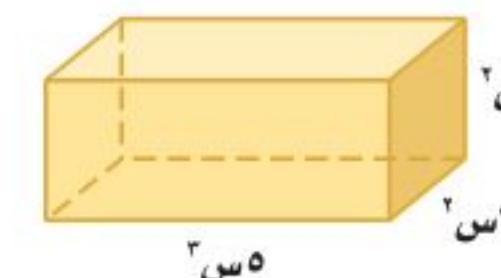
$$= ط(2س)^2 \times 3س^3$$

$$= 12س^6$$



(٤٦)

$$\text{الحجم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$



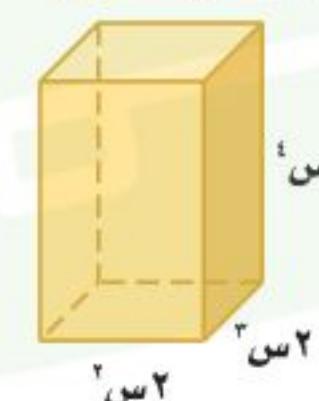
(٤٧)

$$= 3س^3 \times 5س^2 \times س$$

$$= 15س^{10}$$

$$= 15س^6$$

$$\text{الحجم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$



(٤٨)

$$= 4س^4 \times 2س^2 \times 2س^2$$

$$= 16س^8$$

٤٩) طاقة: يمكن تحويل الكتلة كاملة إلى طاقة باستعمال الصيغة $ط = ك ع^2$. حيث: ط هي الطاقة بالجول وك الكتلة بالكيلوجرام وع سرعة الضوء تبلغ ٣٠٠ مليون متر لكل ثانية تقريباً.

أ) أكمل حسابات تحويل ٣ كيلوجرامات كاملة من البنزين إلى طاقة.

$$\text{الطاقة} = ك ع^2$$

$$= 3 \times (300,000,000)^2$$

$$= 900,000,000,000,000$$

$$= 270,000,000,000 جول$$

ب) ماذا يحدث للطاقة إذا أصبحت كمية البنزين مثلثي ما كانت عليه؟

تصبح الطاقة مثلثي ما كانت عليه

٥٠ تمثيلات متعددة:

ستستكشف في هذه المسألة بعض نوافذ القوى.

أ) جدولياً، انقل الجدول الآتي واستعمل الآلة الحاسبة لإكماله:

4^{-3}	3^{-3}	2^{-3}	1^{-3}	0^{-3}	1^3	2^3	3^3	4^3	القوة
القيمة									القيمة
$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$						

ب) تحليلياً، ما قيمة 0^{-5} ؟ تحقق من تخمينك باستعمال الآلة الحاسبة.

$$1 = 0^{-5}$$

$$\frac{1}{0} = 0^{-5}$$

ج) تحليلياً، أكمل: لأي عدد غير صفرى a ، وأى عدد صحيح n ، $a^{-n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

د) لفظياً، ما قيمة عدد غير الصفر مرفوع للأى صفر؟

أى عدد غير الصفر مرفوع للأى صفر يساوى ١

مسائل مهارات التفكير

٥١) تحدّ: بسط العبارة $\left(\frac{a^n}{b^n} \right)^{m^2}$ موضحاً كل خطوة، علماً بأن: a, b عدادان حقيقيان غير صفريين، m, n عدادان صحيحان.

استعمل قوة القوة أولاً لتبسيط العبارة

قوة القوة

$$\left(\frac{a^n}{b^n} \right)^{m^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^{n m^2}$$

بسط

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{n m^2} =$$

٥٢) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث عبارات مختلفة يمكن تبسيطها إلى s^6

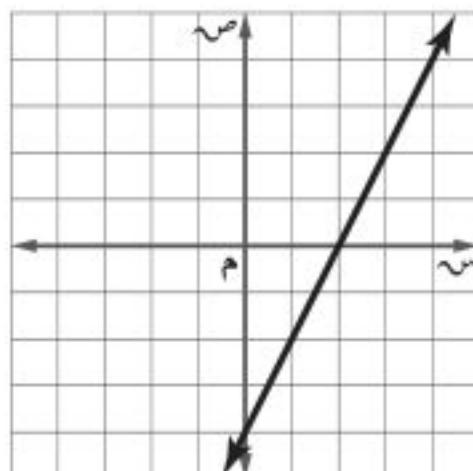
$$s^4 (s^2), s^5 (s), (s^3)^2$$

٥٣) اكتب: اكتب صيغتين تحوي كل منهما وحيدة حد. وفسّر كيف تستعمل كلاً منها في مسائل من واقع الحياة.

تستعمل صيغة مساحة الدائرة $M = \pi r^2$
حيث نق نصف قطر لإيجاد مساحة أي دائرة

وتستعمل صيغة مساحة المستطيل $M = l \times w$
حيث ل الطول، ض العرض لإيجاد مساحة أي مستطيل

تدريب على اختبار



٥٥) إجابة قصيرة: إذا كان ميل المستقيم موجباً، وقطعه الصادي سالباً، فماذا يحدث للقطع السيني إذا ضوّعف كل من المقطع الصادي والميل؟

لا يتغير

٥٤) أي العبارات الآتية ليست وحيدة حد؟

ج) $\frac{1}{2}b^3$

د) $5\sqrt{h}$

أ) $s - 6$

ب) $\frac{1}{2}a^2$

المتغير في المقام

مراجعة تراكمية

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع: (مهارة سابقة)

٥٧) (١-٢، ٢+٣)، ص = س - ٦

ص = م س + ب

١-٢ = ٢+٣ + ب

ب = -٥

ص = ٢س - ٥

٥٦) (-٣-٢، ٣-٢)، ص = س - ٦

ص = م س + ب

٣-٣ = ٣-٢ + ب

ب = ٣ + ٢ = ٥

ص = س + ٥

٥٨) (-٤، ٥)، ص = $\frac{1}{2}s + 1$

ص = م س + ب

-٤ = $\frac{1}{2}s + 5 + ب$

$\frac{3}{2} = -4 + \frac{5}{2} + ب$

ب = $\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$

ص = $\frac{1}{2}s - \frac{2}{2}$

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$(59) 28 - 7s = 7$$

بقسمة الطرفين على 7

$$\frac{28}{7} - \frac{7s}{7}$$

$$\frac{28}{7} - s$$

$$s = 4$$

$$(60) \frac{2}{5}s = 10 - \frac{3}{5}s$$

بضرب الطرفين في $\frac{5}{2}$

$$\frac{5}{2} \times \frac{2}{5}s = 10 \times \frac{5}{2} - \frac{3}{5}s \times \frac{5}{2}$$

$$s = 25$$

$$(61) \frac{2}{3}s = 7$$

بضرب الطرفين في $\frac{3}{2}$

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}s = 7 \times \frac{3}{2}$$

$$s = \frac{21}{2}$$

مهارة سابقة: أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي:

$$1,3 \div 78 - \quad (٦٣)$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 13)780 \\ \underline{78} \\ \cdot \\ 60 = 1,3 \div 78 - \end{array}$$

$$(8-) \div 64 - \quad (٦٤)$$

$$8 \div 64 = (8-) \div 64 -$$

$\lambda =$

$$(6-) \div 42,3 \quad (٦٤)$$

$$\begin{array}{r} 7,00 \\ 6)42,3 \\ \underline{42} \\ \cdot \\ 0030 \\ \cdot \\ 30 \\ \underline{\cdot} \\ 7,00 = (6-) \div 42,3 \end{array}$$

$$10,5 \div 23,94 - \quad (٦٥)$$

$$\begin{array}{r} 2,28 \\ 105)239,4 \\ \underline{210} \\ \cdot \\ 294 \\ \cdot \\ 210 \\ \cdot \\ 840 \\ \underline{\cdot} \\ 840 \end{array}$$

$$2,28 - = 1,5 \div 23,94 -$$

$$4,6 \div 98,44 - \quad (٦٧)$$

$$\begin{array}{r} 21,4 \\ 46)984,4 \\ \underline{92} \\ \cdot \\ 64 \\ \underline{46} \\ \cdot \\ 184 \\ \underline{184} \\ \cdot \\ 21,4 = 4,6 \div 98,44 - \end{array}$$

$$(2,5-) \div 32,5 - \quad (٦٦)$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 25)320 \\ \underline{25} \\ \cdot \\ 75 \\ \underline{75} \\ \cdot \\ 13 = (2,5-) \div 32,5 - \end{array}$$



٦ - ٢

قسمة وحدات الحد

لماذا؟



$\frac{7}{6} \times 10^10$ وهذا يعني أن عدد سكان منطقة مكة المكرمة يساوي 10^10 أمثال عدد سكان منطقة القصيم.

قسمة وحدات الحد: يمكنك استعمال مبادئ اختصار الكسور الاعتيادية؛ لإيجاد ناتج قسمة وحداتي حد مثل $\frac{10}{6}$ ، انظر إلى نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{\overbrace{1 \cdot 1 \cdot 1}^{4 \text{ عوامل}}}{\underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot n}_{3 \text{ عوامل}}} = \frac{1}{n^3}$$

$$\frac{\overbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}^{7 \text{ عوامل}}}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ عوامل}}} = \frac{1}{2^4}$$

ويبيّن المثالان السابقان خاصية قسمة القوى.

فيما سبق

درست ضرب وحدات الحد.

والآن

- أجد ناتج قسمة وحداتي حد.

- أبسط عبارات تحتوي أساساً سالبة أو صفرية.

المفردات

الأس الصفرى

الأس السالبة

رتبة المقدار

مطوية

قسمة القوى

التعبير اللغظى: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أسيهما (أس البسط - أس المقام).

الرموز: لأى عدد حقيقي $a \neq 0$ ؛ وأى عددين صحيحين m, n ، فإن: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

$$\frac{r^5}{r^2} = r^{5-2} = r^3$$

$$\frac{g^{11}}{g^8} = g^{11-8} = g^3$$

أمثلة:

تحقق من فهمك

$$(1) \frac{s^3c^4}{s^2c^3}$$

$$\frac{s^3c^4}{s^2c^3} = s^{3-2}c^{4-3} = s^1c^1 = sc$$

$$(2) \frac{k^7m^{10}b}{k^5m^3b}$$

$$\frac{k^7m^{10}b}{k^5m^3b} = k^{7-5}m^{10-3}b = k^2m^7b$$

يمكنك استعمال تعريف القوى لإيجاد ناتج قوى قسمة وحدات الحد، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{3^3}{\xi^3} = \frac{\underbrace{3 \times 3 \times 3}_{\text{عوامل } 3}}{\underbrace{\xi \times \xi \times \xi}_{\text{عوامل } 3}} = \left(\frac{3}{\xi}\right)\left(\frac{3}{\xi}\right)\left(\frac{3}{\xi}\right) = 3 \left(\frac{3}{\xi}\right)$$

$$\frac{\cancel{d} \times \cancel{d}}{\cancel{d} \times \cancel{d}} = \frac{\cancel{d} \times \cancel{d}}{\cancel{d} \times \cancel{d}} = \left(\frac{\cancel{d}}{\cancel{d}} \right) \left(\frac{\cancel{d}}{\cancel{d}} \right) = \left(\frac{\cancel{d}}{\cancel{d}} \right)$$

مفهوم أساسى قوى القسمة

التعبير اللفظي: لإيجاد قيمة ناتج قسمة، أوجد كلاً من قيمة البسط وقيمة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين a , $b \neq 0$; وأي عدد صحيح m فإن:

$$\frac{a}{b} = m \left(\frac{a}{b} \right) = m$$

أمثلة:

$$\frac{3}{5} = 0.6 \quad \left(\frac{3}{5} \right) = 0.6$$

ارشادات للدراسة

قوانين القوة للمتغيرات

تطبيق قوانين القوة على
المتغيرات تماماً كما تطبق

على الأعداد. فمثلاً

$$\frac{\tau_{127}}{\tau_{\text{p}\xi}} = \frac{\tau_{(13)}}{\tau_{(\xi)}} = \tau \left(\frac{13}{\xi} \right)$$

تحقق من فهمك

$$^3\left(\frac{^4\sin ^3}{\xi }\right) (12)$$

$$\frac{12}{34} \text{س}^3 = \left(\frac{4}{4} \text{س}^3 \right)$$

$$\frac{12}{64} =$$

$$2 \left(\frac{2\sin 2}{3\cos 3} \right) \quad (b)$$

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}^3} = \left(\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}^3} \right)^2$$

٤٩

$$6 \quad 122 \quad \left(\frac{\sin^3 4}{\cos^4 5} \right) \quad (ج)$$

$$\frac{\begin{matrix} 3 \times 3 \\ \text{س} \end{matrix}}{\begin{matrix} 4 \times 3 \\ \text{ص} \end{matrix}} = \begin{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ \text{س} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 \\ \text{ص} \end{matrix} \end{pmatrix}$$

$$\frac{64}{125} =$$

يمكن استعمال الآلة الحاسبة لاستكشاف عبارات مرفوعة للأسم الصفري مثل: 3^3 , 2^3 , ... ويوجد طريقتان لتفسير لماذا تعطى الآلة الحاسبة $3^3 = 1$

الطريقة ٢

تعريف القوى

$$\frac{\cancel{X} \times \cancel{X} \times \cancel{X} \times \cancel{X}}{\cancel{X} \times \cancel{X} \times \cancel{X} \times \cancel{X}} = \frac{0}{0}$$

٤

1

طريقة ١

$$\text{ناتج قسمة القوى} = \frac{^{\circ}3}{^{\circ}2} - ^{\circ}3$$

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وبما أن للعبارة $\frac{3}{3}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن $3 = 1$
أي أن الأس الصفرى لأى عدد لا يساوى الصفر هو الواحد.

أضف
مطويتك

خاصية الأس الصفرى

مفهوم أساس

التعبير اللظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوى 1

الرموز: لأى عدد حقيقي أ لا يساوى صفرًا فإن: $A^0 = 1$

$$1 = \cdot \left(\frac{2}{7} \right)$$

$$1 = \cdot \left(\frac{b}{j} \right)$$

$$1 = 1^0$$

أمثلة:

الأس الصفرى

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوى صفرًا:

$$b) \frac{s^0 c}{s^3}$$

$$1 = 1^0 = \frac{s^0 c}{s^3} = s^0 c$$

اقسم القوى

$$a) \left(\frac{4^n k^0 r^2}{9^n k^2 r^3} \right)^0$$

$$1 = 1^0 = \left(\frac{4^n k^0 r^2}{9^n k^2 r^3} \right)$$

تحقق من فهمك

$$(13) \frac{b^4 j^2 d}{b^2 j} = b^4 j^2 - 1 d$$

$$\frac{b^4 j^2 d}{b^2 j} = b^4 j^2 - 1 d \\ = b^2 j$$

أضف
مطويتك

خاصية الأسس السالبة

مفهوم أساس

التعبير اللظي: لأى عدد حقيقي أ لا يساوى الصفر، ولأى عدد صحيح ن، فإن مقلوب A^{-n} هو $\frac{1}{A^n}$.

الرموز: لأى عدد حقيقي أ لا يساوى الصفر ، وأى عدد صحيح ن، فإن: $A^{-n} = \frac{1}{A^n}$, $\frac{1}{A^{-n}} = A^n$.

$$\frac{1}{j^4} = j^{-4}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$$

أمثلة:

تُعد العبارة في أبسط صورة لها إذا احتوت على أساس موجبة فقط، وظهر كل أساس مرة واحدة فقط، ولا تتضمن قوى القوى، وأن تكون جميع الكسور الاعتيادية فيها في أبسط صورة.

۱۴) ف و س و ص

$$\frac{س^۲ ص}{ف} =$$

$$2+4-\frac{1}{4} = \frac{32}{32}$$

$$\frac{4 - ج ۳ ب ۸ د ۳ ۲}{۲ - ج ۵ ب ۳ د ۴} \quad (ب)$$

$$= \lambda - \mu^{11-1} + \dots$$

$$\frac{ج - ۲۵}{م - ۲۰} = \frac{۳ - ک - ۴ + ۲}{۶ - م - ۴ + ۲}$$

$$\frac{جـ ٥ - كـ ٣ - مـ ٢}{كـ ٤ - مـ ٢} جـ ٤$$

نستعمل رتبة المقدار لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة، وتعبر عن العدد مقرّباً إلى أقرب فوى العشرة. فمثلاً العدد 95000000 مقرّباً إلى أقرب فوى العشرة هو 100000000 أو 10 ، فإذا فإن رتبة المقدار 95000000 هي 10 .

تطبيقات الأسس

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١,٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠,٠٠٨ متر. فكم مرة تقربياً يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

فهم: علينا إيجاد رتبة طول كل من الرجل والنملة، ثم إيجاد النسبة بينهما.

خطط: قرب كل طول إلى أقرب قوة للعدد ١٠، ثم أوجد نسبة طول الرجل إلى طول النملة.

حل: بما أن معدل طول الرجل قريب من ١ متر؛ لذا تكون رتبة طوله هي ١٠٠ أمتار.

وبما أن معدل طول النملة يساوي $1\text{,}000$ متر تقريرياً؛ لذا فربطة طول النملة هي 10^{-3} أمتار.



الربط مع الحياة

يوجد أكثر من ١٤٠٠ نوع من النمل في الكرة الأرضية. وبعضها يستطيع حمل أشياء كتلتها تعادل كتلة النملة ٥٠ مرات.



٥) علم الفلك: رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرب التبانة لأقرب قوى العشرة هي:
 10^{44} على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درب التبانة رتبة مقدار
 كتلة الأرض؟

$$\frac{44}{27} = \frac{\text{كتلة درب اللبانة}}{\text{كتلة الأرض}}$$

$$27 - 44 =$$

$$17 =$$

تأكد

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا.

$$(3) \quad \frac{b^4 j^6 n^8}{b^4 j^3 n^5}$$

$$\frac{b^4 j^6 n^8}{b^4 j^3 n^5} = b^{-4} j^{-3} n^{-8}$$

$$= j^3 n^3$$

$$(2) \quad \frac{m^6 r^6 b^3}{m^6 r^2 b^3}$$

$$\frac{m^6 r^6 b^3}{m^6 r^2 b^3} = m^{-6} r^{-5} b^{-2}$$

$$= m r^3$$

$$(1) \quad \frac{h^5 l^4}{h^2 l}$$

$$\frac{h^5 l^4}{h^2 l} = h^{-5} l^{-4}$$

$$= h^3 l^3$$

$$(6) \quad \frac{s^3 c^2 u^6}{u^5 s^2 c^3}$$

$$\frac{s^3 c^2 u^6}{u^5 s^2 c^3} = s^{-2} c^{-1} u^{-6}$$

$$= s c u$$

$$(5) \quad \frac{r^4 n^7 f^2}{n^7 f^2}$$

$$\frac{r^4 n^7 f^2}{n^7 f^2} = r^4 n^{-7} f^{-2}$$

$$= r^4$$

$$(4) \quad \frac{g^8 h^2 m}{h^7 g^2}$$

$$\frac{g^8 h^2 m}{h^7 g^2} = g^{-8} h^{-2} m^{-1}$$

$$= g h m$$

$$(9) \quad \left(\frac{h^3 j^2}{h^5} \right)^0$$

$$\left(\frac{h^3 j^2}{h^5} \right)^0 = \frac{h^0 j^0}{h^0 j^0}$$

$$\frac{25 \cdot 15 \cdot 32}{10 \cdot 5 \cdot 3125} =$$

$$(8) \quad \frac{r^3 f^{-2}}{n^{-7}}$$

$$\frac{r^3 f^{-2}}{n^{-7}} = n^7 r^3 f^{-2}$$

$$= \frac{n^7 r^3}{f^2}$$

$$(7) \quad \frac{n^4 k^4 w^6}{k^2 n^3 w^6}$$

$$\frac{n^4 k^4 w^6}{k^2 n^3 w^6} = \frac{n^4 k^4 w^6}{k^2 n^3 w^6}$$

$$= n k^2 w^0$$

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا.

۱۲

$$\frac{4\pi^2}{3} \cdot \frac{h}{h_0} \quad (11)$$

$$\left(\frac{s^3 \sin^4 \theta}{s^3 \cos^4 \theta} - \right) \quad (10)$$

$$f^{-3}g^2 = \frac{g^2}{f^{-4}}$$

$$\text{ر۲ ف.ه} = \frac{\text{ر۲ ه}}{\text{۳ ه}}$$

$$1 = \left(\frac{s^3 \sin^4 u}{s^3 \cos^4 u} \right)$$

$$\frac{ج}{ف} =$$

۲۰۰

١٢) إنترنت: ارتفع عدد مستعملي الإنترنٰت في المملكة من ١١٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣١ هـ إلى ٢٤٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣٨ هـ. حَدَّد نسبٰة عدد مستعملي الإنترنٰت عام ١٤٣٨ هـ إلى مستعمليه عام ١٤٣١ هـ باستعمال رتبة المقدار للعامين.

نسبة عدد مستعملي الانترنت عام ١٤٣١هـ إلى عددهم عام ١٤٢١هـ

$$= \frac{\text{نسبة عدد مستعملي الانترنت عام } ١٤٣١}{\text{نسبة عدد مستعملي الانترنت عام } ١٤٢١} \approx \frac{٧١}{٦٩} \approx ١٠ \% \text{ تقريباً}$$

تدريب و حل المسائل

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا.

جـ دـ هـ (١٥)

$$\frac{m^4}{n^2} \quad (14)$$

$$z = \frac{d^2e^d}{d^2e}$$

$$m^{\frac{1}{n}} = \frac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{4}}}$$

14

مَنْ =

$$\frac{س-ص}{ع-ع} (17)$$

$$^2 \left(\frac{^4 \text{س ص}}{^2 \text{ع ه}} \right) (١٦)$$

$$\sin^2 x = \frac{\sin^4 x}{\sin^2 x}$$

$$\left(\frac{^8\text{س}^2\text{ص}^3}{^5\text{ع}^4} \right) = \left(\frac{^2\text{س}^3\text{ص}^4}{^5\text{ع}^2} \right)$$

$$\frac{\text{ص}^9}{\text{س}^4} =$$

٢٥٤

$$\left(\frac{ن^{ج_٩} ج^{ه_٥}}{ن ج^{ه_٣}} - \right) (١٩)$$

$$١ = \frac{ن^{ج_٩} ج^{ه_٥}}{ن ج^{ه_٣}}$$

$$\frac{أ^{ب_٨} ج^{ه_٧}}{أ^{ب_٧} ج^{ه_٦}} (٢٠)$$

$$\frac{أ^{ب_٧} ج^{ه_٦}}{أ^{ب_٦} ج^{ه_٥}} (٢١)$$

$$أ^{ب_٦} ج^{ه_٥} =$$

$$\frac{ج^{ه_٥}}{ج^{ه_٤}} (٢٢)$$

$$\frac{ل^{ن_٢} ن^{ر_٧}}{ل^{ن_٢} ن^{ر_٦}} (٢٣)$$

$$\frac{ج^{ه_٥}}{ج^{ه_٤}} = \frac{ج^{ه_٤}}{ج^{ه_٣}} (٢٤)$$

$$\frac{ج_٥}{ج_٤} =$$

$$\frac{ل^{ن_٢} ن^{ر_٧}}{ل^{ن_٢} ن^{ر_٦}} = ل^{ن_٢} ن^{ر_٧} (٢٥)$$

$$= ل^{ن_٢} ن^{ر_٧}$$

$$\frac{م^{ل_٣} ل^{م_١٢}}{م^{ل_٣} ل^{م_١٥}} (٢٦)$$

$$\frac{ن^{ج_٣} ج^{ه_٢}}{ن^{ج_٢} ج^{ه_١}} (٢٧)$$

$$\frac{\cancel{م^{ل_٣} ل^{م_١٢}}}{\cancel{م^{ل_٣} ل^{م_١٥}}} = \frac{م^{ل_٣} ل^{م_١٢}}{م^{ل_٣} ل^{م_١٥}}$$

$$\frac{-ن^{ج_٣} ج^{ه_٢}}{٤} = \frac{-ن^{ج_٢} ج^{ه_١}}{٤} (٢٨)$$

$$\frac{م^{ل_٣} ل^{م_١٢}}{م^{ل_٣} ل^{م_١٥}} =$$

$$\frac{-ن}{٤} =$$

$$\frac{أ^{ب_٤} ج^{ه_٣}}{أ^{ب_٣} ج^{ه_٤}} (٢٩)$$

$$\frac{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}}{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}} (٣٠)$$

$$\frac{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}}{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}} =$$

$$\frac{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}}{أ^{ب_٣} ج^{ه_٣}} =$$

$$25) \frac{ر^3 ن^{-1} س^{-5}}{ن س^5}$$

$$\frac{ر^3 ن^{-1} س^{-5}}{ن س^5} = ر^3 ن^{-1} س^{-5}$$

$$= ر^3 ن^{-2} س^{-10}$$

٢٦) حواسيب: وصلت سرعة معالج الحاسوب عام ١٤١٤ هـ إلى 10^8 عملية في الثانية تقريباً. وازدادت هذه السرعة إلى أكثر من $(10)^{10}$ عملية في الثانية عام ١٤٣٨ هـ. فبكم مرة يكون الحاسوب الجديد أسرع من القديم؟

$$\text{عدد المرات} = \frac{10^{10}}{10^8}$$

$$= 10^2$$

$$= 100$$

٢٧) **تمثيلات متعددة:** تستعمل الصيغة $M = \pi r^2$ لإيجاد مساحة الدائرة، وتستعمل الصيغة $M = l^2$ لإيجاد مساحة المربع الذي طول ضلعه l . استخدم الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية:

أ) جبرياً: أوجد نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع.

النسبة	مساحة المربع	مساحة الدائرة	نصف القطر
			نق
		نق ²	
		نق ³	
		نق ⁴	
		نق ⁵	

$$\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{\pi r^2}{l^2}$$

$$= \frac{\pi r^2}{4r^2}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

ب) جبرياً: إذا ضرب كل من نصف قطر الدائرة وطول ضلع المربع في العدد ٢، فما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

$$\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{4\pi r^2}{4l^2}$$

$$= \frac{4\pi r^2}{4l^2}$$

$$= \frac{\pi}{l^2}$$

النسبة	مساحة المربع	مساحة الدائرة	نصف القطر
$\frac{ط}{4}$	٤ نق ^٢	٤ ط نق ^٢	نق
$\frac{ط}{4}$	١٦ نق ^٢	٤ ط نق ^٢	٢ نق
$\frac{ط}{4}$	٣٦ نق ^٢	٩ ط نق ^٢	٣ نق
$\frac{ط}{4}$	٦٤ نق ^٢	١٦ ط نق ^٢	٤ نق
$\frac{ط}{4}$	١٠٠ نق ^٢	٢٥ ط نق ^٢	٥ نق

د) تحليلياً: ما الاستنتاج الذي توصلت إليه؟

نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع تساوي دائماً $\frac{\text{ط}}{4}$

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٨) تبرير: هل المعادلة " $s \times s^2 = s^3$ " صحيحة أحياناً أم غير صحيحة أبداً؟ فسر إجابتك.

الدرس ٢-٦: قسمة وحدات الحد

المعادلة صحيحة أحياناً عندما $s = 0, 1, 2, 3$

وخطأها عندما $s = -1, -2, -3$

٢٩) مسألة مفتوحة: أعطِ مثلاً لوحيدتي حد يكون ناتج قسمتهما 24^3 بـ 24^2 بـ 24^1 بـ 24^0 بـ 24^{-1}

وحيدتي الحد: 24^4 بـ 24^6 ، 24^2 بـ 24^3

$$\begin{aligned} &= s^{-n} \\ \text{حيث } &\frac{24^4}{24^2} = 24^2 \text{ بـ } 24^3 \\ &= s^{-n} \end{aligned}$$

٣٠) تحدُّ: استعمل خاصية قسمة القوى لتفسير المساواة $s^{-n} = \frac{1}{s^n}$

$$\frac{1}{s^{-n}} = \frac{s^0}{s^{-n}}$$

$$= s^{-n}$$

٣١) اكتب: وضُّح كيف تستعمل خاصية قسمة القوى وخاصية قوى القسمة؟

. تستعمل خاصية ناتج قسمة القوى عند قسمة قوتين لهما الأساس

نفسه وذلك بطرح الأسسين.

. وتستعمل خاصية قوة ناتج القسمة لإيجاد قوة ناتج القسمة وذلك

بتوزيع القوة على كل من المقام والبسط.

٣٣) بسط العبارة: $(4 - 2 \times 5 \times 64)^3$

- ج) ٣٢٠
د) ١٠٢٤

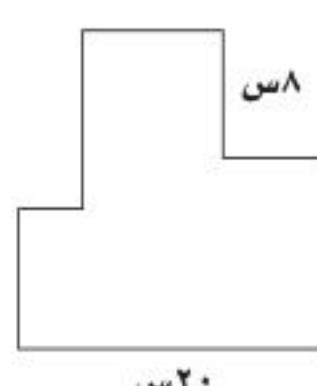
- أ) $\frac{1}{64}$
ب) ٦٤

$$^3(64 \times 1 \times \frac{1}{16}) = ^3(64 \times 5 \times 4)$$

$$^3(4) =$$

$$64 =$$

ال اختيار الصحيح: ب) ٦٤



٣٢) هندسة: ما محيط الشكل المجاور؟

- أ) ٤٠ س
ج) ١٦٠ س
د) ٤٠٠ س
ب) ٨٠ س

$$\text{الطول} = 12 \text{ س} + 8 \text{ س} = 20 \text{ س}$$

$$\text{العرض} = 20 \text{ س}$$

$$\text{المحيط} = 2(20 \text{ س} + 20 \text{ س})$$

$$= 80 \text{ س}$$

ال اختيار الصحيح: ب) ٨٠ س

مراجعة تراكمية

٣٤) علم الأرض: موجة زلزال قوته ٦ أكبر من موجة زلزال قوته ٤ بـ ١٠ مرات. وموجة زلزال قوته ٤ تساوي ١٠ أمثال موجة زلزال قوته ٣ فكم مرة تساوي موجة زلزال قوته ٦ موجة زلزال قوته ٣؟ (الدرس ٢-٦)

$$\text{موجة زلزال قوته ٦} < 10 \times 10 < 100$$

حل كلا من المطالعات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

٣٥) $6 < 4 < 5$

المطالعة الأصلية
خاصية التوزيع
طرح ٤ هـ من الطرفين
إضافة ٣٠ إلى الطرفين
بقسمة الطرفين على ٦

$$\begin{aligned} 6 &< 4 & 4 &< 5 \\ 6 - 5 &< 4 - 5 & 1 &< 1 \\ 1 &< 1 & 1 &< 1 \\ 1 &< 1 & 1 &< 1 \\ 1 &< 1 & 1 &< 1 \end{aligned}$$

$$\frac{30}{6} < 5$$

$$5 < 5$$

المتباعدة الأصلية خاصية التوزيع إضافة ٢٢ إلى الطرفين	$10 + 4(b - 8) \leq 22$ $10 + 32 - 4b \leq 22$ $22 - 4b \leq 22$ $22 + 22 - 4b \leq 22 + 22$
---------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------

بقسمة الطرفين على ٤

$$4 \leq 4b$$

$$11 \geq b$$

(٣٧) $5(b - 8) \geq 10 + 3$

المتباعدة الأصلية خاصية التوزيع طرح ٣ب من إضافة ٤٠ إلى بقسمة الطرفين على ٢	$5(b - 8) \geq 10 + 3$ $5b - 40 \geq 3b + 30$ $5b - 3b - 30 + 40 \geq 3b - 3b$ الطرفين $2b + 40 \geq 40 - 30$ الطرفين $\frac{2}{2}b \geq \frac{10}{2}$ b ≥ ٥
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: بسط كل عبارة فيما يأتي:

(٣٨) $3s + 10s$

$$3s + 0s = (10 + 3)s$$

$$= 13s$$

(٤٠) $4s + 2s + 15s$

$$4s + s + 15s$$

$$= (4 + 15)s + s$$

$$= 19s$$

(٤١) $13(4 + 5)$

$$13(4 + 5) = 152 + 65$$



كثيرات الحدود

لما ٩

٣ - ٦

فيما سبق

درست تمييز وحدات الحد وخصائصها.

والأآن

- أجد درجة كثيرية الحدود.

- أكتب كثيرية حدود بالصورة القياسية.

المفردات

كثيرية حدود

ثانية الحد

ثلاثية الحدود

درجة وحيدة الحد

درجة كثيرية الحدود

الصورة القياسية لكثيرية

الحدود

المعامل الرئيس

تمييز كثيرات الحدود

درجة كثيرية الحدود: **كثيرية الحدود** هي وحيدة حد أو مجموع وحدات حد. تُسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود. وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماء خاصة. **ثانية الحد** هي مجموع وحدتي حد في أبسط شكل، و**ثلاثية الحدود** هي مجموع ثلاث وحدات حد في أبسط شكل.

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرية حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثة حدود:

وحيدة حد / ثنائية حد / ثلاثة حدود	هل هي كثيرية حدود؟	العبارة
ثنائية حد	نعم؛ $4s^2 - 5s + 6$ هي مجموع وحدتي حد هما: $4s^2$ ، $-5s$.	أ) $4s^2 - 5s + 6$
وحيدة حد	نعم؛ $6, 5 - 6$ عدد حقيقي.	ب) $6, 5 - 6$
—	لا؛ $\frac{7}{3} = 3\frac{1}{3}$ ، وهي ليست وحيدة حد.	ج) $3\frac{1}{3} + 9b$
ثلاثية حدود	نعم؛ $6s^3 + 4s^2 + s + 3 = 6s^3 + 4s^2 + s + 3$ ، مجموع ثلاثة حدود.	د) $6s^3 + 4s^2 + s + 3$

تحقق من فهمك



أ) s

نعم، وحيدة حد

نعم، ثلاثة حدود

أ) $2s^2 - 4s + 3$

أ) $5s + 7n^2$

نعم، ثنائية حد

أ) $s^4 - 8s^3 - 10s^2$ لا، ليس وحيدة حد و s^3 له أس متغير

١٢) س ص^٥

$$\text{درجة الحد} = ١ + ٥ + ١ = ٧$$

$$\text{٢) } ٢\text{ م ن} - ٣\text{ م ن}^٢ - ٧\text{ م ن}^٣ - ١٣\text{ م ن}^٤$$

$$\text{درجة الحد } ٢\text{ م ن} = ١ + ١$$

$$\text{درجة الحد } - ٣\text{ م ن}^٣ = ١ + ٢$$

$$\text{درجة الحد } - ٧\text{ م ن}^٧ = ٢ + ٢$$

درجة $- 13$ هي صفر

$$\text{إذن درجة كثيرة الحدود } = ٤ = ٢ + ٢$$

١٣) $٨ - ٢س^٢ + ٤س^٤ - ٣س^٣$

$$٤س^٤ - ٢س^٢ - ٣س^٣ + ٨$$

$$\text{المعامل الرئيس } = ٤$$

$$\text{٣) } ١٠ + ٥س^٣ - ٢س^٢ - ٧س^٦ + س^٥$$

$$- ٧س^٦ + ٥س^٣ - ٢س^٢ + س + ١٠$$

$$\text{المعامل الرئيس } = - ٧$$



تحقق من فهمك

٤١) كم طنًا أنتج عام ١٤٣٨ هـ؟

$$\text{ن} = ١٤٢٦ - ١٤٣١$$

$$\text{ع} = ١٠ + (٥ \times ٢) - (٢٥ \times ٣)$$

$$\text{ع} = ٧٥\ldots\ldots\text{طن}$$

٤٢) إذا استمر هذا النمط، فكم طنًا سيتم إنتاجه عام ١٤٤٨ هـ؟

$$\text{ن} = ١٤٢٦ - ١٤٤١$$

$$\text{ع} = ١٠ + ١٥ \times ٢ - (١٥ \times ٣)$$

$$\text{ع} = ١٠ + ٣٠ - ٦٧٥$$

$$\text{ع} = ٦٥٥$$

$$\text{ع} = ٦٥٥\ldots\ldots\text{طن}$$



حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثة حدود:

$$4) 5k^4 + 6k$$

$$5) \frac{5}{k} k^4 + 6 =$$

لا، تحتوي على متغير في المقام

$$6) 5n^2 + 3$$

نعم، ثنائية حد.

$$7) 3s^2$$

نعم، وحيدة حد.

$$8) 2x^5 + 3x^2$$

نعم، ثلاثة حدود.

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$9) 6n^3 - n^4$$

درجة الحد $6n^3 = 3$ ، درجة الحد $n^4 = 4$

درجة كثيرة الحدود = 4

درجة كثيرة الحدود = صفر

$$10) 7 - 12k^2n + 8n$$

درجة كثيرة الحدود = 1

درجة الحد $7k^2n = 2 + 1 = 3$ ، درجة الحد $8n = 1$ ، درجة الحد

$$= 12$$

درجة كثيرة الحدود = 3

درجة الحد $12a^2b^5 = 2 + 5 = 7$ ، درجة الحد $a^2b = 2$ ، درجة الحد

$$= 5$$

درجة كثيرة الحدود = 7

$$11) 6n^3 + 3d^2n^2 + 2d + 1$$

$$\text{درجة الحد } 6n^3 = 3$$

درجة الحد $d^2 = 2$ ، درجة الحد $1 = 0$

درجة كثيرة الحدود = 4

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدّد المعامل الرئيس فيها:

(١٢) $-x^3 - 3x^2 + 2x^3 + 2x$ ، اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

المعامل الرئيس = ١

(١٣) $-4x^4 - 2x^5 + 4x^4$ ، اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

المعامل الرئيس = ٥

(١٤) $x^4 - 2x^5 + x^12 - 1$ ، اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

المعامل الرئيس = ٤

(١٥) **جامعات:** افترض أنه يمكن تمثيل عدد الطلاب المسجلين في جامعة من عام ١٤٣٠ هـ إلى ١٤٣٩ هـ بالمعادلة $N = S^2 + 5S + 100$ ، حيث S عدد السنوات منذ عام ١٤٣٠ هـ.

أ) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٥ هـ؟

$$N = S^2 + 5S + 100$$

$$N = 5^2 + 5 \times 5 + 100$$

$N = 33$ وبما أن (N) بالمئات

$$\text{إذن عدد الطالب} = 33 \times 100 = 3300 \text{ طالب}$$

ب) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٧ هـ؟

$$N = S^2 + 5S + 100$$

$$S = 7 \text{ حيث } 7 = 1419 - 1426$$

$N = 60$ وبما أن N بالمئات

$$\text{إذن عدد الطالب} = 60 \times 100 = 6000 \text{ طالب}$$

حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثة حدود:

$$(18) \quad 1+2x^4 - 3x^2$$

نعم، ثلاثة حدود

$$(17) \quad 2x + 1$$

نعم، وحيدة حد

$$(16) \quad \frac{5}{2}x^3 + 4x$$

لا، تحتوي على متغير في المقام

$$(21) \quad 3n^5 + n^3k$$

نعم، ثنائية حد

$$(20) \quad k - 10$$

نعم، ثنائية حد

$$(19) \quad d + 3d - j$$

لا، الأس متغير

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(22) \quad 13 - 4ab + 5a^3b \quad \text{درجة الحد } 4ab = 2, \text{ درجة الحد } 5a^3b = 4, \text{ درجة الحد } 13 = 0.$$

$$\text{درجة كثيرة الحدود} = 4$$

$$(23) \quad 3s - 8 \quad \text{درجة الحد } 3s = 1, \text{ درجة الحد } 8 = 0.$$

$$\text{درجة كثيرة الحدود} = 1$$

$$(24) \quad -4$$

$$\text{درجة الحد} - 4 = \text{صفر}$$

$$(25) \quad h^2 - 2j^2$$

$$\text{درجة الحد} = 1 + 2 = 3$$

$$(26) \quad 4 - 2jd^4 - 6d^2j$$

$$\text{درجة الحد} 2jd^4 = 4 + 1 = 5,$$

$$\text{درجة الحد} 6d^2j = 3 = 1 + 2 = 3$$

$$\text{درجة الحد} 10 = 0$$

$$\text{درجة كثيرة الحدود} = 5$$

$$(27) \quad 4n^3 - 2c^2 + 5cn^2$$

$$\text{درجة الحد} 2c^2 = 2 + 2 = 4$$

$$\text{درجة الحد} cn^3 = 3 + 3 = 6$$

$$\text{درجة الحد} 10 = 0$$

$$\text{درجة كثيرة الحدود} = 6$$

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدّد المعامل الرئيس فيها:

$$(28) \quad 5s^5 - 2s^2 + 3s - 4, \quad \text{اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها}$$

$$\text{المعامل الرئيس} = 5$$

اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

$$7x^3 + 8x^2$$

$$(29) 8x^8 + 7x^7$$

$$\text{المعامل الرئيس} = 7$$

اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

$$-5x^2 - 3x^3 + 4x^4$$

$$(30) 4x^3 - 5x^5$$

$$\text{المعامل الرئيس} = -5$$

اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

$$-x^2 - x^4$$

$$(31) -x^4 - x^2 + 1$$

$$\text{المعامل الرئيس} = -4$$

اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

$$-3s^4 + 5s^5 + 7s^7$$

$$(32) \frac{1}{2}s - 3s^4 + 7s^5$$

$$\text{المعامل الرئيس} = -3$$

اكتب الحدود بترتيب تنازلي لدرجتها

$$-b^6 - b^9 + b^{10}$$

$$\text{المعامل الرئيس} = -1$$

(34) **ألعاب نارية:** أطلق صاروخ ألعاب نارية من ارتفاع 1 م من الأرض وبسرعة 150 م/ث. ويمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ u بعد n ثانية بالمعادلة $u = -5n^2 + 50n + 1$

أ) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد 3 ثوانٍ؟

$$\text{بالتقسيم عن } n = 3$$

$$u = -5n^2 + 50n + 1$$

$$u = -5(3^2) + 50(3) + 1$$

$$u = 106 \text{ م}$$

ب) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد 5 ثوانٍ؟

$$u = -5n^2 + 50n + 1$$

$$u = -5(5^2) + 50(5) + 1$$

$$u = 126 \text{ م}$$

$$\text{بالتقسيم عن } n = 5$$



٣٥) **مشروع:** يصمم طارق وعمر هيكل صاروخ، بحيث يكون الجزء العلوي منه على شكل مخروط، وجسمه على شكل أسطوانة نصف قطرها نـ، كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن حجم المخروط يساوي $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ ، حيث r نصف القطر (نـ)، h الارتفاع (عـ)، وحجم الأسطوانة يساوي $\pi r^2 h$ ، حيث r نصف القطر (نـ)، h الارتفاع (عـ).

أ) اكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصاروخ.

$$\text{حجم الصاروخ} = \text{حجم المخروط} + \text{حجم الاسطوانة}$$

$$\text{حجم الصاروخ} = \frac{1}{3} \pi r^2 h + \pi r^2 h$$

ب) إذا كان ارتفاع جسم الصاروخ ٨ سم، وارتفاع الجزء العلوي منه ٦ سم، ونصف قطر القاعدة ٣ سم، فما حجم الصاروخ؟

$$\begin{aligned} \text{حجم الصاروخ} &= \frac{1}{3} \pi (r^2 h_1 + r^2 h_2) \\ &= \frac{1}{3} \pi (3^2 \times 6 + 3^2 \times 8) \\ &= \frac{1}{3} \pi (54 + 72) \\ &\approx 282.6 \text{ سم}^3 \end{aligned}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **تحد:** إذا كان س عدداً صحيحاً، فاكتتب كثيرة حدود تمثل العدد الصحيح الفردي، وفسّر ذلك.

٢١ + س حيث س عدد صحيح

٣٧) **تبرير:** وضح إذا كانت العبارة: "يمكن أن تكون درجة ثنائية الحد صفرًا" صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ وفسّر إجابتك.

غير صحيحة أبداً يجب أن تحوي ثنائية الحد على حد تكون درجته

على الأقل ١

٣٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب مثالاً على ثلاثة حدود تكعيبية.

$$s^3 - s^2 + 1$$

٣٩) **اكتب:** فسّر كيف تكتب كثيرة حدود على الصورة القياسية، وكيف تحدد المعامل الرئيس فيها؟

**أوجد درجة كل حد أولاً ثم رتب الحدود تنازلياً بحسب درجاتها فيكون
المعامل الرئيس دائماً معامل أول حد وهو الحد الذي له أعلى درجة**

تدريب على اختبار

٤١) ما قيمة ص التي تتحقق نظام المعادلات أدناه؟

$$2s + c = 19, \quad 4s - 6c = 2$$

- أ) ٥ ب) ٨ ج) ٧ د) ١٠

ص = ١٩ - ٢س
إذن ٤س - ٦(١٩ - ٢س) = ٢ - ٤س
و بالتعويض في المعادلة الثانية

$$4s - 114 + 12s = 2$$

$$112s = 112$$

$$s = \frac{112}{112} = 1 \quad \text{وبالتعويض عن } s = 1$$

$$\text{نجد أن } c = 14 - 19 = 7 \times 2 - 19 = 5$$

٤٠) إجابة قصيرة: إذا كان لديك بطاقة تخفيض بقيمة ٨ريالات من أحد المتاجر، وشتريت أرزاً بـ ٥٩,٩٥ ريالاً، وعلبة جبن بـ ١٥,٩٥ ريالاً. فكم تدفع مقابل ذلك؟

$$\begin{aligned} \text{ثمن ما اشتريته} &= 15,95 + 59,95 \\ &= 75,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ما دفعته بعد الخصم} &= 8 - 75,9 \\ &= 67,9 \end{aligned}$$

مراجعة تراكمية

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا: (الدرس ٢-٦)

$$42) \quad \frac{1}{a^{-4}(a^4)(a^{-8})} = a^{8-4} = a^4$$

$$a = 1$$

$$(m^{-3}j)^{-1} = 1$$

$$43) \quad \frac{1}{\frac{m}{j}} = \frac{j}{m} \quad \frac{(m^{-3}j)^{-1}}{m^{-3}j} = j$$

$$44) \quad \frac{(n^3j^2)^{-1}}{(n^4k^8)^{-1}} = \frac{(n^{-1}k^{-3})}{(n^{-4}k^{-8})}$$

$$44) \quad \frac{(n^3j^2)^{-1}}{(n^4k^8)^{-1}} = \frac{(n^{-1}j^{-2})}{(n^{-4}k^{-8})}$$

$$\begin{aligned} \frac{n^{-1}k^{-3}}{n^{-4}k^{-8}} &= \frac{n^{-1}k^{-3}}{n^{-4}k^{-8}} \\ n^{-1+4-3}k^{-3+8} &= n^0k^0 \end{aligned}$$

$$n^0k^0 = 1$$

$$1 = \frac{(n^3j^2)^{-1}}{(n^4k^8)^{-1}}$$

٤٦) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٣) والمعامد للمستقيم $s = m \cdot x + b$. (مهارة سابقة)

$$s = mx + b$$

$$m = 1$$

ميل المستقيم العمودي = -١

$$s - s_1 = m(s - s_1)$$

$$s - 3 = 1(s - 1)$$

$$s - 3 = s - 1$$

$$s = s + 4$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

بسط كل عبارة فيما يأتي إن أمكن، وإلا فاكتب "في أبسط شكل":

$$(48) 5t + 12t^2 - 8t$$

$$= 12t^2 - 3t$$

$$(47) 7b^2 + 14b - 10b$$

$$= 7b^2 + 4b$$

$$(50) 7h^5 - 7s^5 + 8k^5$$

في أبسط شكل

$$(49) 3s^4 + 2s^4 + 2s^5$$

$$= 2s^5 + 5s^4$$

$$(52) 2l + \frac{1}{2}l + l^2$$

$$= l^2 + \frac{1}{2}2l$$

$$(51) n + \frac{n}{3} + \frac{2}{3}n$$

$$\frac{1}{3}n + \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}n = \frac{6}{3}n = 2n =$$

جمع كثيرات الحدود وطرحها



رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa

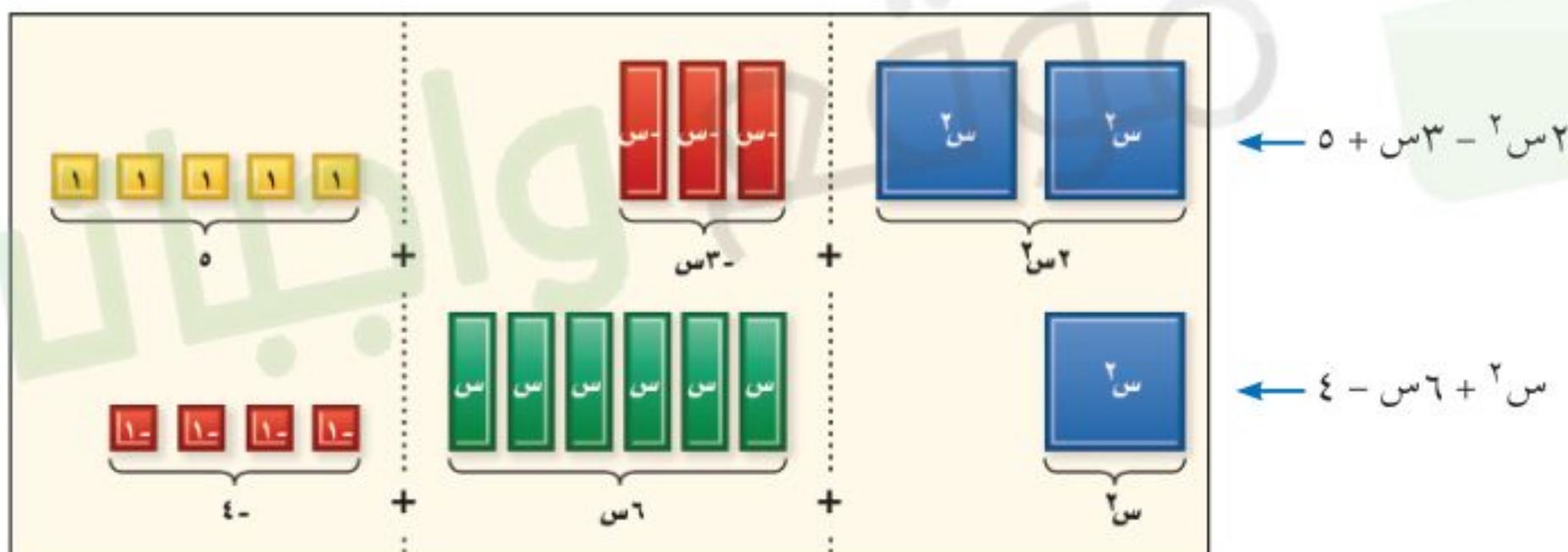
تمثيل كثيرات الحدود	
<p>حدود متشابهة</p>	<p>تمثل الحدود المتشابهة على صورة بطاقة لها نفس المساحة والشكل.</p>
	<p>يمكن تكوين الزوج الصفرى بتجمیع قطعة واحدة ومعکوسها. ويمكنك حذف الزوج صفر أو إضافته دون تغییر كثیرة الحدود.</p>

تُسمى وحدات الحد مثل $3s$ ، $-2s$ حدوداً متشابهة؛ لأن لها المتغير والأسس نفسهما. ويمكنك تمیز الحدود المتشابهة عند استعمال بطاقات الجبر - انظر الجدول المجاور.

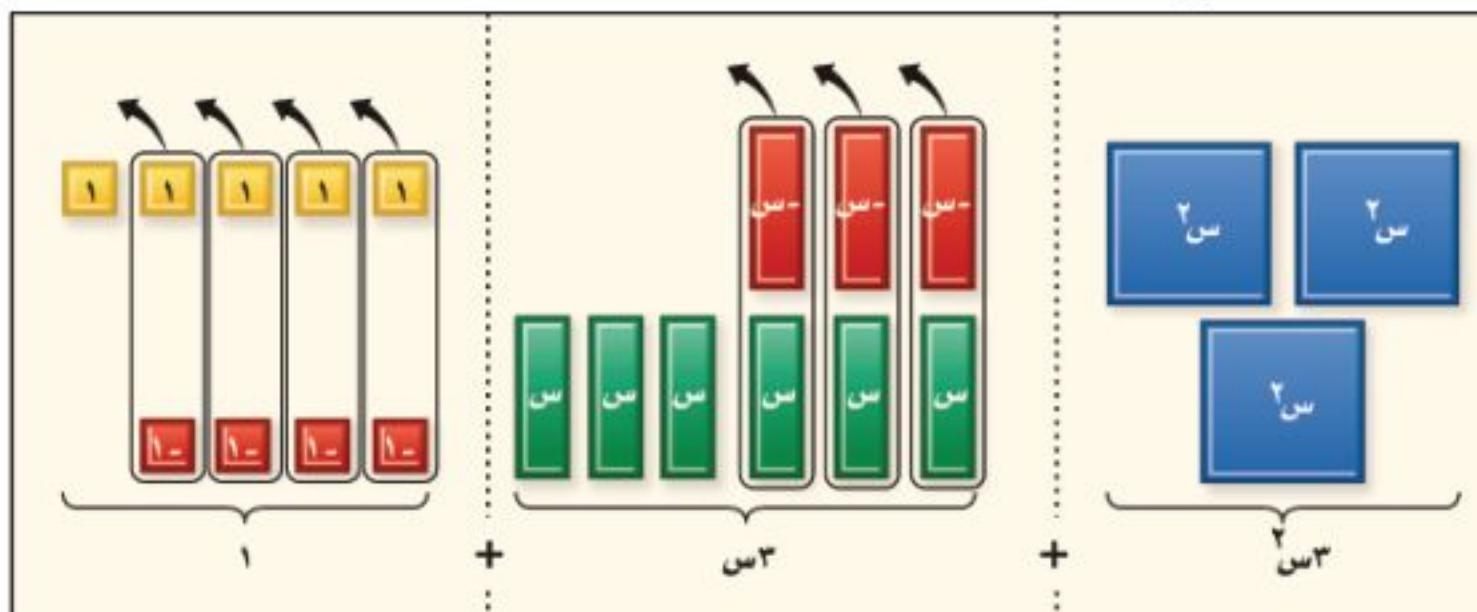
نشاط ١ جمع كثيرات الحدود

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج $(2s^2 - 3s + 5) + (s^2 + 6s - 4)$.

الخطوة ١: مثل كلاً من كثیرتي الحدود.



الخطوة ٢: جمع الحدود المتشابهة، واحذف الأزواج الصفرية.



الخطوة ٣: اكتب كثیرة الحدود للبطاقات المتبقية.

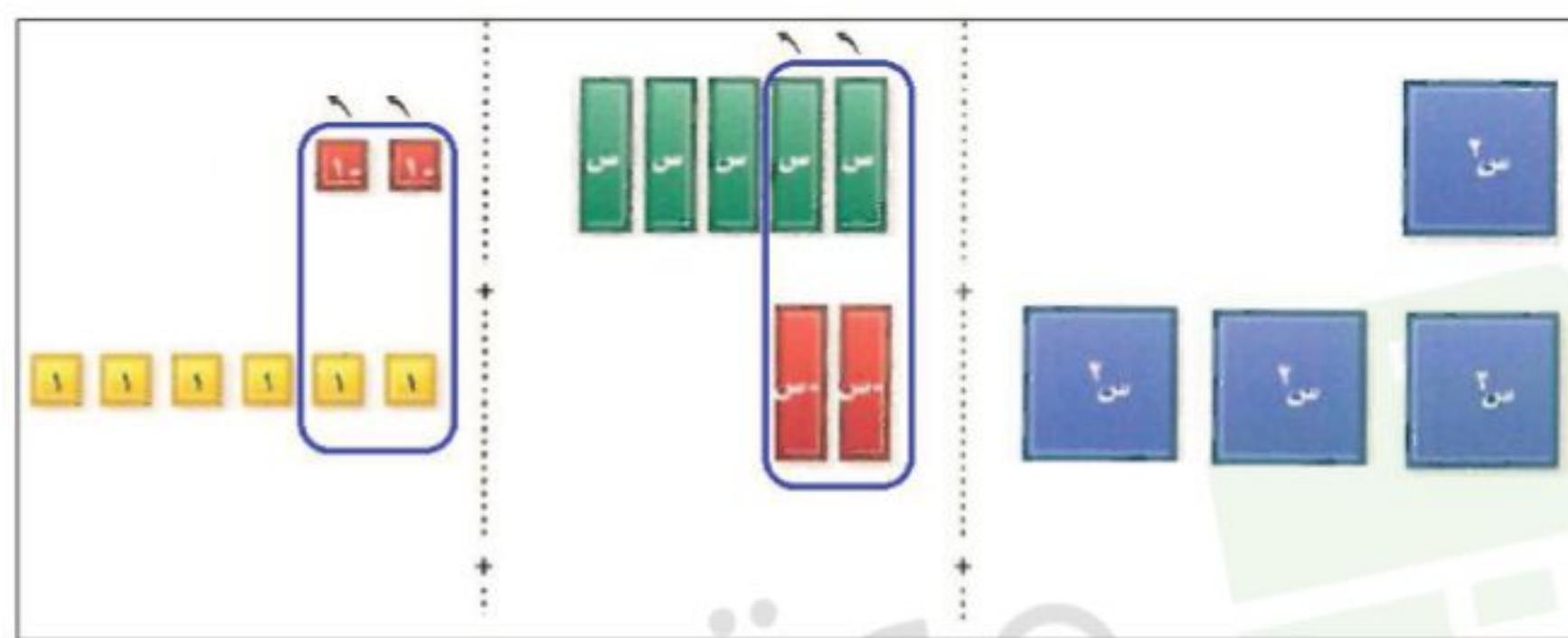
$$\text{إذن } (2s^2 - 3s + 5) + (s^2 + 6s - 4) = s^2 + 3s + 6s - 3s + 5 + 2s^2 - 4$$

٦-٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها

التمثيل والتحليل

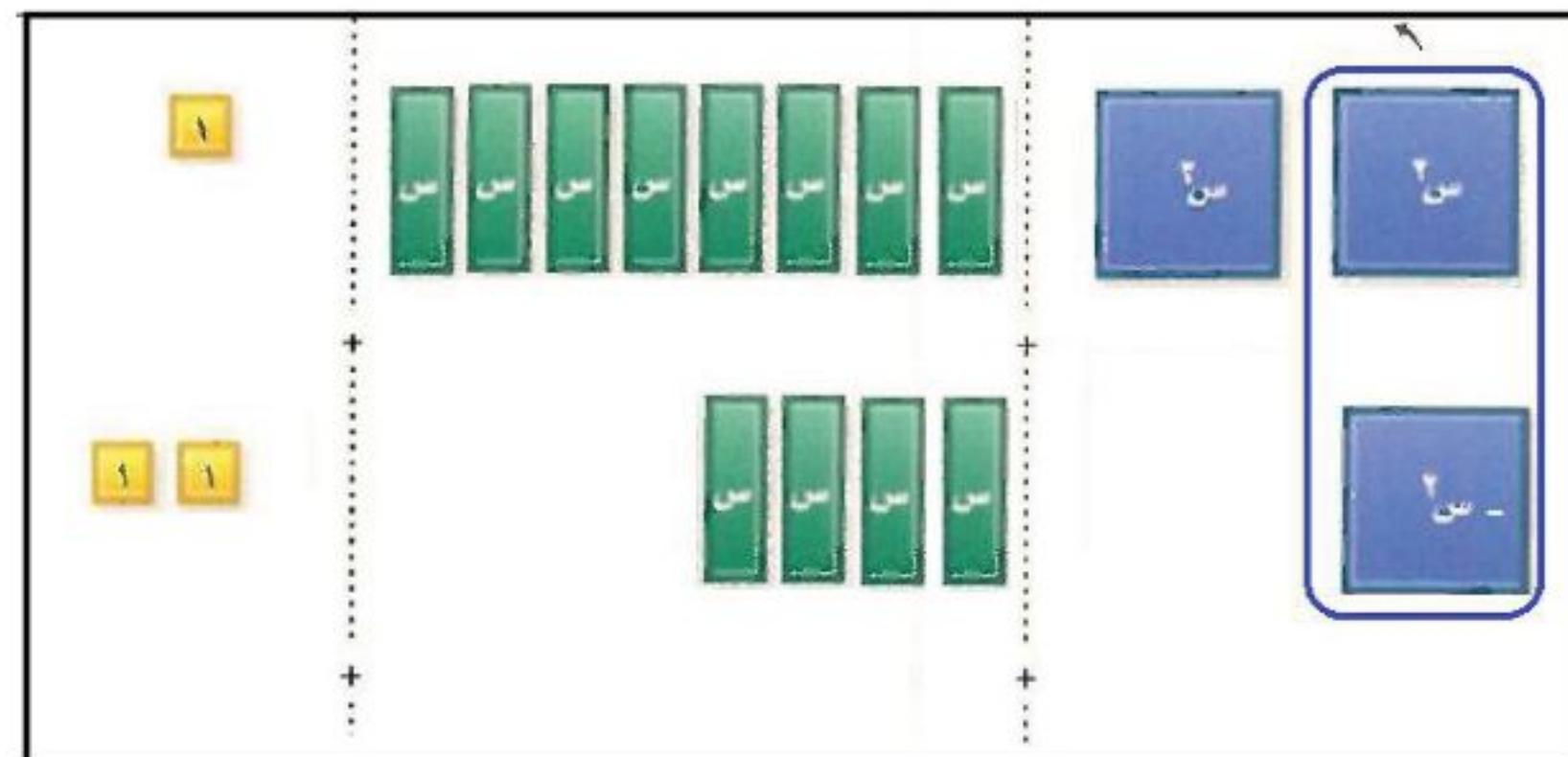
استعمل بطاقة الجبر لإيجاد المجموع أو الفرق لكُلّ مما يأتي:

$$(1) (س^2 + 5س - 2) + (3س^2 - 2س + 6)$$



$$(س^2 + 5س - 2) + (3س^2 - 2س + 6) = 4س^2 + 3س + 4$$

$$(2) (2س^2 + 8س + 1) - (س^2 - 4س - 2)$$



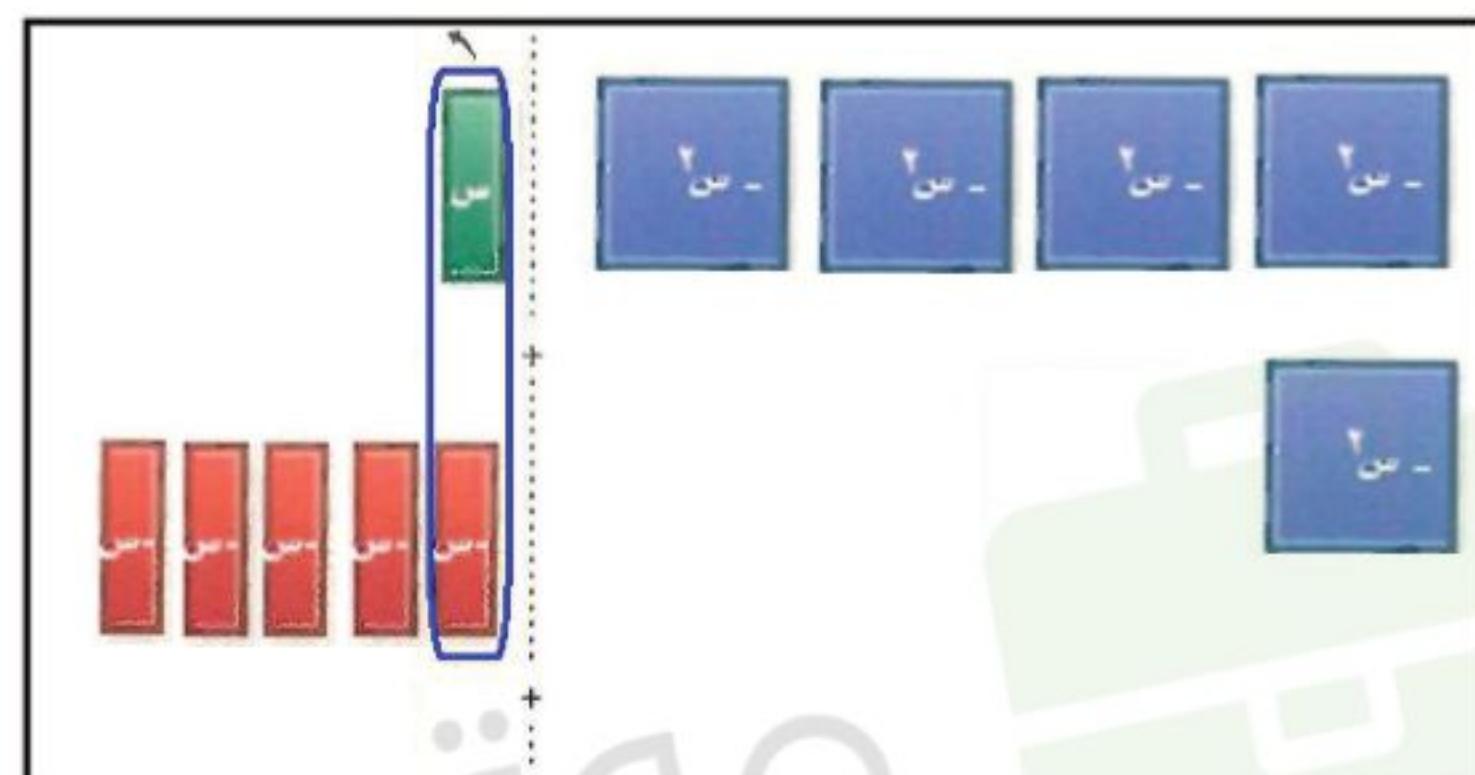
$$\begin{aligned} & (2س^2 + 8س + 1) - (س^2 - 4س - 2) \\ &= (2س^2 + 8س + 1) + (-س^2 + 4س + 2) \\ &= س^2 + 12س + 3 \end{aligned}$$

٦-٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقة الجبر لإيجاد المجموع أو الفرق لكل مما يأتي:

$$(3) (-4s^2 + s) - (s^2 + 5s)$$



$$(-4s^2 + s) - (s^2 + 5s) = (-4s^2 + s) + (-s^2 - 5s)$$

$$= -5s^2 - 4s$$

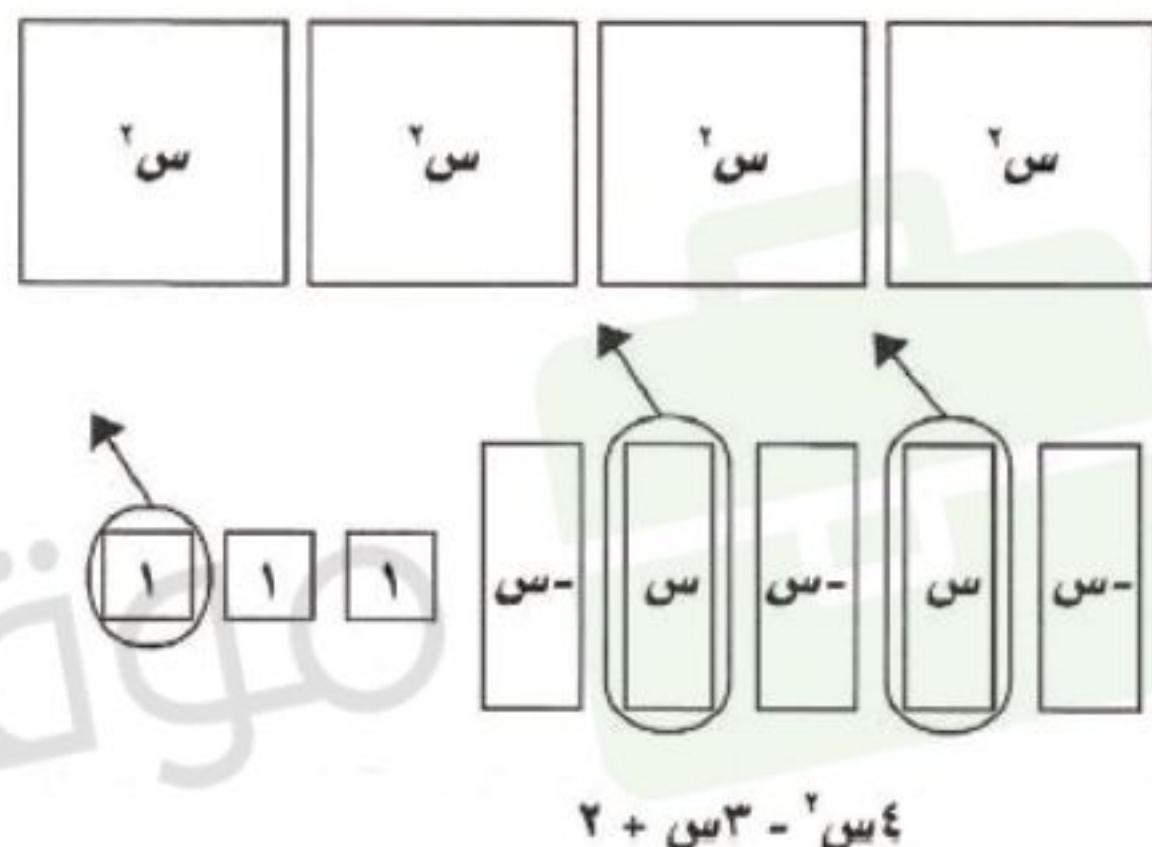
٦-٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد المجموع أو الفرق لـ كل مما يأتي:

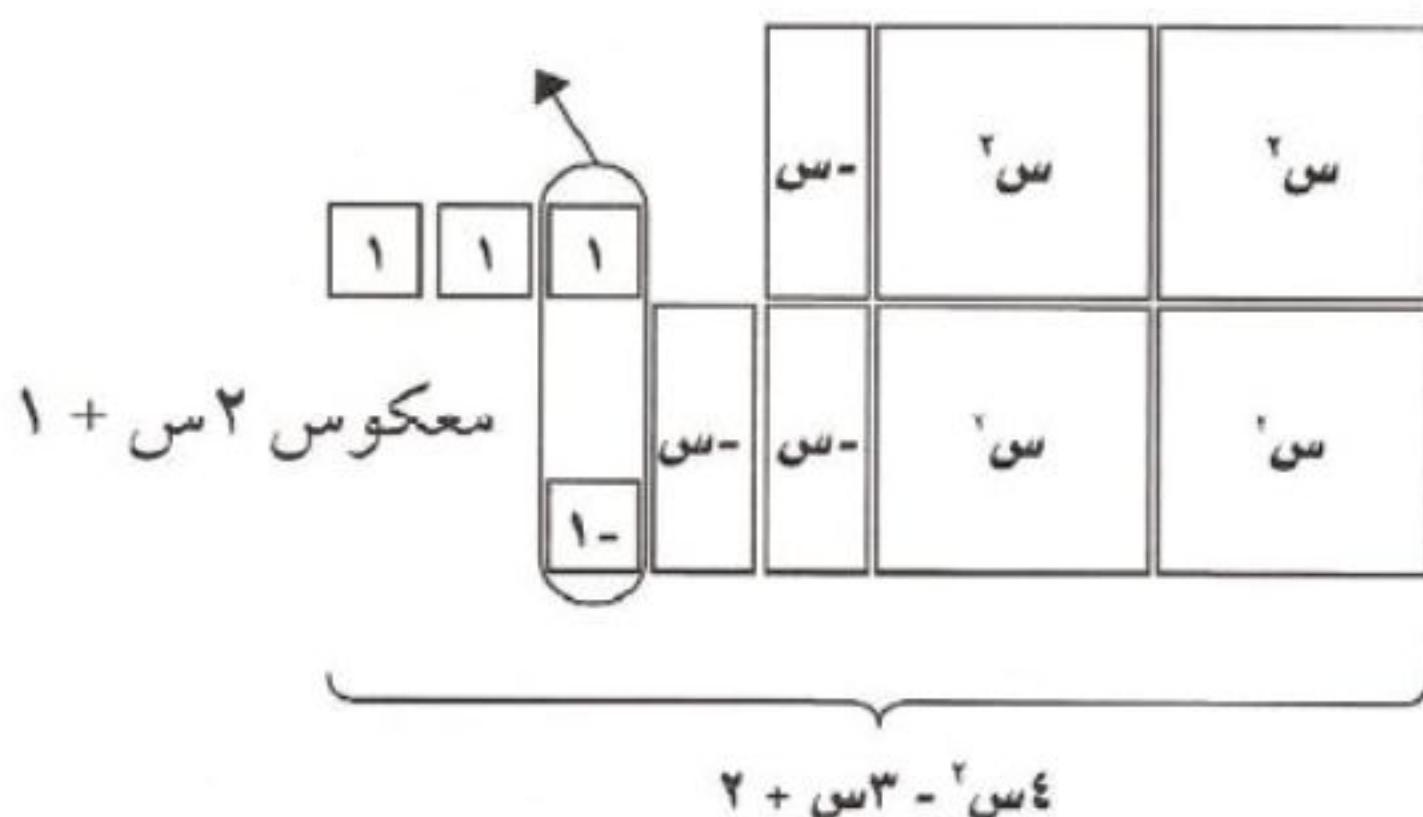
٤) أكتب: أوجد ناتج $(4s^2 - s + 3) - (2s^2 + 1)$ باستعمال طريقة النشاطين ٢ و٣. ومثل ذلك بخط، ثم فسر كيف تستعمل الأزواج الصفرية في كل حالة.

الطريقة من النشاط ٢:



أنت بحاجة إلى إضافة أزواج صفرية لتمكن من حذف بطاقتين من النوع (س)، وبطاقة واحدة من النوع (١)

الطريقة من نشاط ٣:



تحذف الأزواج الصفرية جميعها، لإيجاد الفرق بأبسط صورة.



رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa



٦-٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها

تماماً

٦-٤

فيما سبق

درست كتابة كثيرات الحدود
بالصورة القياسية.

والأدوات

- أجمع كثيرات حدود.
- أطرح كثيرات حدود.

جمع كثيرات الحدود: يتم جمع كثيري حدود بجمع الحدود المتشابهة، ويمكن جمع كثيري حدود باستعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية.

جمع كثيرات الحدود

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

أ) $(2s^2 + 5s - 7) + (3 - 4s^2 + s)$

الطريقة الأفقية

$$(2s^2 + 5s - 7) + (3 - 4s^2 + s)$$

جمع الحدود المتشابهة

$$= [2s^2 + (-4s^2)] + [5s + s] + [3 - 7] = -2s^2 + 6s + 3 - 7 = -2s^2 + 6s - 4$$

اجمع الحدود المتشابهة

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} 2s^2 + 5s - 7 \\ - (3 - 4s^2 + s) \\ \hline -2s^2 + 6s - 4 \end{array}$$

رتب الحدود المتشابهة عمودياً واجمع

ب) $(3x^3 + x^2 - 5) + (4x^2 - 4x + 2x^3 + 8)$

الطريقة الأفقية

$$(3x^3 + x^2 - 5) + (4x^2 - 4x + 2x^3 + 8)$$

جمع الحدود المتشابهة

$$= [3x^3 + 2x^3] + [x^2 + 4x^2] + [-5 + 8] = 5x^3 + 5x^2 + 3$$

اجمع الحدود المتشابهة

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 3x - 5 \\ + (2x^3 + 4x^2 - 4x + 8) \\ \hline 3x^3 + 4x^2 - x + 3 \end{array}$$

أضف الحد x^2 للمساعدة على ترتيب الحدود المتشابهة تحت بعضها

رتب الحدود المتشابهة عمودياً واجمعها



٦ - ٤

تحقق من فهمك

$$11) (5s^2 - 3s + 4) + (6s - 3s^2 - 3)$$

الطريقة الأفقيّة:

$$(5s^2 - 3s^2) + (6s - 3s) + (4 - 3s^2 + 3s + 1)$$

$$\begin{array}{r} 5s^2 - 3s + 4 \\ - 3s^2 + 6s - 3 \\ \hline 2s^2 + 3s + 1 \end{array}$$

$$1b) (s^4 - 3s^3 + 7s^2 + 2s^3 + 2s^2 - 2s^4 - 11)$$

الطريقة الأفقيّة:

$$(s^4 - 2s^3 + 2s^2 + (-3s^3 + 2s) + (11 - 7) = s^4 + 2s^3 - s^2 - 4)$$

$$\begin{array}{r} s^4 - 3s^3 - 7s^2 + 2s^3 + 2s^2 + 2s - 11 \\ - 2s^4 + 2s^3 - s^2 - 4 \\ \hline - s^4 + 2s^3 - s^2 - 4 \end{array}$$

تحقق من فهمك

$$12) (4s^3 - 3s^2 + 6s - 4) - (-2s^3 + 2s^2 - 2)$$

بإضافة النظير الجمعي

$$\begin{array}{r} 4s^3 - 3s^2 + 6s - 4 \\ + 2s^3 - s^2 \\ \hline 6s^3 - 4s^2 + 6s + 1 \end{array}$$

$$2b) (8s - 10 + 5s^2) - (7 - s^2 + 12s)$$

بإضافة النظير الجمعي

$$\begin{array}{r} 8s + 5s^2 - 10 \\ - s^2 - 12s \\ \hline - s^2 + 5s^2 - 4s - 17 \end{array}$$

✓ تحقق من فهمك

٣) استعمل المعلومات السابقة لكتابه معادلة تمثل الفرق (ف) بين مبيعات الهاتف المحمولة وألات التصوير شهرياً ثم استعمل المعادلة للتنبؤ بالفرق في المبيعات الشهرية في ٢٤ شهراً.

$$ف = ه - ك$$

$$ف = (٧٨ + ١٣٧) - (٤٦ + ١٣٧)$$

$$ف = (٧٨ - ١٣٧) + (٤٦ - ١٣٧)$$

$$ف = ٣٦ - ٥٩$$

$$\text{المبيعات الشهرية في ٢٤ شهراً} = ٥٩ - (٢٤ \times ٣) = ١٣$$

✓ تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(١) (٦س^٣ - ٤س^٣) + (٢س^٣ + ٩س^٣)$$

$$(٦س^٣ - ٢س^٣) + (٤س^٣ + ٥س^٣) = ٤س^٣ + ٥$$

$$(٢) (ج^٣ - ٢ج^٢ + ٥ج + ٦) - (ج^٢ + ٢ج)$$

$$ج^٣ + (-٢ج^٢ - ج^٣) + (٥ج + ٦) = ج^٣ - ٢ج^٣ + ٣ج + ٦$$

$$(٣) (٨ص - ٤ص^٣) + (٣ص^٣ - ٩ص^٣)$$

$$(-٤ص^٣ - ٩ص^٣) + (٨ص + ٣ص) = -١٣ص^٣ + ١١ص$$

$$(٤) (-٤ع^٣ - ٢ع + ٨) - (٤ع^٣ + ٣ع^٢ - ٥)$$

$$(-٤ع^٣ - ٤ع^٣) - ٨ع + ٢ع - ٣ع^٢ = (٥ + ٨) - ٣ع^٢ - ٤ع^٣$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

$$(5) (-3d^2 - 8d + 4d + 12 - d^2)$$

$$(-3d^2 + d^2 + 4d + 2d - 12 - 8) = 20 - 2d^2 + 6d$$

$$(6) (3n^3 - 5n^2 + n^2) - (-8n^2 + 3n^3)$$

$$(3n^3 - 3n^2 + n^2 + 8n^2) - 5n = 9n^2 - 5n$$

(7) **إجازة:** يتوزّع العدد الكلي للطلاب (ك) الذين يسافرون خلال الإجازة إلى مجموعتين: مجموعة ت safِر إلى المنطقة (ف) بالطائرة، والمجموعة الأخرى تسافر إلى المنطقة (د) بالسيارة، ويمكن تمثيل العدد الكلي بالألاف للطلاب (ك) الذين سافروا خلال الإجازة، وعدد الطلاب (ع) الذين سافروا للمنطقة (ف) بالمعادلتين: $K = 14n + 21$ ، $U = 8n + 7$ ، حيث (ن) عدد السنوات منذ عام ١٤٢٥ هـ.

أ) اكتب المعادلة التي تمثّل عدد الطلاب (ل) الذين توجّهوا إلى المنطقة د في هذه الفترة.

$$K = U + L$$

$$14n + 21 = 8n + 7 + L$$

$$14n - 8n + 21 - 7 - L = 0$$

$$6n + 14 = L$$

$$L = 6n + 14$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

ب) كم طالبا يتوقع أن يتوجهوا إلى المنطقة د في عام ١٤٤٢ هـ؟

بالتعويض عن ن = ١٧ حيث $17 = 14n + 21$

$$L = 14 + 17$$

$$L = 14 + 17 \times 6$$

ل بالألاف

$$L = 116$$

$$\text{إذن } L = 116 \times 1000$$

$$= 116000 \text{ طالب}$$

ج) كم طالبًا يتوقع أن يسافروا في عام ١٤٤٥ هـ؟

$$\text{ك} = ٢١ + ١٤ \times ٢٠ \quad \text{بالتعويض عن } n = ٢٠ \text{ حيث } (١٤١٦ - ١٤٣٦)$$

$$\text{ك} = ٢١ + ٢٠ \times ١٤$$

$$\text{ك} = ٣٠١$$

$$\text{إذن ك} = ١٠٠٠ \times ٣٠١$$

$$\text{طالب} = ٣٠١٠٠$$

تدريب وحل المسائل

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٨) (ص + ٥) + (٢ص + ٤ص^٢ - ٢)$$

$$٤ص^٣ + (ص + ٢ص)(٤ص^٢ + ٣ص + ٣) = (٤ - ٥)(٢ - ٥)$$

$$(٩) (٣ج^٣ - ج + ١١) - (ج^٢ + ٢ج - ٨)$$

$$٣ج^٣ - ج^٢ - ج + ٨ - ١١ = (٨ - ١١) + (ج - ٢ج + ج^٢ - ج^٣)$$

$$(١٠) (ع^٢ + ع) + (ع^٢ - ١١)$$

$$(ع^٢ + ع) + ع - ١١ = ١١ - ع^٢ + ع$$

$$(١١) (٢س - ٢ص + ١) - (٣ص + ٤س)$$

$$(٢س - ٤س) + (-٢ص - ٣ص) + ١ = -٢س - ٥ص + ١$$

$$(١٢) (٤ - ٥ب^٢) + (٣ + ٢ - ٦) + (٣ + ٢ - ٦)$$

$$(٣ب^٣ - ٥ب^٢) + (٤ - ٦) + (٦ + ٣) = (٤ - ٦) + (٦ + ٣) - ٦$$



$$(13) (س^2 - 3س + ص) + (3ص - 2س^2 ص)$$

$$(س^2 ص - 2س^2 ص) - 3س^2 + (ص + 3ص) = -س^3 ص + 3س^2 + 4ص$$

$$(14) (أب^2 + 2أب) + (3أب^2 - 4أب + أب^2)$$

$$(أب^2 + أب^2) + 3أب^2 + (2أب - 4أب) = 7أب^2 + 3أب - 2أب$$

$$(15) (ج د^2 + 2 ج د - 4) + (-6 + 4 ج د - 2 ج د^2)$$

$$(ج د^2 - 2 ج د) + (2 ج د + 4 ج د) + (-6 - 4) =$$

$$= -ج د^2 + 6 ج د - 10$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(16) (3ن^3 + 3ن - 10) - (4ن^2 - 5ن) + (4ن^3 - 3ن^2 - 9ن + 4)$$

$$= (3ن^3 + 4ن^3) - (3ن^2 - 4ن^2) + (3ن + 5ن - 9ن) + (4 + 10 - 4)$$

$$= 7ن^3 - 7ن^2 - ن - 6$$

(17) **مبيعات:** يقدّر متجر بيع إلكترونات أن تكلفة س وحدة من أجهزة التلفاز LCD بالريال تُعطى بالعبارة $800 - 42 - 1,428 + 2128 س + 1500$ ، وأن الربح من بيع س تلفازاً هو $75 س$ ، حيث س بين صفر و 800

أ) اكتب كثيرة حدود تمثل سعر بيع س وحدة.

$$\text{البيع} = \text{التكلفة} + \text{الربح}$$

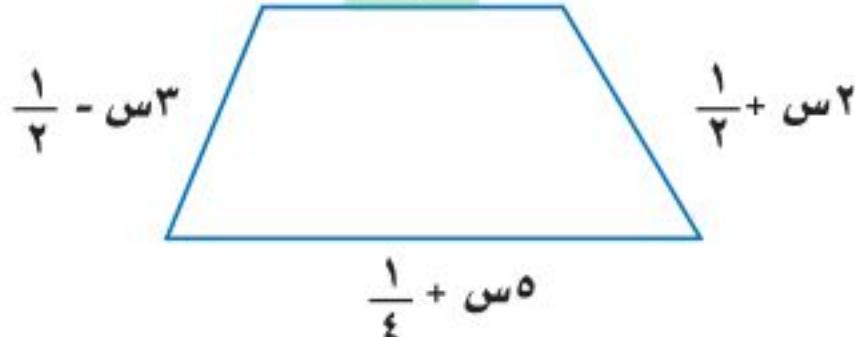
$$= 800 - 42 - 1,428 + 2128 س + 1500 + 75 س$$

$$= 1500 - 42 - 1,420 س + 2203 س + 75 س$$

ب) ما سعر بيع 750 تلفازاً؟

$$\text{سعر بيع } 750 \text{ تلفازا} = 1500 + (750)(1,420 - 2203 + 75)$$

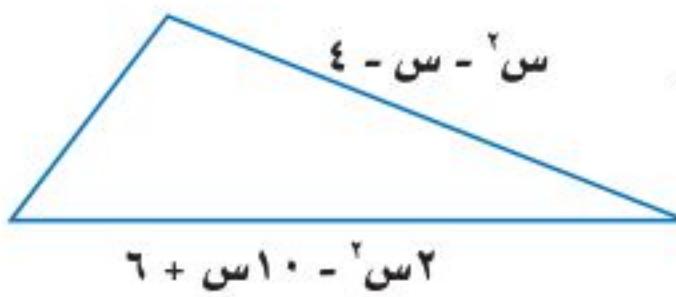
$$= 855,000 \text{ ريال}$$



(١٨) هندسة: اكتب كثيرة حدود تمثل محيط الشكل المجاور.

محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}s^2 + 1 + 3s - \frac{1}{2}s^5 + \frac{1}{4}s^5 \\
 &= (2s^2 + 2s^2 + 3s + 5s) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) \\
 &= \frac{1}{4}s^12
 \end{aligned}$$



(١٩) هندسة: تمثل العبارة $s^2 - 7s + 2$ محيط الشكل المقابل.
اكتب كثيرة حدود تمثل قياس الضلع الثالث.

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

$$\begin{aligned}
 \text{الضلع الثالث} &= (3s^2 - 7s + 2) - [s^2 - 4s + (2s^2 - 10s + 6)] \\
 &= (3s^2 - 7s + 2) - (3s^2 - 11s + 2) \\
 &= (3s^2 - 3s^2) + (-7s + 11s) + (2 - 2) \\
 &= 4s
 \end{aligned}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٠) اكتشف الخطأ: يجد كل من ثامر وسلطان ناتج: $(2s^2 - s) - (3s^3 + 2s^2 - 2)$. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

سلطان

$$\begin{aligned}
 & (2s^2 - s) - (3s^3 + 2s^2 - 2) \\
 &= (2s^2 - s) + (-3s^3 - 2s^2 + 2) \\
 &= -s^3 - 4s + 2
 \end{aligned}$$

ثامر

$$\begin{aligned}
 & (2s^2 - s) - (3s^3 + 2s^2 - 2) \\
 &= (2s^2 - s) + (-3s^3 + 2s^2 - 2) \\
 &= 5s^3 - 4s - 2
 \end{aligned}$$

كلامهما إجابتة خطأ فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح،
إذ أن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب
في -١

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب كثيرتي حدود الفرق بينهما $s^3 - s^7 + s^8$.

$$s^3 - s^7 + s^8 = s^9 + s^3 - s^1$$

٢٢) **تبرير:** أوجد مثالاً مضاداً للعبارة الآتية: «طرح كثيرات الحدود عملية إبدالية».

$$(s^3 - s^4) - (s^3 - s^2) = s^2$$

$$\text{ولكن } (s^3 - s^4) - (s^3 - s^2) = s^2$$

٢٣) اكتب: صنف كيف تجمع كثيرتي حدود وتطرحهما باستعمال الطريقتين الرأسية والأفقية.
وأي الطريقتين هي الأسهل في نظرك؟ ولماذا؟

لجمع كثيرات الحدود بالصورة الأفقية اجمع الحدود المتشابهة

**وللجمع بالصورة الرأسية اكتب كثيرات الحدود بالصورة القياسية
واضع الحدود المتشابهة بعضها تحت بعض واجمع الحدود**

المتشابهة

تدريب على اختبار

٢٥) إجابة قصيرة: ما محيط مربع طول ضلعه $(s+3)^2$ وحدة؟

٢٤) يمكن التعبير عن ثلاثة أعداد صحيحة متتالية بالرموز:
س، س+١، س+٢. ما مجموع هذه الأعداد الثلاثة؟

أ) $s(s+1)(s+2)$

ب) $s^3 + s^2 + s$

ج) $s^3 + s + 1$

د) $s + s^2 + s^3$

$$\begin{aligned} \text{محيط المربع} &= \text{طول الצלع} \times 4 \\ &= (2s+3) \times 4 \\ &= 12s+8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع الأعداد} &= s + (s+1) + (s+2) \\ &= 3s + 3 \end{aligned}$$

ال اختيار الصحيح: ج) $s^3 + s + 1$

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٣)

$$(27) \quad n^3 + 6$$

درجة الحد $n^3 = 3$

درجة الحد ٦ = ١

درجة كل كثيرة الحدود = ٣

$$(26) \quad 25$$

درجة الحد ٢٥ = صفر

$$(29) \quad 6 - k^4 + k^3 + k^2 + k^1$$

درجة الحد $k^4 = 4$

درجة الحد $k^3 = 3$

درجة الحد $k^2 = 2$

درجة الحد $k^1 = 1$

درجة كل كثيرة الحدود = ٥

$$(28) \quad 2 + 3a^3 - a^2b + 4a^1b$$

درجة الحد $a^3 = 3$

درجة الحد $a^2b = 3$

درجة الحد $a^1b = 2$

درجة الحد ٢ = ٠

درجة كل كثيرة الحدود = ٦

بسط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ١)

$$(31) \quad (-8^4u^5)(5^4u^4)$$

$$(30) \quad n^3(n^2)(-2n^3)$$

$$(-8^4u^5)(5^4u^4) = (-8^4u^4)(5^4u^4) = 8^4u^4 \times 5^4u^4$$

$$n^3(n^2)(-2n^3) = -2n^{3+2+3} = -2n^8$$

$$(32) \quad (6s^2)^2(2s^2)^2(u^2)^3 \\ (6s^2)^2(2s^2)^2(u^2)^3 = (6^2s^2)^2(2^2s^2)^2(u^2)^3$$

$$= 228s^8u^6$$

مهارة سابقة:

بسط كلاً ممّا يأتي:

$$(L^7)(L^5)(L^6) = L^{18}$$

$$L^{7+5+6} = L^{18}$$

$$(N^3)(N^2)(N^3) = N^{3+2+3}$$

$$N^{3+2+3} = N^{18}$$

$$(H^4)(H^5)(H^6)(H^8) = H^{4+5+6+8}$$

$$(F^3)(F^4)(F^5)(F^6) = F^{3+4+5+6}$$

$$(5 \times 8 - 10 \times 5) = 40 - 50 = -10$$

$$(10 \times 5 - 10 \times 3) = 50 - 30 = 20$$

$$H^9 = H^{10} - H^4 = 5 - 1 = 4$$

$$F^6 = F^8 - F^2 = 5 - 2 = 3$$

$$L^2(3^2) = L^2 \cdot 9$$

$$F^3(2^3) = F^3 \cdot 8$$

$$L^6 = L^{2 \times 3} = L^6$$

$$F^6 = F^{3 \times 2} = F^6$$

$$(M^2)^4 (K^3)^2 (M^3 - K^2)^3 = M^8 K^6 (M^6 - K^4)^3$$

$$[M^3 (M^2 - K^3) [M^2 (M^4 - K^2) [M^2 (M^2 - K^2)] =$$

$$(M^4 - K^2) (M^8 - K^6) =$$

$$K^{12} - M^{10} =$$

$$(Z^2)^2 (U^2)^2 (S^2)^2 = Z^4 U^4 S^4$$

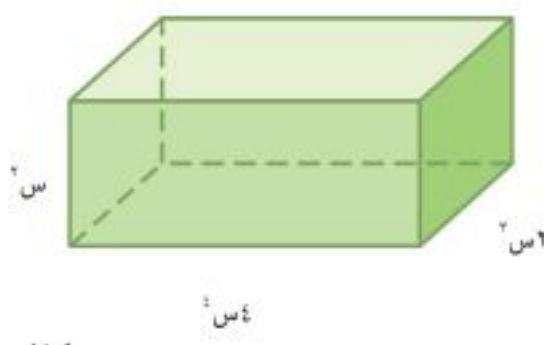
$$[Z^2 (Z^2 - S^2) [U^2 (U^2 - S^2) [S^2 (S^2 - Z^2)] =$$

$$(S^2 - Z^2) (U^2 - S^2) (Z^2 - U^2) =$$

$$Z^4 U^4 S^4 = 88284$$

٥) اختيار من متعدد: عبر عن حجم المجسم أدناه في صورة

وحيدةحد: (الدرس ١-٦)



ج) s^8

أ) s^6

د) s^7

ب) s^8

$$\text{حجم المجسم} = 2s^3 \times 4s^4 \times s^2$$

$$= s^8$$

بسط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا:

(الدرس ٢-٦)

$$(6) \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} b^4 a^2 \right)$$

$$\frac{9 a^8 b^6}{18} = \left(\frac{3}{2} b^4 a^2 \right)$$

$$(7) \frac{2s^6 c^2}{6s^2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2s^6 c^2}{6s^2}$$

بسط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ١-٦)

(١) (س٣)(٤س٠)

$$(س٣)(٤س٠) = 4s^3$$

$$= 4s^8$$

(٢) (م٢ب٠)

$$(م٢ب٠) = (m^2 b^0)^3$$

$$= m^6 b^0$$

(٣) [٢س٣][٢ص٣]

$$[2s^3][2c^3] = 2^2 (s^3 c^3)$$

$$= 4s^6 c^6$$

(٤) (أب٣ج٤)(-أب٣ج٣)

$$(ab^3j^4)(-ab^3j^3) = -a^2b^6j^7$$

$$= -a^2b^6j^7$$

حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنفها إلى وحيدة حدٌّ، أو ثنائية حدٌّ، أو ثلاثية حدود:

(الدرس ٦ - ٣)

$$\frac{b^4 n^7}{b^3 n^3} \quad (8)$$

$$= \frac{m^4 n^3 b}{m^3 n^4 b} = m^{4-3} n^{3-4} b^{1-1}$$

$$n^m =$$

$$\frac{2 - \frac{4}{5}h}{5} \quad (9)$$

$$\frac{m^7 n^4 b}{m^3 n^3 b} = m^{7-3} n^{4-3}$$

$$m^n =$$

١٠) علم الفلك: يُقدّر علماء الفلك رتبة عدد النجوم في الكون بـ 10^{21} ، ورتبة عدد النجوم في درب التبانة بحوالي ١٠٠ مليار، فكم مرة تساوي رتبة عدد النجوم في الكون من رتبة عدد نجوم درب التبانة؟ (الدرس ٦-٢)

نسبة رتبة مقدار عدد النجوم في الكون الى رتبة

= مقدار عدد نجوم درب اللبنة

$$y_1 = \frac{y_1}{y_1}$$

رتبة مقدار عدد النجوم في الكون تساوي

عدد نجوم درب البا

الفصل ٦: كثيرات الحدود ٧٤

الفصل الـ٦ اختبار منتصف الفصل

الدروس من ١-٦ إلى ٦ - ٤

أوجد ناتج كل ممّا يأتي: (الدرس ٤-٦)

$$(18) (8L^2 - 9L + 5L^3) + (2L^2 - L + 2L^3)$$

$$= (8L^2 + 2L^2) + (-9L - L) + (5L^3 + 2L^3)$$

$$= 11L^2 - 11L + 7L^3$$

$$(19) (5s^5 - 3s^3 + 7s^2) - (2s^3 + 2s^2)$$

$$= s^5 - 3s^3 + 7s^2 - 2s^3 - 2s^2$$

$$= (s^5 - 3s^3) + (-3s^3 - 2s^2) + 7s^2$$

$$= 2s^2 - 5s^5 + 7s^3$$

$$(20) (7h^4 - 2h^2) - (h^3 + 2h)$$

$$= h^4 - 5h^3 - h^2 - 2h$$

(١٧) **كثافة سكانية:** الجدول أدناه يبيّن كثافة عدد السكان في إحدى المدن. (الدرس ٣-٦)

العام	عدد السنوات منذ عام ١٩٤٠ م	الكثافة شخص / ميل مربع
١٩٤٠	٠	١
١٩٧٠	٣٠	١,٧
١٩٩٠	٥٠	٧,٢
٢٠٠٠	٦٠	١١,٤

أ) إذا كانت الدالة: $D(s) = 127 - 0,005s^2 + 0,005s + 1$ تمثل الكثافة السكانية، حيث s عدد السنوات منذ عام ١٩٤٠ م، فحدد نوع كثيرة الحدود.

ثلاثية الحدود

ب) حدد درجة كثيرة الحدود.

الدرجة الثانية

ج) استعمل الدالة لتوقع الكثافة السكانية لعام ٢٠٣٠ م مبيناً خطوات الحل.

الكثافة السكانية عام ٢٠٢٠ =

$$= 127 - (0,005)(90)(0,005)$$

≈ 30 شخص لكل ميل مربع

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

المادة ٩



يريد نادٍ رياضي بناء قاعة خاصة بالتمارين الرياضية، على أن يزيد طولها على ثلاثة أمثال عرضها بـ ٣ أمتار. وللمعرفة مساحة أرض القاعة لتعطيها بسجاد خاص بالتمارين الرياضية نضرب عرض القاعة في طولها؛ أي أن مساحة أرض القاعة تعطى بالعبارة ض $(3 + 3)$.

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود: يمكنك استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

شيء سبق

درستُ ضرب وحيديات الحد.

والأآن

- أضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.
- أحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيديات حد في كثيرات حدود.

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

أوجد ناتج: $-3s^2(7s^2 - s + 4)$.

الطريقة الأفقية:

$$\begin{aligned}
 & \text{العبارة الأصلية} && (-3s^2)(7s^2 - s + 4) \\
 & \text{خاصية التوزيع} && = -3s^2(7s^2) - (-3s^2)(s) + (-3s^2)(4) \\
 & \text{اضرب} && = -21s^4 - (-3s^3) + (3s^2)(12) \\
 & \text{بسط} && = -21s^4 + 3s^3 - 12s^2
 \end{aligned}$$

الطريقة الرأسية:

تحقق من فهمك

$$(1) 5(-4 + 2s + s^2)$$

$$7 - 15s + 10s^2 = (7 - 15s + 10s^2)$$

$$= 135 - 110 + 40 =$$

$$= 25 - 10 + 4 =$$

$$(b) -6d^3(3d^4 - 2d^3 - d + 9)$$

$$= -6d^3(3d^4) - (-6d^3)(2d^3) + (-6d^3)(-d) + (-6d^3)(9)$$

$$= (-6d^3)(3d^4) + (-6d^3)(2d^3) + (-6d^3)(-d) + (-6d^3)(9)$$

$$= -18d^7 + 12d^6 + 6d^4 - 54d^3$$

$$12) (3s^5 + 2s^4 - s(7s^3 + 2s^2 - 3s) - s(7s^4 + 3s^3 + 4s^2 - s \times 7s^3) + (-s \times 2s) + (-s \times 3s)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 3(s^5 + 2s^4 - s(7s^3 + 2s^2 - 3s) - s(7s^4 + 3s^3 + 4s^2 - s \times 7s^3) + (-s \times 2s) + (-s \times 3s) \\ &= 15s^5 + 6s^4 - 12s^3 - 2s^2 + 3s \\ &= -7s^7 + 13s^6 + 9s^5 - 12s^4 \end{aligned}$$

$$15) 10n(10n^5 + 5n^4) - 2n(2n^4 + 4n^2)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 10n(10n^5 + 5n^4) - 2n(2n^4 + 4n^2) \\ &= [10n(10n^5) + 10n(5n^4)] + [-2n(2n^4) + (-2n)(4n^2)] \\ &= 100n^6 + 75n^5 - 2n^4 - 8n^3 \\ &= 100n^6 + 73n^5 - 8n^3 \end{aligned}$$



٣) **مرأب:** يمثل الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرأب المجاور شكل شبه منحرف. إذا كان ارتفاع شبه المنحرف ١,٧٥ متر، فأوجد مساحة الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرأب.

$$\text{الارتفاع} = 5,75 = 5$$

$$5,75 = 4 + 5$$

$$6,25 = 1 + 5$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} (\text{مجموع طول قاعدتيه} \times \text{الارتفاع})$$

$$1,75 + 5,75 \times \frac{1}{2} =$$

$$10,5 =$$



$$14) 2s(s+4)+(s+8)+2s(s+1)=7+7+2s^2+8s+2s^2+4s$$

$$(2s \times s) + (2s \times 4) + (s + 8) = 7 + 7 + 2s^2 + 8s + 2s^2 + 4s$$

$$2s^2 + 8s + 7 + 7 + 2s^2 + 8s + 2s^2 + 4s = 20 + 2s^2 + 3s + 2s^2$$

$$s^2 - 2s^2 + 8s - 2s^2 + 3s - 2s^2 = 7 - 7 + 3s - 2s^2 + 2s^2 + 4s$$

$$8s - 3s = 13$$

$$5s = 13$$

$$\frac{13}{5} = \frac{s}{5}$$

$$s = \frac{13}{5}$$

$$4b) d(d+3) - d(d-4) = 16 - 9d$$

$$d(d+3) - d(d-4) = 16 - 9d$$

$$d^2 + 3d - d^2 + 4d = 16 - 9d$$

$$16 - 9d = 16 - 9d - d^2 + 7d$$

$$\frac{16 - 9d}{2} = \frac{2 - 7d}{2}$$

$$d = 8$$





أوجد ناتج الضرب في كلٍ مما يأتي:

$$(1) 5n(-3n^2 + 2n - 4)$$

$$5n(-3n^2 + 2n - 4) = (5n \times -3n^2) + (5n \times 2n) + (5n \times -4)$$

$$= -15n^3 + 10n^2 - 20n$$

$$(2) 6j(3j^3 + 4j^2 + 10j - 1)$$

$$\text{المقدار} = 6j(3j^3 + 4j^2 + 10j - 1)$$

$$= 6j(3j^3 + 6j^2) + 6j(4j^2 + 10j) - 6j$$

$$= 18j^4 + 24j^3 + 60j^2 - 6j$$

$$(3) -3l^4r^3(2l^2r^4 - 6l^6r^3 - 5)$$

$$\text{المقدار} = -3l^4r^3(2l^2r^4 - 6l^6r^3 - 5)$$

$$= (-3l^4r^3 \times 2l^2r^4) + (-3l^4r^3 \times -6l^6r^3) + (-3l^4r^3 \times -5)$$

$$= -6l^6r^7 + 18l^10r^6 + 15l^4r^3$$

$$(4) 2ab(7a^4b^2 + a^5b - 2)$$

$$\text{المقدار} = 2ab(7a^4b^2 + a^5b - 2)$$

$$= 2ab(7a^4b^2) + 2ab(a^5b) + 2ab(-2)$$

$$= 14a^5b^3 + 2a^6b^2 - 4a^5b$$

$$= 4a^5b^3 + 2a^6b^2 - 4a^5b$$

بسط كل عبارة فيما يأتي :

$$(5) \quad ن(4ن^2 + 15ن + 4) - 4(3ن - 1)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= ن(4ن^2 + 15ن + 4) - 4(3ن - 1) \\ &= ن(4ن^2) + ن(15ن) + ن(4) - 4(3ن) + 4 \\ &= 4ن^3 + 15ن^2 - 8ن + 4 \end{aligned}$$

$$(6) \quad س(3س^2 + 4) + 2(7س - 3)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= س(3س^2 + 4) + 2(7س - 3) \\ &= س(3س^2) + 4س + 4س - 6 \\ &= 3س^3 + 8س - 6 \end{aligned}$$

$$(7) \quad -2د(د^3ج^2 - 4دج^2 + 2د^2ج) + ج^2(دج^2 - 3د^4)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= -2د(d^3j^2 - 4dj^2 + d^2j) + j^2(dj^2 - 3d^4) \\ &= -2d(d^3j^2) + 2d(4dj^2) - 2d(2d^2j) + j^2(dj^2) - j^2(3d^4) \\ &= -2d^4j^2 + 8d^2j^2 - 4d^3j + dj^4 - 3j^2d^4 \\ &= -5d^4j^2 + 8d^2j^2 - 4d^3j + dj^4 \end{aligned}$$

(8) **تلفاز:** اشتري أحمد تلفازاً جديداً. ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها، بالإضافة إلى 5 بوصات، وعرضها 30 بوصة. أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات.

بفرض أن عرض الشاشة = س

$$\text{ارتفاع الشاشة} = 5, س + 5$$

$$\text{إذن الارتفاع} = 5 + (30, 5)$$

$$20 = \text{بوصة}$$



حل كلا من المعادلات الآتية:

$$(9) \quad 6 - 11(6 - 2 - ج) = 7(2 - 2 - ج)$$

$$6 - 11(6 - 2 - ج) = 7(2 - 2 - ج)$$

$$6 - 11(6 - 6 + ج) = 7(2 - ج)$$

$$6 - 12 + ج = 14 - ج$$

$$6 - ج = 14 - ج$$

$$6 = 14$$

$$\frac{52}{26} = ج$$

$$ج = 2$$

$$(10) \quad ن(2ن + 3) = 20 + 2ن(ن -$$

$$ن(2ن + 3) = 20 + 2ن(ن -$$

$$2ن^2 + 3ن + 20 = 2ن^2 - 6ن$$

$$20 = 6ن$$

$$ن = \frac{20}{6}$$

$$(11) \quad أ(أ + 3 + أ) + (5 - أ)(أ - 5) = 35 + (6 - أ)(أ + 6)$$

$$أ(أ + 3 + أ) + أ(أ - 5) = 35 + (6 - أ)(أ + 6)$$

$$أ^2 + 3أ + أ^2 - 5أ = 35 + 6أ - 6 - أ^2 - 6أ$$

$$2أ^2 - 2أ = 35 + 6أ - 30$$

$$2أ^2 = 35 + 6أ$$

$$\frac{35}{5} = أ$$

$$7 = أ$$

بسط

خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة

بسط

خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(12) \quad b(b^2 - 12b + 1)$$

$$\begin{aligned} & b(b^2 - 12b + 1) = b(b^2 - 12b)b + b \\ & = b^3 - 12b^2 + b \end{aligned}$$

$$(13) \quad 2j^2(5j^3 - 15j^2 + 2j + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 2j^2(5j^3 - 15j^2 + 2j + 2) \\ &= 2j^5(5j^3 - 2j^4 + 2j^2 + 2j) \end{aligned}$$

$$= 10j^9 - 30j^8 + 4j^6 + 4j^5$$

$$(14) \quad 2br^2(2br + 5b^2r - 15b)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 2br^2(2br + 5b^2r - 15b) \\ &= 2br^3(2b + 5b^2 + 2b^3 - 15b^2) \\ &= 4b^3r^3 + 10b^2r^3 - 30b^3r^2 \end{aligned}$$

$$(15) \quad 4n^3l(2n^2l^2 - 10nl^4 + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 4n^3l(2n^2l^2 - 10nl^4 + 2) \\ &= 4n^3l(2n^2l^2) - 4n^3l(10nl^4) + 2(4n^3l) \\ &= 8n^5l^3 - 40n^4l^8 + 8n^3l \end{aligned}$$

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(16) -3(5s^3 + 2s^2 + 9s) + s(2s - 3)$$

$$\text{المقدار} = -3(5s^3 + 2s^2 + 9s) + s(2s - 3)$$

$$= -3(5s^3) - 3(2s^2) + 3(s) - s(3)$$

$$= -15s^3 - 6s^2 + 2s + 2s^2 - 3s$$

$$= -13s^3 - 6s^2 - 2s$$

$$(17) \quad 4(-8a^2 + a^2 + 4a + 3) - 6(4a^2 + 2a + 1)$$

$$\text{المقدار} = 4(-8a^2 + a^2 + 4a + 3) - 6(4a^2 + 2a + 1)$$

$$= 4(-8a^2) + 4(a^2) + 4(4a) + 4(3) - 6(4a^2) - 6(2a) - 6(1)$$

$$= -32a^2 + 4a^2 + 16a + 12 - 24a^2 - 12a - 6$$

$$(18) \quad -4d(5d^2 - 12) + 7(d + 5)$$

$$\text{المقدار} = -4d(5d^2 - 12) + 7(d + 5)$$

$$= -20d^3 + 48d + 7d + 35$$

$$= -20d^3 + 55d + 35$$

$$(19) \quad -9j(-2j^2 + j^3 + 3(j^4 + j^2))$$

$$\text{المقدار} = -9j(-2j^2 + j^3 + 3(j^4 + j^2))$$

$$= -9j(-2j^2) + -9j(j^3) + -9j(3(j^4 + j^2))$$

$$= 18j^3 + 21j^2 - 9j^5$$

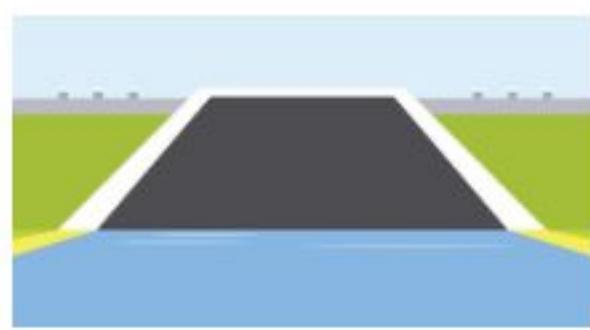


$$20) 4n(2n^3b^2 - 3n^2b + 5n) + 4b(6n^2b - 2n^3b + 3b)$$

$$\text{المقدار} = 4n(2n^3b^2 - 3n^2b + 5n) + 4b(6n^2b - 2n^3b + 3b)$$

$$= 4n(2n^3b^2) - 4n(3n^2b) - 4b(6n^2b) + 4b(2n^3b) + 4b(3b)$$

$$= 8n^3b^2 + 12n^3b^2 + 20n^2b^2 - 8n^3b^2 + 12n^2b^2$$



21) **سدود:** واجهة سد على شكل شبه منحرف. طول قاعدتها السفلية مثلاً ارتفاعها. وقاعدتها العليا أقل من $\frac{1}{5}$ ارتفاعها بـ 10 أمتار.

أ) اكتب عبارة لإيجاد مساحة هذه الواجهة.

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2}(\text{القاعدة السفلية} + \text{القاعدة العليا}) \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{القاعدة السفلية} = 2u$$

$$\text{القاعدة العليا} = \frac{1}{5}u - 10$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}(2u + \frac{1}{5}u - 10) \times u$$

$$= \frac{1}{2}(\frac{11}{5}u - 10) \times u$$

$$= \frac{11}{10}u^2 - 5u$$

$$= \frac{11}{10}u^2 - 5u$$

ب) إذا كان ارتفاع السد 60 متراً، فأوجد هذه المساحة.

$$\text{المساحة} = \frac{11}{10}(60^2) - 5(60)$$

$$= 3660 \text{ م}^2$$

حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(22) 7(n^2 + 5n - 9) + n = n(7n - 2)$$

$$13 + (9 - n) + n = n(7n - 2)$$

$$7n^2 + 35n - 63 - n + n = 7n^2 - 2n + 13$$

$$13n - 63 = 63 - 2n + 13$$

$$63 + 13 = 38$$

$$38 \div 76 = n$$

$$n = 2$$

$$(23) 5(4u + 6) - 2(u - 4) - u(7 - 4) = 48 - (2 - 4)u$$

$$5(4u + 6) - 2(u - 4) - u(7 - 4) = 48 - (2 - 4)u$$

$$20u + 30 - 2u + 8 - 7u - 28 + 4u = 48 - 2u + 8$$

$$18u - 20 = 38 + 2u$$

$$38 - 20 = 18 - 2u$$

$$18 = 2u$$

$$u = \frac{18}{2}$$

$$u = \frac{9}{8}$$

$$(24) 9(j - 11) + 10(j - 10) + j(j - 3) = 30 - (3 - 5)j$$

$$9j - 99 + 10j - 100 + j(j - 3) = 30 - (3 - 5)j$$

$$9j^2 - 9j - 10j + 100 + j^2 - 3j = 30 - 2j$$

$$10j^2 - 12j + 100 = 30 - 2j$$

$$10j^2 - 10j + 70 = 0$$

$$j = 7 - 4\sqrt{-1}$$

حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(25) \quad 2n(5n - 10) - 3n + 6 = -8n(n + 4) + 4(2n^2 - 7n)$$

$$10n^2 - 4n - 10n - 3n + 6 = -8n^2 - 32n + 8n^2 - 28n$$

$$6n^2 - 60 = -32n - 28n$$

$$6n^2 - 60 = -60$$

$$6n^2 + 60 = 60$$

$$6n^2 = 60$$

$$n = \frac{60}{86}$$

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(26) \quad \frac{2}{3}nb^2(30b^2 + 9n^2b - 12)$$

$$\text{المقدار} = \frac{2}{3}nb^2(30b^2) + \frac{2}{3}nb^2(9n^2b) + \frac{2}{3}nb^2(-12)$$

$$= 20nb^3 + 6n^3b^3 - 8nb^2$$

$$(27) \quad \frac{3}{5}r^2l(10r^3 + 5rl^3 + 15l^2)$$

$$\text{المقدار} = \frac{3}{5}r^2l(10r^3) + \frac{3}{5}r^2l(5rl^3) + \frac{3}{5}r^2l(15l^2)$$

$$= 6r^5l + 3r^3l^4 + 9r^2l^3$$

$$(28) \quad -s^2u(2u^2 + 4su^3) + su^2(su + 5su^3) + su^3(3su^2 + 4su)$$

$$\text{المقدار} = -su^2(2u^2) - su^2(4su^3) + su^2(su) +$$

$$+ su^2(5su^3) + su^2(3su^2) + su^2(4su)$$

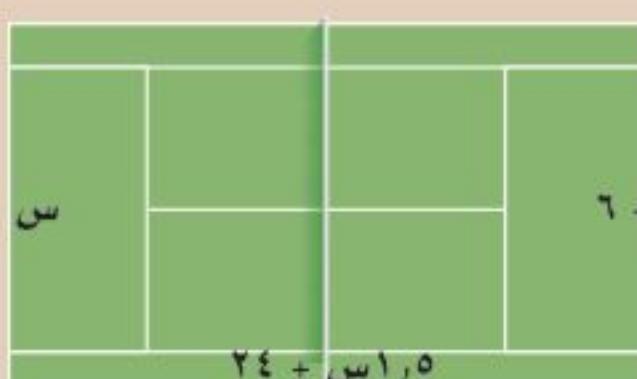
$$= -2u^2s^2 - 4su^4 + su^3 + 5su^5 + 3su^4 +$$

$$4su^6$$

$$= -u^2s^2 + 5su^5 + 3su^4 +$$



س٢,٥



٢٩) **تنس أرضي:** يبني نادي التنس ملعباً جديداً يحيط به ممر منتظم، كما في الشكل المجاور.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة ملعب التنس.

$$\text{مساحة الملعب} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= (س١,٥ + س٢٤) \times س$$

$$= س١,٥^٢ + س٢٤$$

ب) اكتب عبارة تمثل مساحة الممر.

$$\text{مساحة الممر} = (\text{الطول} \times \text{العرض}) - \text{مساحة الملعب}$$

$$= س٢,٥ \times (س + ٦) - (س١,٥^٢ + س٢٤)$$

$$= س٢,٥^٢ + س١,٥ \times س - س١,٥^٢ - س٢٤ =$$

$$= س٩$$

٣٠) **تمثيلات متعددة:** ستستكشف في هذه المسألة درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

أ) **جدولياً:** اكتب ثلاث وحدات حد مختلفة الدرجات وثلاث كثارات حدود مختلفه الدرجات، ثم حدد درجة كل وحيدة حد وكثيرة حدود، واضرب وحدات الحد في كثارات الحدود، وحدد درجة ناتج الضرب. وأخيراً سجل نتائجك في الجدول على النحو الآتي:

وحيدة الحد	الدرجة	كثيرة الحدود	الدرجة	ناتج الضرب	الدرجة
س٢	١	س٢ - س١	٢	س٢ - س٣	٣
س٣	٢	س٠ + س١	٥	س٦ + س٣	٧
س٤	٣	س٦ + س٩	٦	س٩ + س٤	٩

ب) **لفظياً:** خمن درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود. ما درجة ناتج ضرب وحيدة حد من الدرجة A ، في كثيرة حدود من الدرجة B ؟

درجة ناتج الضرب هي مجموع درجتي وحيدة الحد وكثيرة الحدود $A + B$

٣١) تحدّ: أوجد قيمة ب التي تجعل $3s^b - 2s^{b+3} + 4s^{b+2} = 12s^b + 6s^{b+1}$

$$3s^b (4s^{b+2} + 2s^{b+3}) = 12s^b + 6s^{b+1}$$

$$(3s^b)(4s^{b+2}) + (3s^b)(2s^{b+3}) = 12s^b + 6s^{b+1}$$

$$12s^{b+2+3} + 6s^{b+3+2} = 12s^b + 6s^{b+1}$$

$$12s^{3b+2} + 6s^{4b} = 12s^b + 6s^{b+1}$$

بالمقارنة نجد أن : $3b + 3 = b + 1$

طرح ٣ من الطرفين

$$3b = 9$$

قسمة الطرفين على ٣

$$b = 3$$

٣٢) تبرير: هل توجد قيمة للمتغير س تجعل العبارة: $(s+2)^2 = s^2 + 2s$ صحيحة؟ وإذا كان كذلك، فأوجد هذه القيمة. وفسّر إجابتك.

نعم، صفر عند تعويض صفر بدلاً من س في المعادلة فكلا الطرفين

يساوي $2^2 = 4$ وهذا يجعل المعادلة صحيحة

٣٣) مسألة مفتوحة: اكتب وحيدة حد وكثيرة حدود باستعمال المتغير نفسه، وأوجد ناتج ضربهما.

$$3n + 12n^2 + 4n$$

٣٤) اكتب: صف خطوات ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

لضرب وحيدة حد في كثيرة حدود استعمل خاصية التوزيع اضرب
وحيدة الحد في كل حد في كثيرة الحدود ثم بسط بضرب المعاملات معا
 واستعمل خاصية ضرب القوي للمتغيرات

تدريب على اختبار

(٣٦) إذا كانت $A = 5s + 7t$ ، $B = 2s - 3t$ ، فأوجد

$$A + B$$

$$(A) 2s - 9t$$

$$(B) 3s + 4t$$

$$(ج) 2s + 9t$$

$$(د) 2s - 5t$$

(٣٥) يبيع محل ملابس مبنطلاً، نقميصاً أسبوعياً، فإذا كان ثمن القميص ٨٠ ريالاً، والبنطال ١٢٠ ريالاً. فأي العبارات الآتية تمثل المبلغ الذي يحصل عليه المحل ثمناً لذلك؟

$$(أ) ٨٠م + ١٢٠ن$$

$$(ج) ٢٠٠(م + ن)$$

$$(ب) ١٢٠م + ٨٠ن$$

$$(د) ٩٦٠٠م ن$$

مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلّ مما يأتي: (الدرس ٤ - ٦)

$$(٣٨) (A^3 - A^2 + A^1 - A^0) - (A^4 + A^3 - A^2)$$

$$\text{المقدار} = A^3 - A^2 + A^1 - A^0 -$$

$$= A^3 - A^2 -$$

$$(٣٧) (٣ع^٢ + ٢ع - ١) + (ع^٢ - ٦)$$

$$\text{المقدار} = 3u^2 + u^1 - 1 - 6 -$$

$$= 3u^2 + u^1 - 7$$

$$(٣٩) (٨ج^٣ - ٣ج^٢ + ج - ٢) - (٣ج^٣ + ٩ج^٢ - ج)$$

$$= 5j^3 - 3j^2 + j - 11$$

أوجد درجة كلّ كثيرٍ حدود فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٣)

$$(٤٢) -3b^4r^n^2$$

$$10 - (٤١)$$

$$12 \text{ ص}$$

$$\text{درجة الحد} - 3b^4r^n^2 =$$

$$\text{درجة الحد} - 10 : صفر$$

$$\text{درجة الحد} 12 \text{ ص} :$$

$$11 = 2 + 5 + 4$$

بسط كلّ مما يأتي: (الدرس ٦ - ١)

$$(٤٤) 2m(-4m^4 - 3m^5) - (3m^4 - 5m^3)$$

$$- 4s^4 - 2s^3$$

$$\text{المقدار} = -8m^4 - m^3 - 3m^5 - 5m^3$$

$$\text{المقدار} = (-s^4 \times -2s^3)$$

$$= -8m^4 + m^3$$

$$= 2s^{4+3}$$

$$= 2s^7$$

$$(45) 4b^2(-2b^3) + 2b^4(5b^6)$$

$$\text{المقدار} = 4b^2 \times (-2b^3) + 2b^4 \times (5b^6)$$

$$= -8b^8 + 10b^{10}$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

بسط كلاً مما يأتي :

(46) 2c(3c^2)

= c^3

b(b^2)(b^3)

= b^6

(47) 2 + 3x^4 - 5x^3 - 4x^2

= 6x^7 - 15x^6

(48) -c^4(-2c^3)

= 2c^7

(50) 4b^2(-2b^3) + 2b^4(5b^6)

= -8b^8 + 10b^{10}

(51) 2m(-4m^4) - 3(-5m^3)

= 12m^8 - 15m^4

٦-٦ ضرب كثيرات الحدود

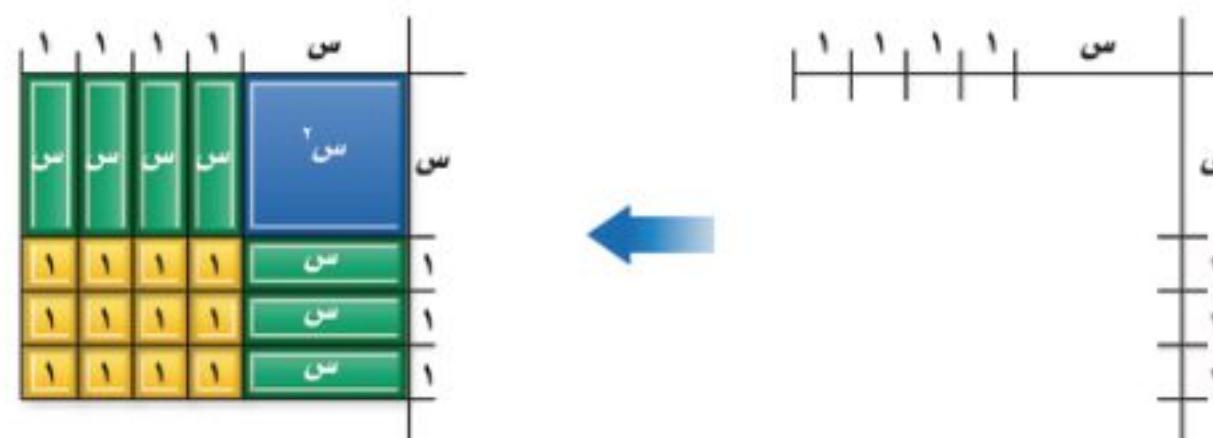


يمكنك استعمال بطاقات الجبر لإيجاد ناتج ضرب ثانية حد.

نشاط ١ ضرب ثنائية حد

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج $(s + 3)(s + 4)$.

حدد بعدي المستطيل: $s + 3$, $s + 4$ كما في الشكل الأول أدناه، ثم استعمل بطاقات الجبر، لإكمال المستطيل كما في الشكل الثاني.



يحتوي المستطيل على بطاقة واحدة s^2 , 7 بطاقات s , 12 بطاقة 1

وعليه تكون مساحة المستطيل تساوي $s^2 + 7s + 12$

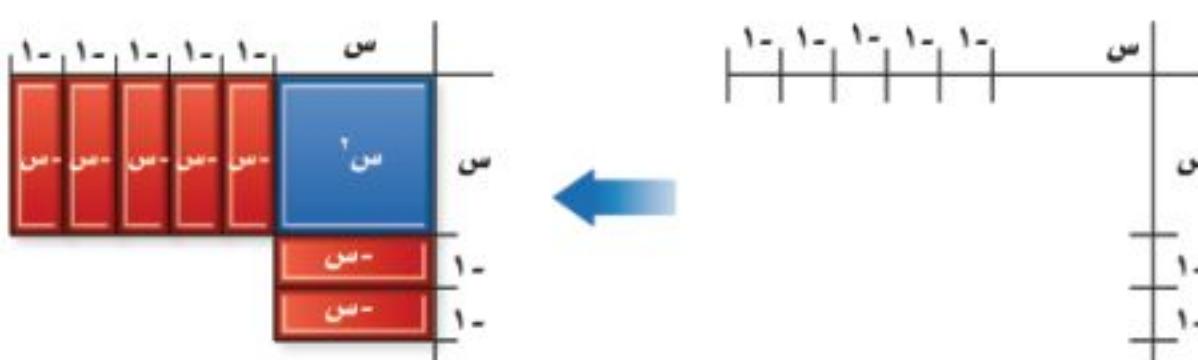
إذن $(s + 3)(s + 4) = s^2 + 7s + 12$

نشاط ٢ ضرب ثنائية حد

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج $(s - 2)(s - 5)$.

الخطوة ١: حدد بعدي المستطيل $s - 2$, $s - 5$

ثم استعمل بطاقات الجبر لتبدأ بتكونين المستطيل كما هو موضح في الشكل المقابل.



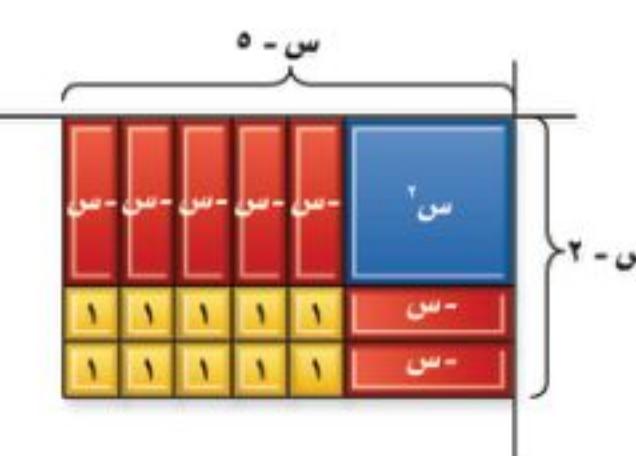
الخطوة ٢: حدد هل ستستعمل 10 بطاقات 1، أو 10 بطاقات -1 لتكاملة المستطيل.

بما أن مساحة كل بطاقة 1 هو ناتج ضرب 1 في 1، لذا املأ الفراغ بـ 10 بطاقات 1 لتكاملة المستطيل.

يحتوي المستطيل على بطاقة واحدة s^2 , 7 بطاقات -s, 10 بطاقات 1

فتكون مساحة المستطيل $s^2 - 7s + 10$.

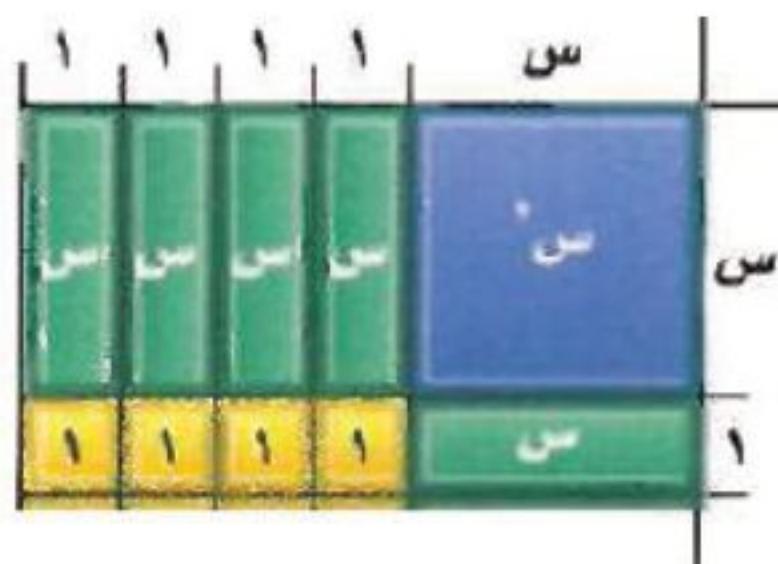
لذا فإن $(s - 2)(s - 5) = s^2 - 7s + 10$



التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقةات الجبر لإيجاد ناتج ضرب كل مما يأتي:

$$(1) (s+1)(s+4)$$



$$\text{المقدار} = s^2 + 5s + 4$$

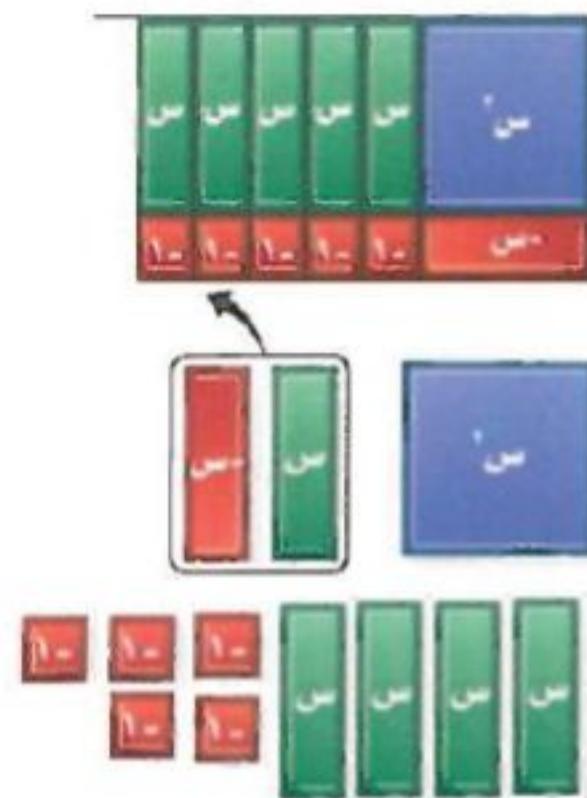
$$(2) (s-3)(s-2)$$



$$\text{المقدار} = s^2 - 5s + 6$$

$$(3) (s+5)(s-1)$$

$$\text{المقدار} = s^2 + 4s - 5$$



٦-٦ ضرب كثيرات الحدود

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقة الجبر لإيجاد ناتج ضرب كلٌ مما يأتي:

$$(س + ٣)(٢س + ٤)$$



$$\text{المقدار} = ٢س^٢ + ٧س + ٦$$

$$(س + ٤)(٢س - ٥)$$

$$\text{المقدار} = ٢س^٢ + ٣س - ٢٠$$

$$(س - ١)(٢س - ١)$$

$$\text{المقدار} = ٢س^٢ - ٣س + ١$$

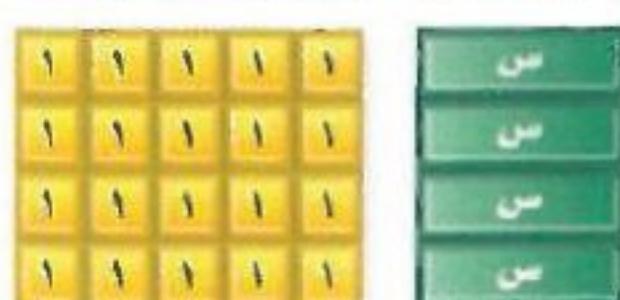
٧) هل العبارة $(س + ٣)(س + ٥) = س^٢ + ١٥$ صواب أم خطأ؟ تحقق من إجابتك باستعمال بطاقة الجبر.

العبارة خاطئة

٨) **اكتب:** يبيّن الشكل المجاور تمثيلاً لـ $(س + ٤)(س + ٥)$. فسر كيف يظهر هذا التمثيل استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب.

باستعمال خاصية التوزيع فإن

$$(س + ٤)(س + ٥) = س(س + ٥) + ٤(س + ٥)$$



حيث يمثل القسم العلوي s $(s + 5) = s^2 + 5s$,

$$\text{ويمثل القسم السفلي } 4(s + 5) = 4s + 20$$



ضرب كثيرات الحدود

لماذا؟



لخياطة ثوب نستعمل قطعة من القماش مستطيلة الشكل.
ويُحدّد بعدها بناءً على طول صاحب الثوب وعرضه.

إذا كان طول قطعة القماش المراد تفصيلها كثوب لأيمان يساوي طول أيمان ع زائد ١٨٠ سم، أو $180 + \frac{1}{2}u$.

وعرض القطعة يساوي نصف طول أيمان مضافاً إليه ٢٧ سم، أو $\frac{1}{2}u + 27$. ولإيجاد المساحة التقريرية لقطعة القماش، فإنك تحتاج لإيجاد ناتج $(180 + \frac{1}{2}u)(\frac{1}{2}u + 27)$.

ضرب ثنائيني حد: تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيني حد مثل $(u + 180)(u + 27)$. ويمكن ضرب ثنائيني الحد أفقياً أو رأسياً.

فيما سبق

درست ضرب وحيدة حد في
كثيرة حدود.

واليآن

- أضرب كثيرات الحدود
باستعمال خاصية التوزيع.
- أضرب ثنائيني حد
باستعمال طريقة التوزيع
بالترتيب.

المفردات

طريقة التوزيع بالترتيب
العبارة التربيعية

مثال ١ خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

أ) $(2s^2 + 3s + 5)(s + 5)$

الطريقة الأساسية

اضرب في s

$$3s^2 + 5s + 2s^2$$

$$(s + 5)(s + 5)$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$2s^3 + 3s^2 + 10s + 25$$

$$\begin{array}{r} \text{اجمع الحدود المتشابهة} \\ 3s^2 + 2s \\ \times (s + 5) \\ \hline 2s^3 + 3s^2 + 10s + 15 \\ \hline 15 + s^2 + 10s + 2s^3 \end{array}$$

$$s(2s^2 + 3s + 5) = 2s^3 + 3s^2 + 5s$$

الطريقة الأفقيّة:

$$(2s^2 + 3s + 5)(s + 5) = 2s^3 + 10s^2 + 15s + 2s^2 + 15s + 25$$

$$= 2s^3 + 12s^2 + 30s + 25$$

$$= 2s^3 + 12s^2 + 15s + 10$$

ب) $(s - 2)(3s^3 + 4)$

الطريقة الأساسية:

اضرب في $3s^3$

$$2s - 2$$

$$(s - 2)(3s^3 + 4)$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$3s^4 - 6s^3 + 4s - 8$$

$$\begin{array}{r} \text{اجمع الحدود المتشابهة} \\ s - 2 \\ \times (3s^3 + 4) \\ \hline 3s^4 - 6s^3 + 4s - 8 \\ \hline 3s^4 - 6s^3 + 4s - 8 \end{array}$$

$$3s(s - 2) = 3s^2 - 6s$$



✓ تحقق من فهمك

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(11) (m^3 + 4m)(m + 5)$$

$$\text{المقدار} = (m^3 + 4m)(m + 5)$$

$$= m^3(m + 5) + 4m(m + 5) =$$

$$= m^4 + 5m^3 + 4m^2 + 20m =$$

$$= m^4 + 5m^3 + 4m^2 + 20m =$$

$$\begin{array}{r} 5m - 2 \\ \times m + 8 \\ \hline 5m^2 - 2m \\ 16m - 40 \\ \hline 16m^2 + 38m - 40 \end{array}$$

✓ تحقق من فهمك

$$(12) (4b - 5)(2b + 3)$$

$$\text{المقدار} = (4b)(2b + 3) + (4b)(-5) + (2b)(-5) + (2b)(3b) =$$

$$= 12b^2 + 8b - 15b - 10 =$$

$$= 12b^2 - 7b - 10 =$$

$$(13) (2c - 5)(c - 6)$$

$$\text{المقدار} = (2c)(c - 6) + (2c)(-5) + (-6)(-5) + (-6)(c) =$$

$$= 2c^2 - 12c - 5c + 30 =$$

$$= 2c^2 - 17c + 30 =$$

ويمكنك استعمال

٣) إذا كان طول البركة ٩ م وعرضها ٧ م. فأوجد مساحة سطح البركة والممر معًا.

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$(٢s + ٩)(٦s + ٧) = (٢s^2 + ١٤s + ٦٣)$$

$$= ٦٣ + ١٤s + ٦٣s +$$

$$= ٦٣ + ٣٢s$$

$$(٤s - ٣s)(٥s + ٧s) =$$

$$\text{المقدار} = ٣s(٢s^2 + ٧s - ٨) + (-٥)(٢s^2 + ٧s - ٨)$$

$$= ٦s^3 + ٢١s^2 - ٤٢s - ٠١s^2 - ٣٥s + ٤٠$$

$$= ٦s^3 + ١١s^2 - ٨٥s + ٤٠$$

$$٤ب) (٤m^2 - ٣m + ٥)(٢m^2 + ٤m - ٥)$$

$$\text{المقدار} = m^2(٤m^2) + m^2(-٥) + m^2(٤m^2) + m^2(-٣m) +$$

$$+ (٥)(٣-) + (٥)(٤m^2) + (٣-)(٤m^2) + (٥)(٤m^2)$$

$$= ٤m^4 - ٧m^3 + ٥m^5 + ٨m^3 - ١٤m^2 + ١٠m + ١٢m - ١٥m - ١٥$$

$$= ٤m^4 + m^3 - ٢١m^2 + ٣١m - ١٥$$

أوجد ناتج الضرب في كلٍ مما يأتي:

$$(1) (s+5)(s+2)$$

$$\text{المقدار} = s(s) + s(2) + s(5) + (2)(5)$$

$$= s^2 + 2s + 5s + 10$$

$$= s^2 + 7s + 10$$

$$(2) (s-2)(s+4)$$

$$\text{المقدار} = s(s) + s(4) - s(2) - s(4)$$

$$= s^2 + 4s - 2s - 8$$

$$= s^2 + 2s - 8$$

$$(3) (b-7)(b+3)$$

$$\text{المقدار} = b(b) + b(-7) + (-3)(b) + (-3)(-7)$$

$$= b^2 + 3b - 7b - 21$$

$$= b^2 - 4b - 21$$

$$(4) (n+3)(n+9)$$

$$\text{المقدار} = n(n) + n(9) + n(3) + (9)(3)$$

$$= n^2 + 3n + 3n + 27$$

$$= n^2 + 6n + 27$$

$$(5) (h-2)(h-8)$$

$$\text{المقدار} = h(h) + h(-8) + (-2)(h) + (-2)(-8)$$

$$= h^2 + 8h - 2h - 16$$

$$= h^2 + 6h - 16$$

$$(6) (a-9)(a-10)$$

$$\text{المقدار} = a(a) + a(-10) + (-9)(a) + (-9)(-10)$$

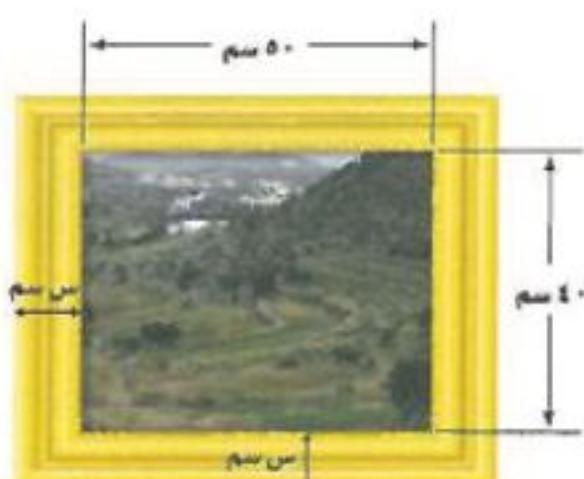
$$= a^2 + 10a - 9a - 90$$

$$= a^2 + a - 90$$

أوجد ناتج الضرب في كلٍ مما يأتي:

٧) **إطار صورة:** صمم خالد إطاراً الصورة كما في الشكل المجاور. فإذا كان الإطار منتظمًا من جميع جهاته، فاكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للصورة والإطار معاً.

$$\text{المساحة الكلية} = (\text{عرض الصورة} + \text{عرض الإطار}) (\text{طول الصورة} + \text{طول الإطار})$$



$$\begin{aligned}
 &= (2s + 40) \times (2s + 50) \\
 &= 2s(2s) + 2s(50) + 40(2s) + 40(50) \\
 &= 4s^2 + 100s + 80s + 2000 \\
 &= 4s^2 + 180s + 2000
 \end{aligned}$$

أوجد ناتج الضرب في كلٍ مما يأتي:

$$8) (4s^2 - 3)(4s^2 + 7s + 2)$$

$$\begin{aligned}
 \text{المقدار} &= 4s^2(4s^2) + 4s^2(7s) + 4s^2(2) - 3(4s^2) - 3(7s) - 3(2) \\
 &= 16s^4 + 28s^3 - 4s^2 - 21s - 6
 \end{aligned}$$

$$9) (s^2 - 4s + 5)(s^3 + 3s - 4)$$

$$\begin{aligned}
 \text{المقدار} &= s^5(s^2) + s^5(3s) + s^5(-4s) + s^3(s^2) + s^3(3s) + s^3(-4s) + s(-4s)(3s) + s(-4s)(-4s) \\
 &= s^7 + 3s^6 - 4s^5 - 20s^4 + 12s^3 - 4s^2 + 25s + 15s - 20 \\
 &= 5s^7 - 17s^6 + 9s^5 + 31s^3 - 20
 \end{aligned}$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(1) (ص - 4)(ص - 3)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= ص(ص - 3) + (-4)(ص - 3) + (-4)(-4) \\ &= ص^2 - 5ص - 12ص + 16 \\ &= ص^2 - 17ص + 16 \end{aligned}$$

$$(2) (د - 5)(د - 6)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= د(د - 6) + (d - 5)(d - 4) \\ &= د^2 - 24د - 20د + 35 \\ &= د^2 - 44د + 35 \end{aligned}$$

$$(3) (م + 5)(م + 3)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= م(م + 3) + (m + 3)(m + 5) \\ &= م^2 + 6م + 10م + 15 \\ &= م^2 + 16م + 15 \end{aligned}$$

$$(4) (ن + 5)(ن - 12)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= 12n(n + 5) + 12n(n - 5) \\ &= 25n^2 + 60n - 60n \\ &= 25n^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 7 + 5 \quad (7 - 5)(7 + 5) \\ 7 - 5 \quad (x) \\ \hline 25 - 35 - 25 \\ 49 - 35 \\ \hline 49 - 25 \\ \text{المقدار} = 25 - 49 \end{array}$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(15) (8ل + 4س)(5ل - 6س) = 8ل(5ل) + 8ل(-6س) + 4س(5ل) + 4س(-6س)$$

$$= 40ل^2 + 48ل س + 20ل س - 24س^2$$

$$= 40ل^2 - 24س^2$$

(16) **حديقة:** يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل، طولها 8 أمتار، وعرضها 6 أمتار اكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة والممر.

$$\text{المساحة الكلية} = (\text{طول الحديقة} + 2\text{الممر}) (\text{عرض الحديقة} + 2\text{الممر})$$

$$\text{المساحة الكلية} = (2س + 6) \times (2س + 8)$$

$$= 4س^2 + 16س + 12س + 48$$

$$= 4س^2 + 28س + 48$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(18) (7 - 12 + 29)(7 + 14 - 29)$$

$$7 - 12 + 29$$

$$7 + 4$$

$$28 - 18 + 36$$

$$49 - 14 + 63$$

$$49 - 14 - 71 + 36$$

$$\text{المقدار} = 49 - 14 - 71 + 36$$

$$(17) (2ص - 11)(ص^2 - 3ص + 2)$$

$$2ص^2 - 3ص + 11$$

$$2ص^3 - 6ص^2 + 4ص$$

$$22 - 11ص^2 + 3ص -$$

$$22 - 17ص^2 + 3ص -$$

$$\text{المقدار} = 2ص^2 - 17ص^2 + 3ص - 22$$

$$(20) (4ع^2 - 5ع + 2)(3ع^3 - 2ع - 4)$$

$$2ع^6 - 4ع^5 - 2ع^3$$

$$18 - 6ع^4 - 15ع^3 + 12ع^2 + 10ع^3 + 4ع^4$$

$$- 24ع^2 + 20ع^3 + 8ع^4$$

$$18 - 15ع^4 - 18ع^3 + 14ع^2 + 24ع^3 + 8ع^4$$

المقدار

$$= 18 - 15ع^4 - 18ع^3 + 14ع^2 + 24ع^3 + 8ع^4$$

$$(19) (س^2 + 5س - 1)(5س^2 - 6س + 1)$$

$$س^2 + 5س - 1$$

$$5س^2 - 6س + 1$$

$$5س^4 + 25س^3 - 5س^2$$

$$- 6س^3 - 30س^2 + 6س$$

$$س^2 + 5س - 1$$

$$5س^4 + 19س^3 - 34س^2 + 11س - 1$$

$$\text{المقدار} = 5س^4 + 19س^3 - 34س^2 + 11س - 1$$

$$(21) بسط العبارة : (m+2)(m^2-6m+4) + (m^2+3m-6)$$

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= (m+2)(m^2+3m-6) + (m^2+3m-6) \\ &= (m+2)(2m^2+m-6) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2m^2 + m - 6 \\ 2 + \quad (\times) \\ \hline m^2 + 3m - 6 \\ 4m^2 + 4m - 4 \\ \hline 4 - m^2 + 3m - 6 \end{array}$$

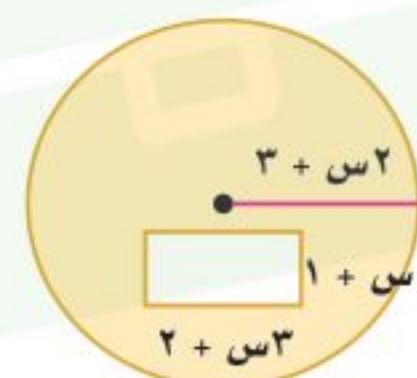
$$\text{المقدار} = 4m^2 + 3m - 4$$

هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللة مما يأتي:

(22)

$$\text{مساحة الدائرة} = ط نق}^2$$

$$\text{مساحة الدائرة} = ط(s^3 + s^2 + 12s + 9t)$$



$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = (s+1)(3s+2)$$

$$= s^3 + 2s^2 + 3s + 2$$

$$= s^3 + 5s^2 + 2$$

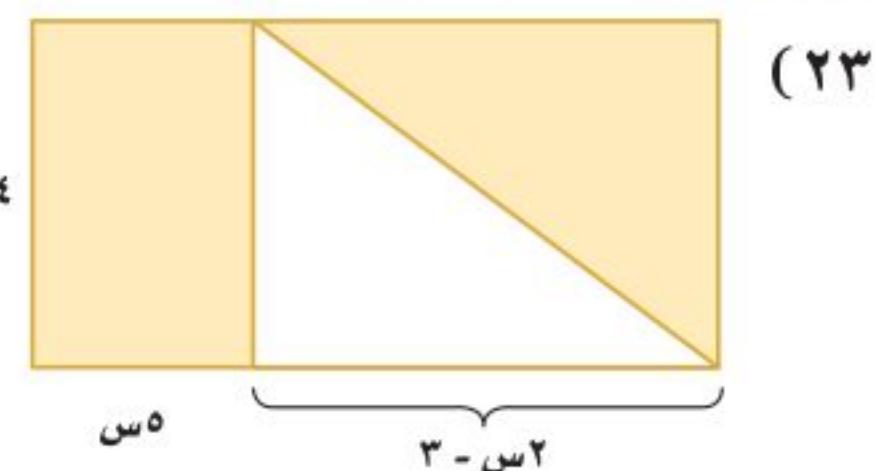
$$\text{مساحة الشكل المظلل} = \text{مساحة الدائرة} - \text{مساحة المستطيل}$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = (4\pi s^2 + 12s + 9t) - (s^3 + 5s^2 + 2)$$

$$= 4\pi s^2 + 12\pi s + 9\pi - s^3 - 5s^2 - 2$$



هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللة مما يأتي:



(٢٣)

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{1}{2} (3s - 2) \times (4s + 1)$$

$$= \frac{1}{2} (12s^2 + 8s - 6s - 2)$$

$$= \frac{1}{2} (12s^2 + 2s)$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= 5s \times (4s + 1)$$

$$= 20s^2 + 5s$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = \text{مساحة المثلث} + \text{مساحة المستطيل}$$

$$= 2s^2 + 5s - 20s^2 + 5s$$

$$= \frac{3}{2}s^2 - 24s^2$$

(٤٤) كرة طائرة: تمثل العبارتان: $(7s + 5)$ متر، $(8s - 2)$ متر بعدي ملعب كرة طائرة.

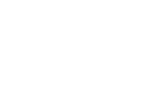
أ) اكتب عبارة تمثل مساحة الملعب.

$$\text{مساحة الملعب} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة الملعب} = (7s + 5) \times (8s - 2)$$

$$= 56s^2 + 40s - 14s - 10$$

$$= 56s^2 - 26s - 10$$





ب) إذا كان طول ملعب كرة طائرة ١٨ م، فأوجد مساحته.

$$\text{طول الملعب} = ٢s + ٨$$

$$١٨ = ٢s + ٨$$

$$٢s = ١٨ - ١٠$$

$$٢s = ٦$$

$$s = ٣$$

$$\text{مساحة الملعب} = ٦s^٢ - ٢٦s - ١٠$$

$$= ٦s^٢ - ٢ \times ٦s - ١٠$$

$$= ٦s^٢ - ١٢s - ١٠$$

٢٥) هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة مثلث طول قاعدته $s + 3$ ، وارتفاعه $s - 1$.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{١}{٢} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{١}{٢} (s + 3) \times (s - 1)$$

$$= \frac{١}{٢} (s^٢ - ٢s + ٣s - ٣)$$

$$= \frac{١}{٢} (s^٢ + s - ٣)$$

$$= \frac{٣}{٢}s^٢ + \frac{١}{٢}s - \frac{٣}{٢}$$

٢٦) قوالب: تسمح القوالب المختلفة بصنع ألواح شوكولاتة مربعة أو مستطيلة الشكل كما هو مبين جانباً.



$$s - 2$$

أ) ما قيمة s الممكنة؟ فسر إجابتك.



$$s$$

$$s - 4$$

$$s > 4, \text{ إذا كانت } s = 4,$$

فإن عرض الصندوق سيصبح صفرًا،

وإذا كانت $s < 4$ فإن عرض الصندوق سيصبح سالبًا.

ب) أي الشكلين مساحته أكبر؟

$$\text{مساحة المربع} = (s - 2)^2$$

$$= s^2 - 2s + 4$$

$$\text{مساحة المستطيل} = s(s - 4)$$

بفرض $s = 5$

$$= s^2 - 4s$$

$$\text{مساحة المربع} = 25 - 2(5 \times 2) + 4$$

$$= 19 \text{ وحدة}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 25 - (4 \times 5)$$

$$= 5 \text{ وحدات}$$

المساحة الأكبر هي المربع

ج) ما الفرق بين مساحتى القالبين؟ الفرق = $(s - 2)^2 - s(s - 4)$

$$= s^2 - 4s - s^2 + 4s$$

$$= 4s^2$$

٢٧) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال قاعدة مربع مجموع حددين.

أ) جدولياً، انقل الجدول الآتي وأكمله.

العبارة	(العبارة)
$s + 5$	$s^2 + 10s + 25$
$3s + 1$	$s^2 + 6s + 9$
$2k + k$	$s^2 + 2sk + k^2$



ب) لفظياً، اكتب جملة توضح كيفية الحصول على مربع مجموع حددين.
 أول حد في مربع مجموع حددين، هو مربع الحد الأول.
 والحد الأوسط، هو مثلي حاصل ضرب الأول بالحد الثاني.
 والحد الثالث، هو مربع الحد الثاني.

ج) رمزيًا، اكتب عبارة تمثل مربع مجموع الحدين $a + b$.

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٨) تبرير: وضح إذا كانت العبارة "يمكن استعمال التوزيع بالترتيب لضرب ثنائية حد في ثلاثة حدود" صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً، وفسر إجابتك.

صحيحة دائمًا، يمكنك تجميع كل حددين متقاررين في ثلاثة الحدود ثم تتعامل مع ثلاثة الحدود ثم تجمع مجموع الحدود كمجموع عبارتين وتطبق عليهما طريقة التوزيع بالترتيب

٢٩) تحد: أوجد ناتج: $(s^m + s^n)(s^{m-1} - s^{n-1} + s^m)$.

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= s^m(s^{m-1}) + s^m(-s^{m-1}) + s^m(s^n) + s^n(s^{m-1}) + \\ &+ s^n(-s^{n-1}) + s^n(s^n) \\ &= s^{m+m-1} - s^{m+m-2} + s^{m+n} + s^{m+n-1} - s^{n+n-1} + s^{2n} \\ &= s^{2m-1} - s^{m-n+1} + s^{m+n} + s^{m+n-1} - s + s^{2n} \end{aligned}$$

٣٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثنائية وثلاثية حدود تتضمن كل منها متغيراً واحداً، ثم أوجد ناتج ضربهما.

$$س - 1, س^2 - س - 1$$

$$(س - 1)(س^2 - س - 1) = س^3 - س^2 - س + 1$$

٣١) **أكتب:** لخُص الطرق التي يمكن استعمالها لضرب كثيرات الحدود.

يمكن استعمال الضرب رأسياً وذلك بتوزيع الضرب وتجميع الحدود
وستعمل طريقة التوزيع بالترتيب أو الطريقة الأفقية حيث تضرب كلا
من الحدين

تدريب على اختبار

٣٢) إجابة قصيرة: أي نقطة على خط الأعداد تمثل عدداً مكعبه أكبر منه؟



النقطة ن

٣٢) ما ناتج ضرب العبارتين: $2s - 5$, $s^3 + 4s$ ؟

أ) $5s - 1$

ب) $6s^2 - 20$

ج) $6s^2 - 20$

د) $6s^2 + 7s - 20$

$$(2s - 5) \times (s^3 + 4s)$$

$$= 6s^2 + 8s - 5(s^3) - 20$$

$$= 6s^2 + 8s - 15s - 20$$

$$= 6s^2 - 7s - 20$$

أوجد ناتج كلٌّ مما يأتي: (الدرس ٤ - ٦)

$$(35) (8n - 2n^2) + (4n - 6n^2)$$

$$(34) (10 - 2n^2) + (5 - 3n^2)$$

$$\text{المقدار} = 8n + 4n - 2n^2 - 6n^2$$

$$\text{المقدار} = 10 + 5 - 2n^2 - 3n^2$$

$$= 12n + 8n^2$$

$$= 5 + 2n^2$$

$$(36) (3a + 4ab + 3b) - (2b + 5a + 8ab)$$

$$\text{المقدار} = 3a + 4ab - 5a + 8ab + 3b - 2b$$

$$= -2a - 4ab + b$$

استعد للدرس اللاحق

بسط كلاً من العبارات الآتية: (الدرس ١ - ٦)

$$(38) (-2n^3 - 3n^2) - (5n^2 - 2n^3)$$

$$(37) (-2n^4 - 3n^3) - (4n^3 - 2n^4)$$

$$\text{المقدار} = (3 - 5)(n^4 - 2n^3) - [3 - 2(n^4 - 3n^3)]$$

$$= -8n^12 - 6(1n^12)$$

$$= -8n^12 - 6(1n^12)$$

$$= -56n^12$$

$$(39) 2(-5x^3) + (-3x^3) - 2(x^3 - 5x^2)$$

$$= 2(-5x^3) + (-3x^3) - 2(x^3 - 5x^2)$$

$$= -15x^3 - 6x^3 + 10x^4$$

$$= -21x^3 + 10x^4$$

مهارة سابقة :

بسط كلاً مما يأتي:

$$(41) 3(-6n^4)^2 + (-2n^2)^2$$

$$152 - 1527 =$$

$$1529 =$$

$$(40) 4(-2t^4)^3 - 3(-2t^3)^4$$

$$(12t^4)^3 - (12t^3)^4 =$$

$$12t^8 - 12t^4 =$$

$$12t^5 =$$

$$(43) 3(-6n^4)^2 + (-2n^2)^2$$

$$(4n^4) + (8n^3)(-3n^2) =$$

$$108 = 4n^8 + 8n^6$$

$$(42) 2(-5s^3)^3 + (-3s^3)^3$$

$$(-25s^6) + (27s^9) =$$

$$-27s^9 = 5s^6$$



حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

تماذا؟



يريد محمد تثبيت لوحة الرمي بالسهام إلى لوح خشبي مربع الشكل. فإذا كان نصف قطر لوحة السهام هو $(نق + 12)$ ، فما مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه؟

يعرف محمد أن قطر لوحة السهام هو $2(نق + 12) = 2نق + 24$. فيكون طول كل ضلع من أضلاع المربع يساوي $2نق + 24$. ولإيجاد مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه، فإن عليه إيجاد مساحة المربع. $M = (2نق + 24)^2$

مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما: بعض أزواج ثنائيات الحد، كالمربعات مثل $(نق + 24)^2$ لها ناتج ضرب يتبع قاعدة معينة. واستعمال هذه القاعدة يسهل من عملية إيجاد ناتج الضرب. فمربع المجموع $(أ + ب)^2 = (أ + ب)(أ + ب)$ هو أحد نواتج الضرب تلك.

$$(أ + ب)^2 = (أ + ب)(أ + ب) = أ^2 + أب + أب + ب^2 = أ^2 + 2أب + ب^2$$

فيما سبق

درستُ ضرب ثنائيةي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

والأآن

- أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما.
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين بالفرق بينهما.

تحقق من فهملك ✓

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$11) (ج + 3د)^2$$

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + 2أب + ب^2$$

$$(ج + 3د)^2 = (ج + 3d)^2 = ج^2 + 2ج \times 3d + 2 \times 3d^2$$

$$= 64ج^2 + 48جد + 9د^2$$

$$1) (3س + 4ص)^2$$

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + 2أب + ب^2$$

$$(3س + 4ص)^2 = (3س)^2 + 3س \times 4ص \times 2 + (4ص)^2$$

$$= 9س^2 + 24سص + 16ص^2$$



ولإيجاد قاعدة مربع الفرق بين حدين، اكتب $a - b$ على صورة $a + (-b)$ ، وربيع الناتج باستعمال قاعدة مربع مجموع حدين.

$$\text{مربع مجموع حدين} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

بسط

$$a^2 - 2ab + b^2$$

مفهوم أساسى

مربع الفرق بين حدين

التعبير اللفظي: مربع $(a - b)$ هو مربع أناقص مثلثي حاصل ضرب a في b مضاعفاً إليه مربع b .

الرموز: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال: $(s - 3)^2 = (s - 3)(s - 3) = s^2 - 6s + 9$

تحقق من فهتمك ✓

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 12ab + 36b^2$
--------------------------------------------------------------	----------------------------------

تحقق من فهتمك ✓

٣) **حديقة:** لدى عماد حديقة، طولها وعرضها ١١ متراً، ويريد إضافة ٣ أمتار إلى كل من الطول والعرض.

أ) بّين كيف يمكن التعبير عن مساحة الحديقة الجديدة بمربع ثنائية حد.

المساحة = الطول × العرض

$$(l + 3)(l + 3) =$$

$$(l + 3)^2 =$$

ب) أوجد مربع ثنائية الحد السابقة.

$$(3n + 2)(3n - 2) = 9n^2 - 4n + 6n - 4$$

$$= 9n^2 - 4$$



$$14) (3n+2)(2n-1) = 6n^2 + 10n - 2$$

$$= 6n^2 + 9n$$

$$4b) (4j-7d)(4j+7d)$$

$$(4j-7d)(4j+7d) = 16j^2 + 28jd - 28jd - 49d^2$$

$$= 16j^2 - 49d^2$$

تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$3) (2s+7c)^2$$

$$\text{المقدار} = (2s+7c)^2$$

$$= 4s^2 + 28sc + 49c^2$$

$$2) (11-10)^2$$

$$\text{المقدار} = (11-10)^2$$

$$= 121 - 220 + 100$$

$$1) (s+5)^2$$

$$\text{المقدار} = (s+5)^2$$

$$= s^2 + 10s + 25$$

$$5) (j-4h)(j-4h)$$

$$\text{المقدار} = (j-4h)(j-4h)$$

$$= j^2 - 8jh + 16h^2$$

$$4) (m^3-4)(m^3-4)$$

$$\text{المقدار} = (m^3-4)(m^3-4)$$

$$= m^6 - 24m^3 + 16$$

$$6) (3j+6d)^2$$

$$\text{المقدار} = (3j+6d)^2$$

$$= 9j^2 + 36jd + 36d^2$$



أوجد ناتج كل مما يأتي:

٧) **ألعاب:** تحوي لعبة القرص الطائر قرصاً على شكل دائرة نصف قطرها $(س + ٤)$ سم.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة القرص الطائر.

$$\text{مساحة الدائرة} = ط \cdot نصف^٢$$

$$= ط(س + ٤)^٢$$

$$= ط(s^٢ + ١٦ + ٨s)$$

$$= طs^٢ + ٨طs + ١٦ط$$

ب) إذا كان قطر القرص الطائر ٢٤ سم، فما مساحته؟ ($ط \approx ٣,١٤$). (٣).

$$\text{مساحة الدائرة} = ط \cdot (١٢)^٢$$

$$= ٣,١٤ \times ١٤٤$$

$$= ٤٥٢,١٦ \text{ سم}^٢$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٩) (س + ٥)(س - ٥)$$

$$(٨) (أ - ٣)(أ + ٣)$$

$$٢٥ = (س + ٥)(س - ٥)$$

$$(أ - ب)(أ + ب) = أ^٢ - ب^٢$$

$$أ^٢ - ب^٢ = (أ + ب)(أ - ب)$$

$$(١٠) (٦ص - ٧)(٦ص + ٧)$$

$$٤٩ = (٦ص + ٧)(٦ص - ٣٦)$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

$$(10 + a)(10 + a) \quad (11)$$

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) \quad (12)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (13)$$

$$\text{المقدار} = a^2 + 2ab + b^2 \quad (14)$$

$$(s + t)^2 \quad (14)$$

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) \quad (13)$$

$$\text{المقدار} = a^2 + 2ab + b^2 \quad (15)$$

$$(m + h)^2 = m^2 + 2mh + h^2 \quad (16)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (17)$$

$$\text{المقدار} = a^2 - 2ab + b^2 \quad (18)$$

$$(n - m)^2 \quad (18)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (19)$$

$$\text{المقدار} = a^2 - 2ab + b^2 \quad (19)$$

$$(t - s)^2 = t^2 - 2ts + s^2 \quad (20)$$

$$\text{المقدار} = t^2 - 2ts + s^2 \quad (21)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (22)$$

$$\text{المقدار} = a^2 - 2an + n^2 \quad (23)$$

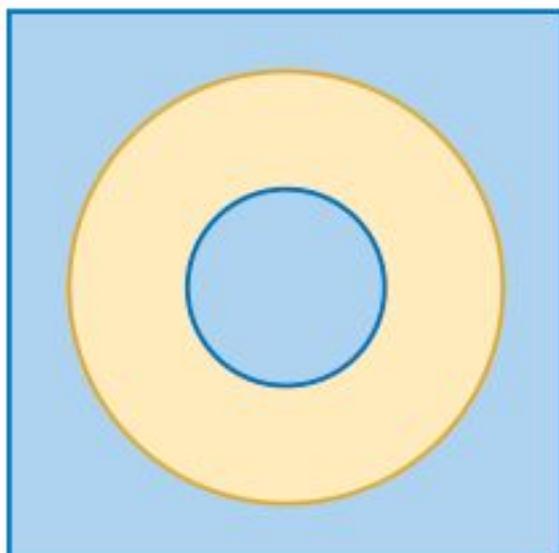
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (24)$$

$$\text{المقدار} = a^2 + 2ab + b^2 \quad (25)$$

$$(n - 4h)^2 = n^2 - 8nh + 16h^2 \quad (26)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (27)$$

$$\text{المقدار} = a^2 - 2ab + b^2 \quad (28)$$



١٢ م

٢٠) **مصارعة:** تكون سجادة المصارعة في العادة مربعة الشكل، طول ضلعها ١٢ متراً تقربياً، وتحتوي على دائرتين كما في الشكل المجاور. افترض أن نصف قطر الدائرة الداخلية (r) متر، وأن نصف قطر الدائرة الخارجية يزيد على نصف قطر الدائرة الداخلية بـ ٣ أمتار.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة الدائرة الكبرى.

$$\text{مساحة الدائرة الكبرى} = \pi r^2$$

$$= \pi (r + 3)^2$$

$$= \pi (r^2 + 6r + 9)$$

$$= \pi r^2 + 6\pi r + 9\pi$$

ب) اكتب عبارة تمثل مساحة جزء المربع خارج الدائرة الكبرى.

$$\text{مساحة المربع} = \text{طول الضلع} \times \text{نفسه}$$

$$12 \times 12 = 144$$

$$144 - (\pi r^2 + 6\pi r + 9\pi) =$$

$$144 - (\pi r^2 + 6\pi r + 9\pi) =$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

$$(4 - s)(4 + s) \quad (22)$$

$$(l + 3)(l - 3) \quad (21)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(4 - s)(4 + s) = 16 - s^2$$

$$(l + 3)(l - 3) = l^2 - 9$$

$$(7 - 2b)(7 + 2a) \quad (24)$$

$$(2k + 5r)(2k - 5r) \quad (23)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a^2 + 2b)(a^2 - 2b) = a^4 - 4b^2$$

$$(2k + 5r)(2k - 5r) = 4k^2 - 25r^2$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

(٢٥) $(٥ص + ٧)^٢$

(٢٦) $(١٠ - ٨)^٢$

$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$

$١١٠٠ + ١٦٠ - ٦٤ = (١٠ - ٨)$

$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

$(٣٥) (٧ + ص)^٢ = ٤٩ + ٢٧ص + ص^٢$

(٢٨) $(أ + ب)^٢$

(٢٧) $(١٢ + ٣ن)(١٢ - ٣ن)$

$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^٢ - ب^٢$

$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٨أب + ١٦ب^٢$

$(٣ن + ١٢)(١٢ - ٣ن) = ١٤٤ - ٩ن^٢$

(٣٠) $(٢ج - ٩)^٢$

(٢٩) $(٥ك - ٥ر)^٢$

$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$

$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$

$(ج - ٩)^٢ - ٤ج = (٣ج - ٤)^٢$

$(٣ك - ٥ر)^٢ = (٥ك - ٥ر)^٢ - ٣٠ك٣ر + ٢٥ر^٢$

(٣٢) $(٥س^٢ - ص^٢)^٢$

(٣١) $(٤أ٣ - ب)(أ - ب)$

$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^٢ - ب^٢$

$(٥س^٢ - ص^٢)^٢ = ٢٥س^٤ - ١٠س٢ص^٢ + ص^٤$

$(أ - ب)(أ + ب) = ٤أ٣ - ب^٢$

(٣٤) $\left(٨ + \frac{٣}{٤}ك\right)^٢$

(٣٣) $(٣ب٩ - ٢أ٨)(٣ب٩ + ٢أ٨)$

$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^٢ - ب^٢$

$\frac{٩}{١٦}ك^٢ + ١٢ك + ٦٤ = \left(٨ + \frac{٣}{٤}ك\right)^٢$

$= (٣ب٩ + ٢أ٨)(٣ب٩ - ٢أ٨)$

$٦٨١ - ٤٦٤$

$$(36) (7x^2 + 5y^2)(7x^2 - 5y^2)$$

$$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$$

$$(7x^2 + 5y^2)(7x^2 - 5y^2) = 49x^4 - 25y^4$$

$$(35) \left(\frac{2}{5}x^2 - 4 \right)^2$$

$$(a^2 - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\frac{4}{25}x^4 - \frac{16}{5}x^2 + 16 = \left(\frac{2}{5}x^2 - 4 \right)^2$$

$$\text{المقدار} = [m^2(3m+2)(m-4)]$$

$$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$$

$$\text{المقدار} = (4m^2 - 9)(m+4)$$

$$= 4m^2(m) + 4m^2(m) + 4m^2(m) + 4m^2(m)$$

$$= 36m^4 + 16m^3 - 9m^2$$

$$(37) (m^2 + 3m - 2)(m^2 - 3m - 4)$$

$$(38) (r+2)(r-5)(r-2)(r+5) \quad \text{المقدار} = [(r+2)(r-5)][(r-2)(r+5)]$$

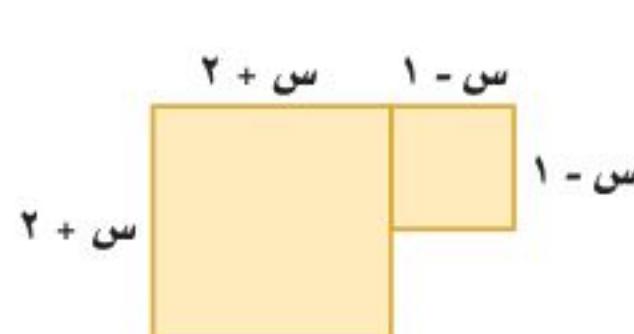
$$= (r^2 - 4)(r^2 - 25)$$

$$(25)(4^2) + (r^2)(4^2) + (r^2)(25) = (r^2)(r^2 + 16) + (r^2)(25)$$

$$= r^4 - 25r^2 - 4r^2 - 100$$

$$= r^4 - 29r^2 - 100$$

(39) هندسة: اكتب كثيرة حدود تمثل مساحة الشكل أدناه.



مساحة الشكل = مجموع مساحتي المربعين

$$\text{مساحة الشكل} = (s-1)^2 + (s+1)^2$$

$$(a^2 - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a^2 + b^2) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{مساحة الشكل} = (s^2 - 2s + 1) + (s^2 + 4s + 4)$$

$$= 5s^2 + 2s + 5$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

$$(40) (ج + د)(ج + د)(ج + د)$$

$$\text{المقدار} = (ج + د)^3 (ج + د)$$

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + 2أب + ب^2$$

$$\text{المقدار} = (ج^3 + د^3 + 2ج^2 د + د^2 ج) (ج + د)$$

$$= ج^3 + ج د^2 + 2 ج^2 د + د ج^2 + د^3 + 2 ج د^2$$

$$= ج^3 + 3 ج^2 د + 3 ج د^2 + د^3$$

$$(41) (أ - ب)^3$$

$$\text{المقدار} = (أ - ب)^2 (أ - ب)$$

$$(أ - ب)^2 = أ^2 - 2أب + ب^2$$

$$\text{المقدار} = (أ^4 + ب^2 - 4أب) (أ - ب)$$

$$= أ^8 + أ^2 ب^2 - 8أ^3 ب - 4أ^2 ب^3 + 4أب^4$$

$$= أ^8 - 12أ^3 ب + 16أ^2 ب^2 - ب^8$$

$$(42) (ف + ج)(ف - ج)(ف + ج)$$

$$(أ - ب)^2 = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$\text{المقدار} = (ف^2 - ج^2)(ف + ج)$$

$$(ف^2)(ف) + (ف^2)(ج) + (-ج^2)(ف) + (-ج^2)(ج) =$$

$$= ف^3 + ف^2 ج - ف ج^2 - ج^3$$

$$(43) (ك - م)(ك + م)(ك - م)$$

$$(أ - ب)^2 = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$\text{المقدار} = (ك^2 - م^2)(ك - م)$$

$$= ك^3 - ك^2 م - ك م^2 + م^3$$

أوجد ناتج كلّ مما يأتي:

$$(44) (n - b)^2 = n^2 - 2nb + b^2$$

$$\text{المقدار} = (n^2 - 2nb + b^2)(n + b)$$

$$= n^3 + nb^2 - 2n^2b + b^3 + nb^2 - 2nb^2$$

$$= n^3 - nb^2 - nb^2 + b^3$$

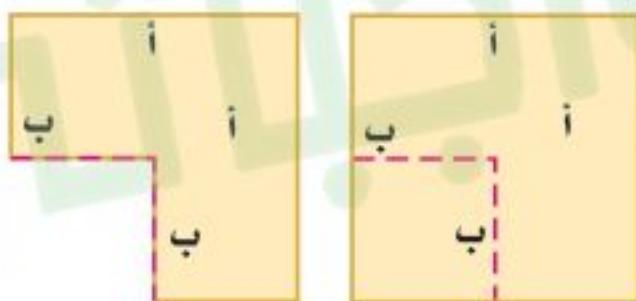
$$(45) (k + r)^2(k - r) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{المقدار} = (k^2 + 2kr + r^2)(k - r)$$

$$= k^3 + r^2k + 2k^2r - rk^2 - r^3 - 2kr^2$$

$$= k^3 + kr^2 - kr^2 - r^3$$

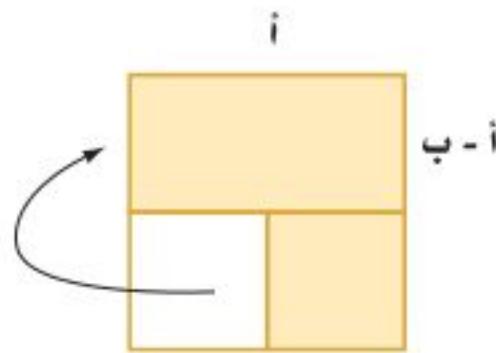
(٤٦) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة قاعدة تمثل حاصل ضرب مجموع حددين في الفرق بينهما، ابدأ بورقة مربعات. وارمز إلى طول كل ضلع في المربع بالرمز A ، ثم ارسم مربعاً صغيراً في إحدى زواياه، وارمز إلى طول ضلعه بالرمز b .



أ) عددياً: أوجد مساحة كل مربع.

مساحة المربع الكبير تساوي A^2 ومساحة المربع الصغير تساوي b^2

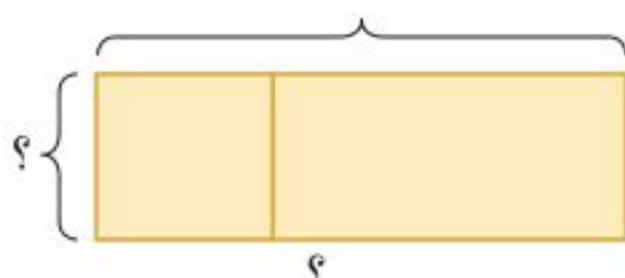
ب) حسياً: قص المربع الصغير من الزاوية. ما مساحة الشكل المتبقية؟



مساحة المربع A – مساحة المربع B

المساحة المتبقية = $A^2 - b^2$

ج) تحليلياً: افصل المستطيل الصغير السفلي، ثم دوّره واسحبه إلى جوار المستطيل العلوي. ما طول المستطيل في التمثيل الجديد؟ وما عرضه؟ وما مساحته؟



ابعاد المستطيل هي $(a + b)$, $(a - b)$

مساحة المستطيل = $(a + b)(a - b)$

$$= a^2 - b^2$$

د) تحليلياً: ما القاعدة التي توصلت إليها من الفقرتين بـ ج؟

القاعدة:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٧) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي:

$$(ج + د)(ج - د)$$

$$(2ج + د)(2ج - د)$$

$$(2ج - د)(2ج + د)$$

$$(2ج + د)(2ج + د)$$

$(2ج + د)(2ج - د)$ ناتج الضرب لا يحتوي على حد الأوسط

بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد الأوسط

٤٨) **تحدد:** هل يوجد قاعدة لمكعب المجموع $(a+b)^3$ ؟

أ) استقصي إجابة هذا السؤال بإيجاد ناتج: $(a+b)(a+b)(a+b)$.

$$\text{نعم، المقدار} = (a+b)^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab + b^3$$

$$\text{المقدار} = (a^2 + ab + b^2)(a + b)$$

$$= a^3 + a^2b + a^2b + ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ب) استعمل القاعدة التي وجدتها في الفرع أ لإيجاد ناتج: $(s+2)^3$.

$$\text{المقدار} = (s+2)^3 = (s+2)(s+2)^2$$

$$(s+2)^2 = s^2 + 2s + b^2$$

$$\text{المقدار} = (s^2 + 2s + b^2)(s+2)$$

$$= s^3 + 2s^2 + 2s^2 + 4s + 2s^2 + 4s + 8s + 8$$

$$= s^3 + 6s^2 + 12s + 8$$

٤٩) تبرير: أوجد قيمة جـ التي تجعل من العبارة $s^2 - 25s + 90$ جـ مربعاً كاملاً.

$$90 = \boxed{J} \times 2 \times 5$$

$$90 = \boxed{J} \times 10$$

$$\boxed{J} = 10 \div 90$$

$$\boxed{J} = \frac{1}{9}$$

$$(\boxed{J})^2 = J^2$$

$$J = \boxed{1}$$

٥٠) اكتب: صف كيف تجد مربع مجموع حدّين ومربع الفرق بين حدّين، وكيف تجد ناتج ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما.

• لإيجاد مربع المجموع طبق طريقة التوزيع بالترتيب أو طبق النمط.

• مربع مجموع أحاديتي حدود هو مربع الحد الأول، زائد مثلثي حاصل ضرب الحدين، زائد مربع الحد الثاني.

• و مربع الفرق بين أحاديتي حدود، هو مربع الحد الأول، ناقص مثلثي حاصل ضرب الحدين، زائد مربع الحد الثاني.

• و حاصل ضرب المجموع والفرق للكميتيين نفسيهما، هو مربع الحد الأول ناقص مربع الحد الثاني.

٥٢) يقطع مروان مسافة ٦ كم في م دقيقة بسيارته. كم دقة ستحاج إليها لقطع ٣٠ كم بهذا المعدل؟

ج) ٥

أ) $\frac{3}{15}$ د) $\frac{1}{5}$

ب) ١٨٠

$$\text{عدد الدقائق} = \frac{30}{6} = 5 \text{ م}$$

٥١) ماناتج ضرب (٢٠ - ٣) (٣٠ - ٢) ؟

ج) ٤٠ - ١٢ - ٩

أ) ١٢ + ٤٠

د) ٤٠ - ١٢ - ٩

ب) ٤٠ + ٩

$$\text{المقدار} = (٣ - ٢)^٢ - ٢(٣ - ٢)ab + b^٢$$

$$٩ - ١٢ - ٤٠$$

مراجعة تراكمية

٥٣) أوجد ناتج (٤٥ - ٣٢)(٧ - ٥٢) : (الدرس ٦-٦)

$$(٢١ + ٥٦ - ٥٢٨ - ٥٨) = (٧ - ٥٢)(٣ - ٥٤)$$

$$٢١ + ٥٣٤ - ٥٨ =$$

٥٤) بسط العبارة ٣ب(٦ب - ٤)ب + $\frac{1}{2}b^٢ - ٣b$: (الدرس ٥-٦)

$$\text{المقدار} = ١٨b^٢ - ١٢b + b^٢ - ٦b$$

$$١٩b^٢ - ١٨b =$$

٥٥) اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين (١، ٤)، (١، ٧). (مهارة سابقة)

$$\text{الميل} = \frac{٧ - ٤}{١ - ١} = \frac{٣}{٠}$$

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

$$ص - ١ = ٣ (س - ١)$$

$$ص = ٣س - ٣ + ١$$

$$ص = ٣س - ٢$$

مهارة سابقة :

حلل كلاً من الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

(٥٦) ٤٠

$$5 \times 2 \times 2 \times 2$$

(٥٧) ١٢٠

$$5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

(٥٨) ٩٠٠

$$5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$$

(٥٩) ١٦٥

$$11 \times 5 \times 3$$

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(1) (س^2)(س^8) = س^{2+8} = س^{10}$$

$$(2) (س^3)(س^7) = س^{3+7} = س^{10}$$

$$(3) (أ ٥ ب ج^٢)(أ ٦ ب ج^٥) = أ^{5+6} ب^{2+5} ج^{2+5} = أ^{11} ب^{7} ج^{7}$$

(٤) اختيار من متعدد: ترغب نوال في شراء سجاد لغرفتين في منزلها أبعادهما مبينة أدناه. فما المساحة الكلية للمنطقة التي ستغطى بالسجاد؟



$$س^3 + 5$$

$$س - 2$$

$$(أ) س^2 + 3س$$

$$(ب) س^2 + 3س - 5$$

$$(ج) 2س^2 + 6س - 10$$

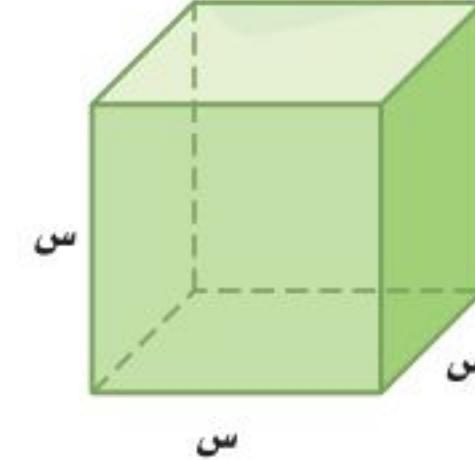
$$(د) 8 + 12س$$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

المساحة الكلية = [](س - 2)(س + 5) + [](س)(س + 3)

$$= س^2 + 3س - 10 + س^2 + 3س$$

$$= 2س^2 + 6س - 10$$



$$(أ) 6س$$

$$(ب) س^6$$

$$(ج) 6س^3$$

$$(د) س^3$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$(4) (س + 5) + (س^2 - 3س + 7) =$$

$$\text{المقدار} = س^2 + س - 3س + 5 + 7 =$$

$$= س^2 - 2س + 12$$

بسط كل عبارة فيما يأتي، مفترضاً أن أي مقام لا يساوي صفرًا:

$$7) \frac{s^6s^8}{s^2} = s^{6-2}s^8 = s^4s^8$$

$$13) (s+3)^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(s+3)^2 = s^2 + 6s + 9$$

$$14) (2b-5)(5b+2)$$

$$(a^2-b^2) = (a-b)(a+b)$$

$$2b-5)(5b+2) = 2b^2 - 4b^2 - 25$$

$$1 = \left(\frac{3a^2b}{c} \right) \cdot \left(\frac{3a^2b}{c} \right) \quad 8)$$

$$9) \frac{2s^8}{s^2s^7}$$

$$\frac{2s^8}{s^8} = \frac{2s^{8-8}}{s^4} =$$

$$\frac{1}{4s^4} =$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$10) (a^2 + a^2 - 10)$$

$$a(a^2 + a^2 - 10) = a^3 + a^2 - 10$$

$$11) (a^2 - 5)(5 + a^2)$$

$$\text{المقدار} = a^2 + a^2 - 10 - 15 =$$

$$= 2a^2 - 25$$

$$12) (s-3)(s^2 + 5s - 6)$$

$$\text{المقدار} =$$

$$s^3 + 5s^2 - 6s - 3s^2 - 15s + 18 = s^3 + 2s^2 - 18s + 18$$

١٥) هندسة: منشور رباعي قاعدته مستطيلة وأبعاده هي:

$$s, s+3, 2s+5$$

أ) أوجد حجم المنشور بدلالة s .

حجم المنشور = الطول × العرض × الارتفاع

حجم المنشور = $s \times (s+3) \times (2s+5)$

$$= (s^2 + 3s)(2s+5)$$

$$= 2s^3 + 5s^2 + 6s^2 + 15s =$$

$$= 2s^3 + 11s^2 + 15s$$

ب) أوجد حجم المنشور بتعويض قيمتين لـ s ، وكيف تقارن بين الحجمين؟

عند $s = 1$ ؛ إذن أبعاد المنشور هي: ١، ٤، ٧

$$\text{الحجم} = 1 \times 4 \times 7$$

$$= 28$$

عند $s = 2$ ؛ إذن أبعاد المنشور هي: ٢، ٥، ٩

$$\text{الحجم} = 2 \times 5 \times 9$$

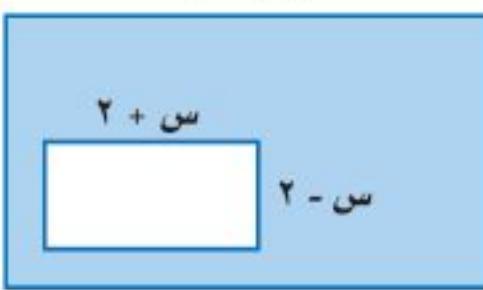
$$= 90$$

بسط كل عبارة فيما يأتي، مفترضًا أن أي مقام لا يساوي صفرًا:
حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(16) 5(n^2 - 3n + 2) = n(5n - 2)$$

$$\begin{aligned} 5n^2 - 15n + 10 &= 5n^2 - 2n \\ 5n^2 - 5n - 10 &= 5n^2 - 5n - 2n \\ -15n + 2n + 10 &= -2n + 2n \\ -13n + 10 &= 0 \\ -13n + 10 &= 10 - 10 \\ -13n &= 0 \\ n &= \frac{10}{13} \end{aligned}$$

(18) هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة المنطقة المظللة في الشكل الآتي:



مساحة المستطيل الكبير

$$\begin{aligned} &= (s^2 - 5)(s^2 + 5) \\ &= s^4 + 10s^2 - 25 \\ &= s^4 - 25 \end{aligned}$$

مساحة المستطيل الصغير

$$\begin{aligned} &= (s - 2)(s + 2) \\ &= s^2 + 2s - 2s - 4 \\ &= s^2 - 4 \end{aligned}$$

مساحة المنطقة المظللة

$$\begin{aligned} &= (s^4 - 25) - (s^2 - 4) \\ &= 21 - s^3 \end{aligned}$$

$$(17) 3s(s+2) = (s^2 - 3s)(2s + 6)$$

$$\begin{aligned} 3s^2 + 6s &= 3s^3 - 3s^2 - 6s \\ 3s^2 - 3s^2 + 6s &= 3s^3 - 3s^2 - 6s \\ 6s &= -6s \\ s &= -1 \end{aligned}$$

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

٤) عَبَرْ عن محيط المستطيل أدناه بصورة كثيرة حدود.



(أ) $s^2 - 4s + 7$

(ب) $s^2 + s + 7$

(ج) $6s^2 - 8s + 14$

(د) $6s^2 - 4s + 7$

٥) أُوجِد ناتج طرح: $(5 + 2a^2 + 3a^3 + a^4) - (4 - a^2 + 3a^3 + a^4)$

(أ) $a^4 + 2a^3 + a^2 - 7$

(ب) $11a^3 + a^2 - 7$

(ج) $4a^4 + 3a^3 + a^2 + 10$

(د) $a^4 + 3a^3 + 7a^2 - 3$

٦) بسط العبارة: $\frac{h^2 - 3l^2}{h^2 - 3l^2}$

(أ) $\frac{h^2}{l^2}$

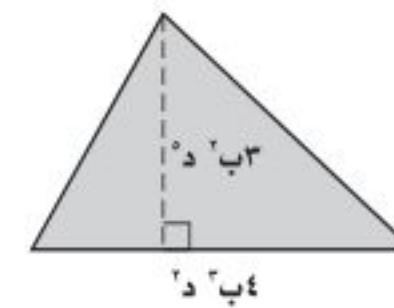
(ج) l^2

(د) $h^2 l^2$

(ب) $\frac{l^2}{h^2}$

اقرأ كل سؤالٍ مما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) عَبَرْ عن مساحة المثلث أدناه في صورة وحيدة حد؟



(أ) $12b^6d^5$

(ب) $12b^5d^6$

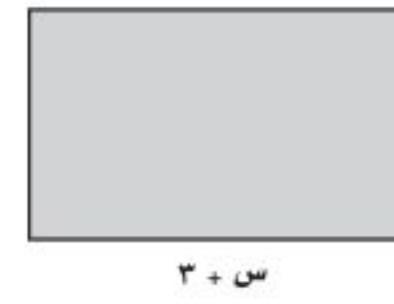
٢) بسط العبارة $\frac{3(4s^3 - 2l^5)}{8l^8}$

(أ) $\frac{3s^3 - 2l^5}{8l^8}$

(ب) $\frac{12s^3 - 6l^5}{27l^8}$

(ج) $\frac{27s^3 - 8l^5}{8l^8}$

٣) إذا كانت مساحة المستطيل أدناه $s^2 - 9$ وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟



(أ) $s + 3$

(ب) $s - 9$

(ج) $s - 3$

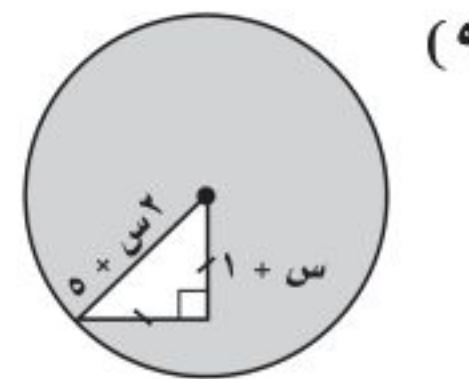
(د) $s + 9$

إرشادات للاختبارات

سؤال ٢: استعمل قوانين الأسس لتبسيط العبارة، وتذكر أنه لإيجاد أس الأساس، ضرب الأساس.

إجابة قصيرة

اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللةً مما يأتي:

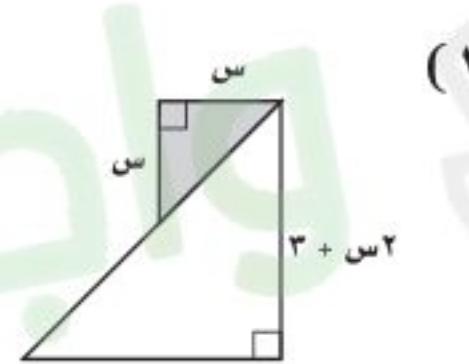


(٩)

مساحة المنطقة المظللة

$$= \text{مساحة الدائرة} - \text{مساحة المثلث}$$

$$= \pi(s+1)^2 - \frac{1}{2}(s+1) \cdot 5$$

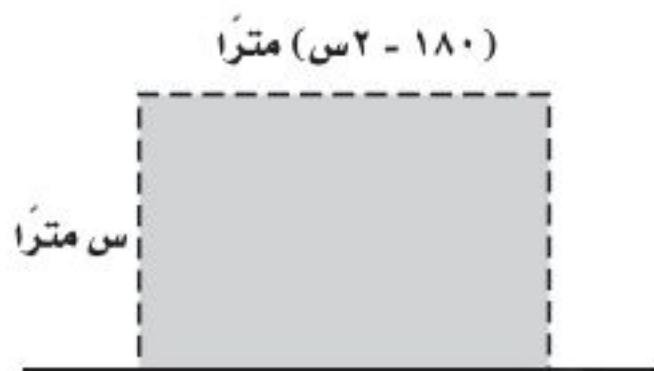


(١٠)

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \frac{1}{2}s^2$$

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) ي يريد مزارع زراعة قطعة الأرض المستطيلة المبينة في الشكل:



أ) اكتب كثيرة حدود تعبر عن مساحة الأرض.

$$\text{مساحة الأرض} = s(180 - 2s)$$

$$= 180s - 2s^2$$

ب) أوجد مساحة قطعة الأرض، إذا كان عرضها ٤٠ مترًا.

$$\text{مساحة الأرض} = (80 - 180)(40) = 100 \times 40 = 4000$$

$$= 400 \text{ م}^2$$

٨) اكتشف المختلف: أي العبارات التالية مختلفة؟ فسر إجابتك.

$$(3m - 2n)(3m + 2n) \leftarrow 2m^2 - 4n^2$$

$$(3m + 2n)(3m - 2n) \leftarrow 2m^2 + 12mn + 4n^2$$

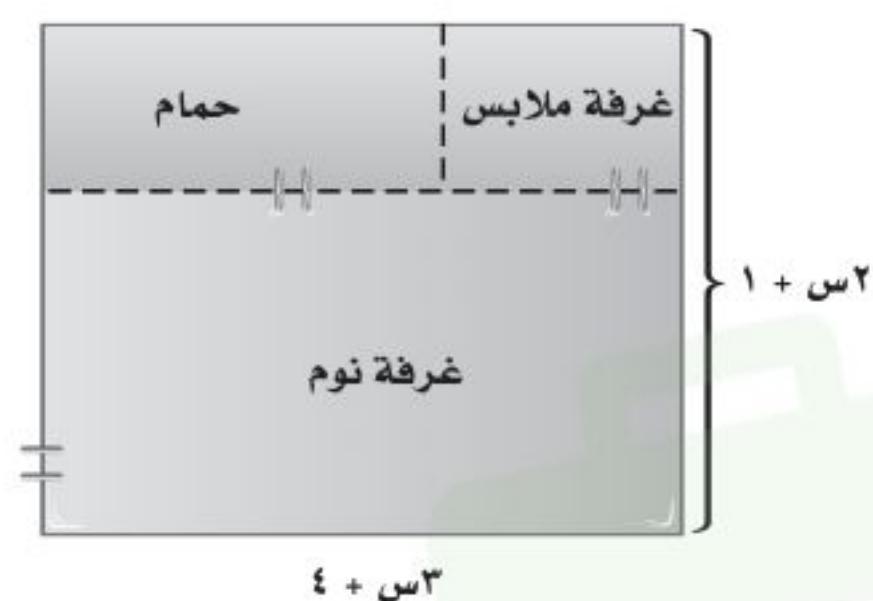
$$(3m + 2n)(3m - 2n) \leftarrow 2m^2 - 4n^2$$

١١

إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

١١) المخطط التالي يبيّن تفاصيل جناح نوم:



أ) أوجد مساحة الجناح كاملاً.

$$\text{مساحة الجناح} = (٢س + ١)(٤س + ٣)$$

$$= ٦س^٢ + ١١س + ٣$$

ب) إذا كان عرض غرفة الملابس س ، وطولها س + ١ ، فأوجد مساحة غرفة الملابس.

$$\text{مساحة غرفة الملابس} = س(س + ١)$$

$$= س^٢ + س$$

ج) أوجد مساحة الحمام.

$$\text{مساحة الحمام} = س(٣س + ٤ - س - ١)$$

$$= س(٢س + ٣) = ٣س^٢ + ٢س$$

د) أوجد مساحة غرفة النوم.

$$\text{مساحة غرفة النوم} = ٦س^٢ + ١١س + ٤ - (س^٢ + س + ٢س + ٣س)$$

$$= ٥س^٢ + ٧س + ٤$$