



قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



وزارة التعليم
Ministry of Education

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني



قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

يوزع مجاناً للإبّاع

طبعة ١٤٤٥ - ٢٠٢٣

ح) وزارة التعليم ، ١٤٤٣هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم

الرياضيات - الصف الثالث المتوسط - التعليم العام - الفصل الدراسي الثاني /
وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٤٣هـ .

١٤٣ ص ؛ ٢١ × ٢٧,٥ سم

ردمك : ٥-٢٥٠-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

١ - الرياضيات - تعليم - السعودية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية

- كتب دراسية . أ.العنوان

١٤٤٣/١٣١٢٢

ديوي ٥١٠,٧

رقم الإيداع : ١٤٤٣/١٣١٢٢

ردمك : ٥-٢٥٠-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

www.moe.gov.sa

مواد إثنائية وداعمة على "منصة عين الإثنائية"



ien.edu.sa

أعضاء المعلمين و المعلمات، والطلاب و الطالبات، وأولياء الأمور ، وكل مهتم بالتربية و التعليم؛
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.



fb.iен.edu.sa

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطلاب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية؛ وعياً بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية؛ سعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
 - تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
 - إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
 - الاهتمام بالمهارات الرياضية، التي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
 - الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياتها المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
 - الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
 - الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.
- ولمواكبة التطورات العالمية في هذا المجال، فإن المناهج المطورة والكتب الجديدة سوف توفر للمعلم مجموعة متكاملة من المواد التعليمية المتنوعة التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، إضافة إلى البرمجيات والمواقع التعليمية، التي توفر للطلاب فرصة توظيف التقنيات الحديثة والتواصل المبني على الممارسة، مما يؤكد دوره في عملية التعليم والتعلم.
- ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق



الفهرس

الفصل
٥

أنظمة المعادلات الخطية

- التهيئة للفصل ٥ ١١
- ١-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً ١٢
- ١٨  معمل الحاسبة البيانية؛ حل نظام من معادلتين خطيتين ١٨
- ٢-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض ٢٠
- ٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح .. ٢٥
- ٣٢ **اختبار منتصف الفصل**
- ٤-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب ٣٣
- ٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين ٣٩
- ٤٤ **اختبار الفصل**
- ٤٥ **الاختبار التراكمي**

كثيرات الحدود

الفصل
٦

- التهيئة للفصل ٦ ٤٩
- ١-٦ ضرب وحيدات الحد ٥٠
- ٢-٦ قسمة وحيدات الحد ٥٦
- ٣-٦ كثيرات الحدود ٦٢
- ٦٧  معمل الجبر: جمع كثيرات الحدود وطرحها ٦٧
- ٤-٦ جمع كثيرات الحدود وطرحها ٦٩
- ٧٤ **اختبار منتصف الفصل**
- ٥-٦ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود ٧٥
- ٨١  معمل الجبر: ضرب كثيرات الحدود ٨١
- ٦-٦ ضرب كثيرات الحدود ٨٣
- ٧-٦ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود ٨٩
- ٩٥ **اختبار الفصل**
- ٩٦ **الاختبار التراكمي**



٩٩	التهيئة للفصل ٧
١٠٠	١-٧ تحليل وحيدات الحد
١٠٤	٢-٧ استعمال خاصية التوزيع
١١١	معامل الجبر: تحليل ثلاثية الحدود
١١٣	٣-٧ المعادلات التربيعية: $س^٢ + ب س + ج = ٠$
١٢٠	اختبار منتصف الفصل
١٢١	٤-٧ المعادلات التربيعية: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
١٢٧	٥-٧ المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين
١٣٣	٦-٧ المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة
١٤١	اختبار الفصل
١٤٢	الاختبار التراكمي

ستركز في دراستك هذا العام على عدة موضوعات رياضية، تشمل ما يأتي:

- المعادلات الخطية والتربيعية.
- الدوال الخطية والتربيعية.
- كثيرات الحدود والعبارات الجذرية.
- الإحصاء والاحتمال.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق لحل المسائل الرياضية وتمثيلها بصور متعددة وسوف تفهم لغة الرياضيات وتتعلم أدواتها، وتنمي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.

كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- اقرأ فقرة **فيما سبق** لتعرف ارتباط هذا الدرس بما درسته من قبل، ولتعرف أفكار الدرس الجديد
اقرأ فقرة **والآن**.
- ابحث عن **المفردات** المظللة باللون الأصفر، واقرأ تعريف كل منها.
- راجع المسائل الواردة في **مثال** والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتوضيح أفكار الدرس الرئيسة.
- ارجع إلى **إرشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- ارجع إلى فقرة **قراءة الرياضيات**؛ لتتذكر نطق بعض الرموز والمصطلحات الرياضية.
- تذكر بعض المفردات التي تعلمتها من قبل، بالرجوع إلى فقرة **مراجعة المفردات**.
- ارجع إلى فقرة **تنبيه!** دائماً لتعرف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها كثير من الطلاب حول بعض المفاهيم الرياضية فتجنبها.
- ارجع إلى المثال المشار إليه مقابل بعض التمارين في فقرتي **تأكد** و **تدرب وحل المسائل** ليساعدك على حل هذه التمارين وما شابهها.
- استعن بأسئلة **تدريب على اختبار** لتتعرف بعض أنماط أسئلة الاختبارات.
- ارجع إلى **مراجعة تراكمية** لتراجع أفكار الدروس السابقة.
- استعمل أسئلة **استعد للدرس اللاحق** لمراجعة بعض المهارات والمفاهيم اللازمة للدرس التالي.
- نفذ **اختبار الفصل** في نهاية كل فصل، بعد أن تراجع أفكار الدرس مستفيداً مما دوتته من أفكار في **المخطويات**.
- نفذ **الاختبار التراكمي** في نهاية كل فصل لمراجعة الأفكار الرئيسة للفصل وما قبله من فصول.

الفصل ٥

أنظمة المعادلات الخطية



فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية في متغير واحد.

والآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانياً.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحدف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

لماذا؟

حداثق: باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالاً للكبير، ٥ ريالاً للصغير، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المباعة.

المضردات

- النظام المتسق ص (١٢)
- النظام المستقل ص (١٢)
- النظام غير المستقل ص (١٢)
- النظام غير المتسق ص (١٢)

المطويات

منظم أفكار

أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك مبتدئاً بورقة A4 .

- ١ اطو الورقة طولياً من المنتصف.
- ٢ قص النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.
- ٣ سم الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.

١-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً
٢-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحدف باستعمال الجمع أو الطرح
٤-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحدف باستعمال الضرب
٥-٥ تطبيقات على النظام للكون من معادلتين خطيتين





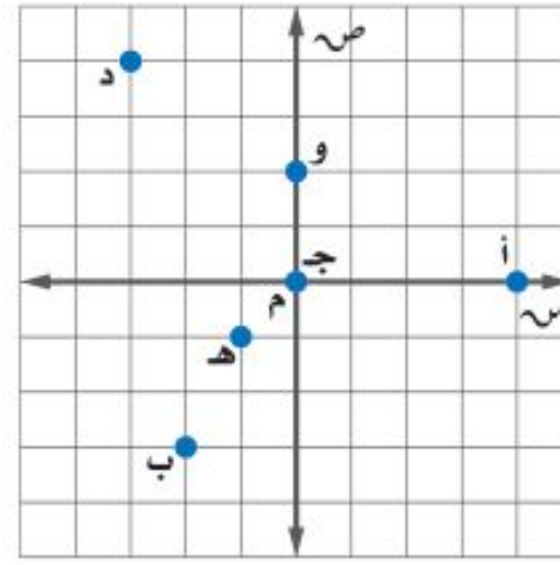
التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي: (مهارة سابقة)



أ (١)

$$أ = (٠, ٤)$$

د (٢)

$$د = (-٤, ٣)$$

ب (٣)

$$ب = (٣, -٢)$$

ج (٤)

$$ج = (٠, ٠)$$

هـ (٥)

$$هـ = (١, -١)$$

و (٦)

$$و = (٢, ٠)$$



التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

حل كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$٨) ٣س = ٩ -$$

$$س = \frac{٩-}{٣}$$

$$س = ٣ -$$

$$٧) ٢س + ٤ = ١٢ -$$

$$٢س + ٤ - ٤ = ١٢ - ٤ -$$

$$٢س = ٨ -$$

$$س = ٤ -$$

$$١٠) ٢ = م + س + ب ، م ، ب ثابتان.$$

$$م + س = ٢ - ب$$

$$س = \frac{٢ - ب}{م}$$

$$٩) م + ٢ = ٦ -$$

$$م + ٢ - ٢ = ٦ - ٢ -$$

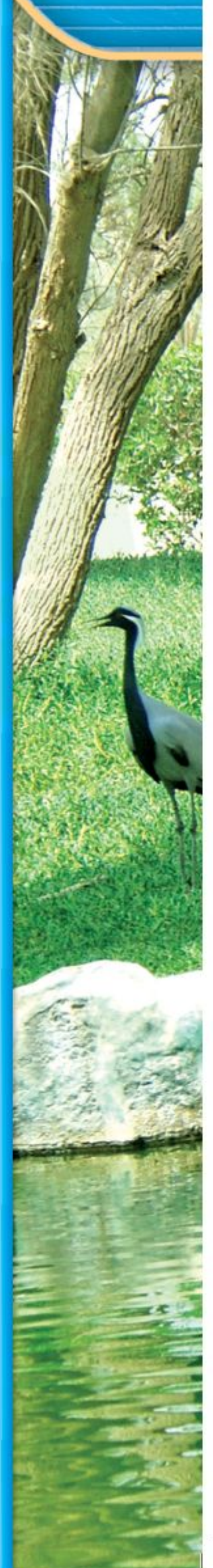
$$م = ٤ -$$

$$١١) ب = ٢ل + (-٤) ، ب ثابت.$$

$$ب = ٢ل - ٤$$

$$٢ل = ب + ٤$$

$$ل = \frac{ب + ٤}{٢}$$





التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

$$(١٢) \quad ٢٠ - ١٠ص = ٤٠.$$

$$٢٠ - ١٠ص + ٤٠ = ١٠ص + ٤٠ - ٢٠$$

$$٢٠ + ٤٠ = ١٠ص$$

$$٢٠ + ٤٠ - ٤٠ = ١٠ص - ٤٠$$

$$٢٠ = ١٠ص - ٤٠$$

$$ص = \frac{٢٠ + ٤٠}{١٠}$$

$$ص = ٦$$

(١٣) **هندسة:** إذا كانت $م = \frac{١}{٢} ق \times ع$ ، تمثل صيغة مساحة

المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه.

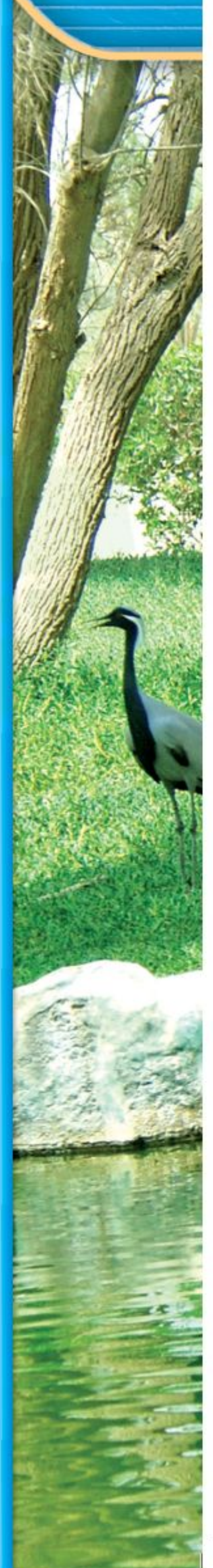
فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم،

وارتفاعه ٥ سم.

$$م = \frac{١}{٢} ق \times ع$$

$$م = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٥$$

$$م = ٢٥ \text{ سم}^٢$$





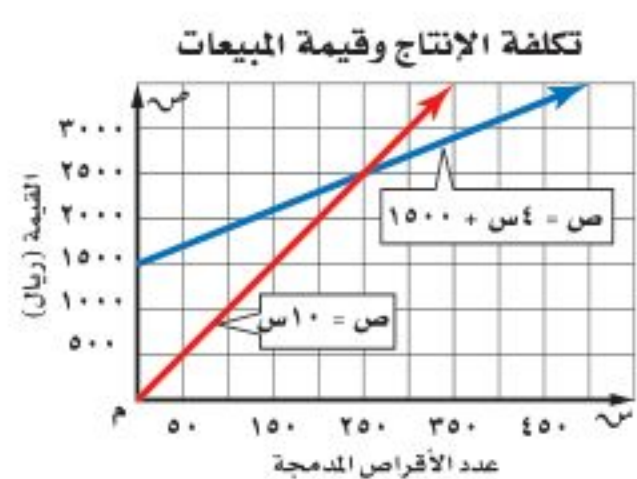
حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

١-٥

لماذا؟

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالات ويباع بـ ١٠ ريالات، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحاً.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحاً، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ؛ حيث $ص$ تمثل تكلفة الإنتاج، $س$ عدد الأقراص المدمجة المنتجة.



يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة $ص = ١٠س$ ، حيث تمثل $ص$ القيمة الكلية للمبيعات، $س$ عدد الأقراص المدمجة المباعة.

يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانياً من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصاً مدمجاً؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصاً مدمجاً.

عدد الحلول الممكنة: تشكل المعادلتان $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ، $ص = ١٠س$ نظاماً من معادلتين، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حللاً لكلتا المعادلتين حللاً للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظاماً متسقاً**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيماً واحداً.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظاماً مستقلاً**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظاماً غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظاماً غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيماً متوازية.

فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

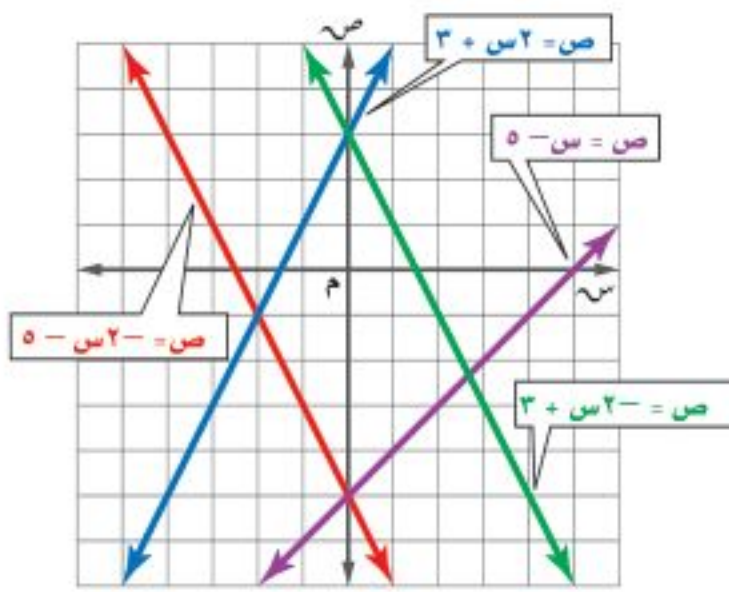
- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحل نظاماً مكوناً من معادلتين خطيتين بيانياً.

المضردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

مطويتك	أضف إلى	مفهوم أساسي	الحلول الممكنة
لا يوجد حل	عدد لا نهائي	واحد فقط	عدد الحلول
غير متسق	متسق وغير مستقل	متسق ومستقل	المصطلح
			التمثيل البياني

عدد الحلول



استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان النظام الآتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل.

$$(أ) \quad \begin{cases} 3 + 2س = ص \\ ص = 5 - س \end{cases}$$

$$ص = 5 - س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(ب) \quad \begin{cases} 3 + 2س = ص \\ ص = 5 - س \end{cases}$$

$$ص = 3 + 2س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة $ص = م س + ب$ ، فإن قيم $م$ ، $ب$ تحدد عدد الحلول.

عدد الحلول	المقارنة بين قيم $م$ ، $ب$
١	قيمتان مختلفتان
لا يوجد	قيمتان متساويتان، وقيمتان مختلفتان.
لانهاية	قيمتان متساويتان، وقيمتان متساويتان.

تحقق من فهمك

$$(أ) \quad \begin{cases} 3 + 2س = ص \\ ص = 5 - س \end{cases}$$

$$ص = 3 + 2س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(ب) \quad \begin{cases} 5 - س = ص \\ ص = 5 - س \end{cases}$$

$$ص = 5 - س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(12) \text{ س} - \text{ص} = 2$$

$$9 = 2\text{س} + 3\text{ص}$$

$$\text{س} - \text{ص} = 2$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 2$$

إذن النقطة (0, 2)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 2$$

إذن النقطة (2, 0)

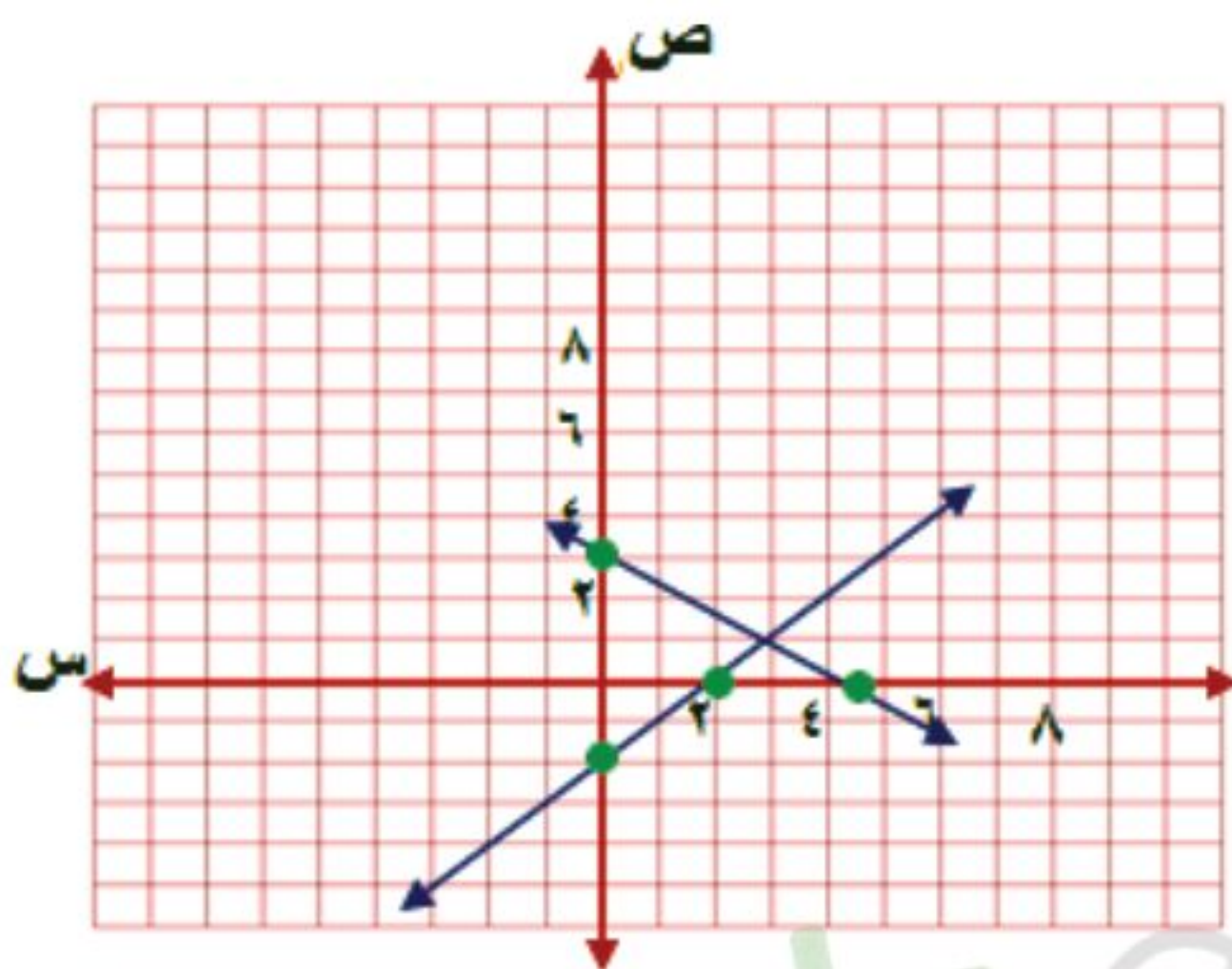
$$9 = 2\text{س} + 3\text{ص}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 3$$

إذن النقطة (3, 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 4, 5$$

إذن النقطة (0, 4, 5)



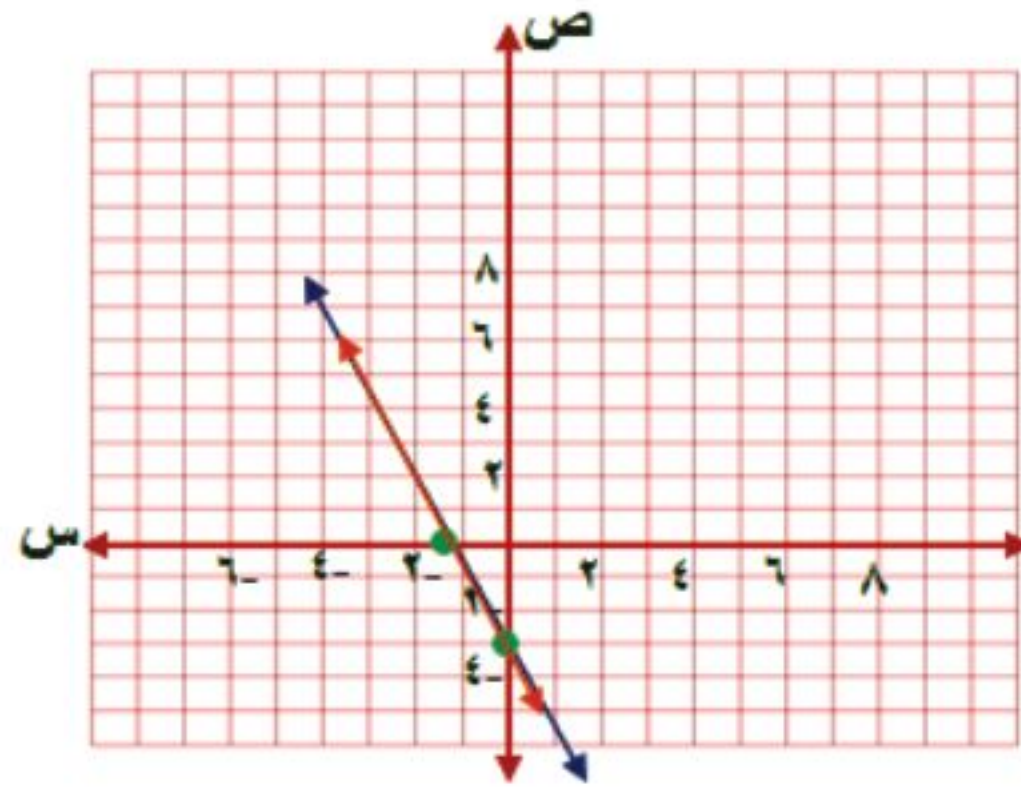
بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (1, 3) فهناك **حل واحد للنظام** ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.



مثل كل نظام مما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$٢ب) ص - ٢س = ٣$$

$$٦س + ٣ص = ٩$$



$$ص - ٢س = ٣$$

$$٦س + ٣ص = ٩$$

قسمة كل من الطرفين على ٣

$$٢س + ص = ٣$$

$$ص - ٢س = ٣$$

$$ص = ٣$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

إذن النقطة (٠, ٣)

$$١,٥ = س$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

إذن النقطة (١,٥, ٠)

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهائي من الحلول.

(٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالاً، ويوفر ١٠ ريالاً في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالاً في الأسبوع، فبعد كم أسبوعاً يصبح معهما المبلغ نفسه؟

معادلة ما يوفره محمود: $ص = ١٠س + ١٤$

معادلة ما يوفره رائد: $ص = ٧س + ٢٦$

مثل المعادلتين بيانياً:

$$ص = ١٠س + ١٤$$

$$ص = ١٤$$

$$٠ = ١٠س$$

إذن النقطة (١٤ ، ٠)

$$١٤ = ١٠س$$

$$٠ = ٧س$$

إذن النقطة (٠ ، ١٤)

$$ص = ٧س + ٢٦$$

$$ص = ٢٦$$

$$٠ = ٧س$$

إذن النقطة (٢٦ ، ٠)

$$٢٦ = ٧س$$

$$٠ = ٣س$$

إذن النقطة (٠ ، ٣٧)

ضرب المعادلة في ٧

$$ص = ١٠س + ١٤$$

ضرب المعادلة في ١٠

$$ص = ٧س + ٢٦$$

$$٧ص = ٧٠س + ٩٨ \leftarrow ١$$

$$١٠ص = ٧٠س + ٢٦٠ \leftarrow ٢$$

ب طرح المعادلتين ١ و ٢ ينتج أن

$$-٣ص = -١٦٢$$

$$ص = \frac{١٦٢}{٣}$$

$$ص = ٥٤$$

بالتعويض في أي من المعادلتين عن ص = ٥٤

$$١٤ + ١٠س = ٥٤$$

$$١٠س = ٥٤ - ١٤$$

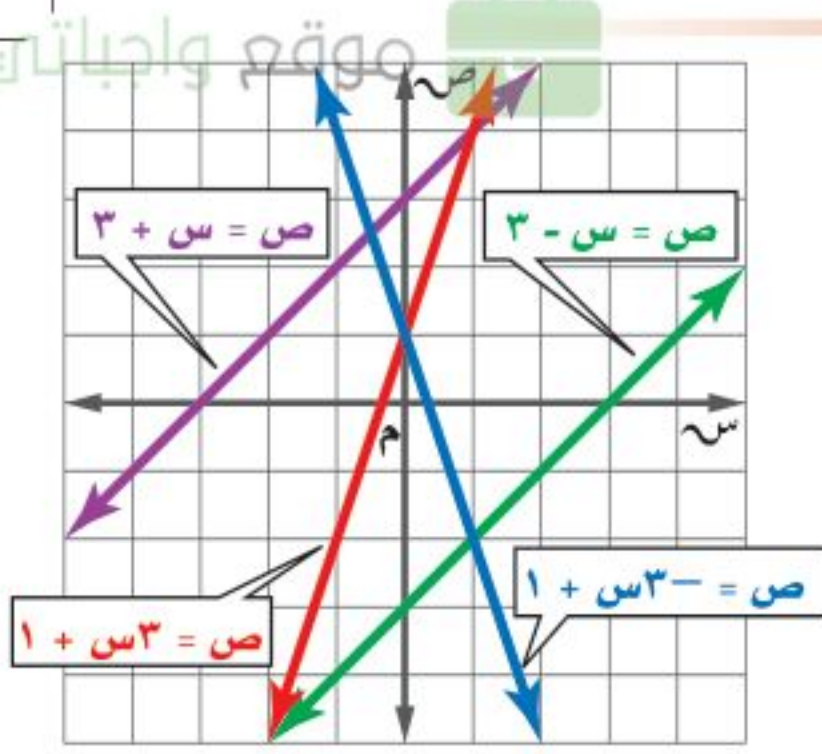
$$١٠س = ٤٠$$

$$س = ٤$$

إذن نقطة التقاطع هي (٤، ٥٤)

بما أن نقطة التقاطع عند النقطة (٤، ٥٤)

إذن عدد الأسابيع = ٤ أسابيع.



مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:

$$(١) \quad \begin{cases} ١ + ٣س = ص \\ ٣ - س = ص \end{cases}$$

$$ص = ١ + ٣س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام **متسقاً ومستقلاً**.

$$(٢) \quad \begin{cases} ١ + ٣س = ص \\ ٣ - س = ص \end{cases}$$

$$ص = ٣ - س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام **متسقاً ومستقلاً**.

$$(٣) \quad \begin{cases} ٣ - س = ص \\ ٣ + س = ص \end{cases}$$

$$ص = ٣ + س$$

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام **غير متسق**.

$$(٤) \quad \begin{cases} ٣ + س = ص \\ ٣ - س = ص \end{cases}$$

$$ص = ٣ - س$$

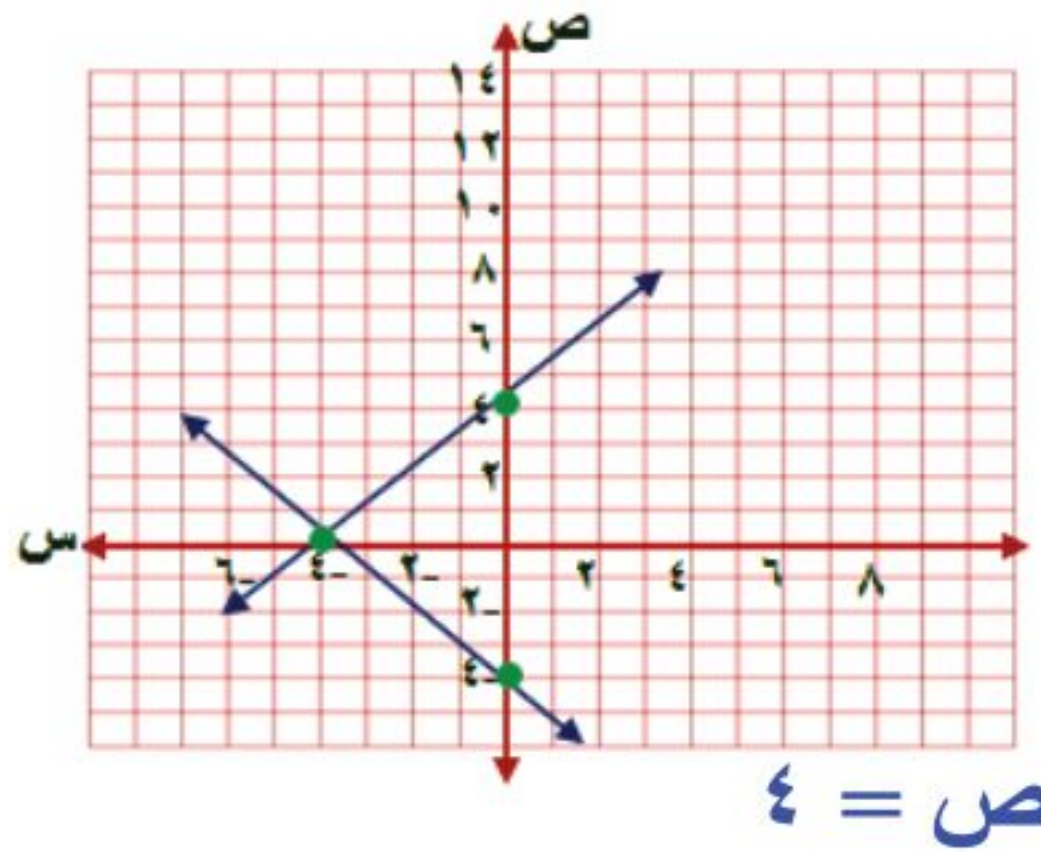
بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهايي من الحلول والنظام **متسق وغير مستقل**.

مثال ٢

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٥) \quad \begin{cases} \text{ص} = \text{س} + ٤ \\ \text{ص} - \text{س} = ٤ \end{cases}$$

$$\text{ص} - \text{س} = ٤$$



$$\text{ص} = \text{س} + ٤$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠$$

إذن النقطة $(٤, ٠)$

$$\text{س} = ٤ - \text{ص}$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠$$

إذن النقطة $(٠, ٤-)$

$$\text{ص} - \text{س} = ٤$$

$$\text{ص} = ٤ - \text{س}$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠$$

إذن النقطة $(٤-, ٠)$

$$\text{س} = ٤ - \text{ص}, ١$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠$$

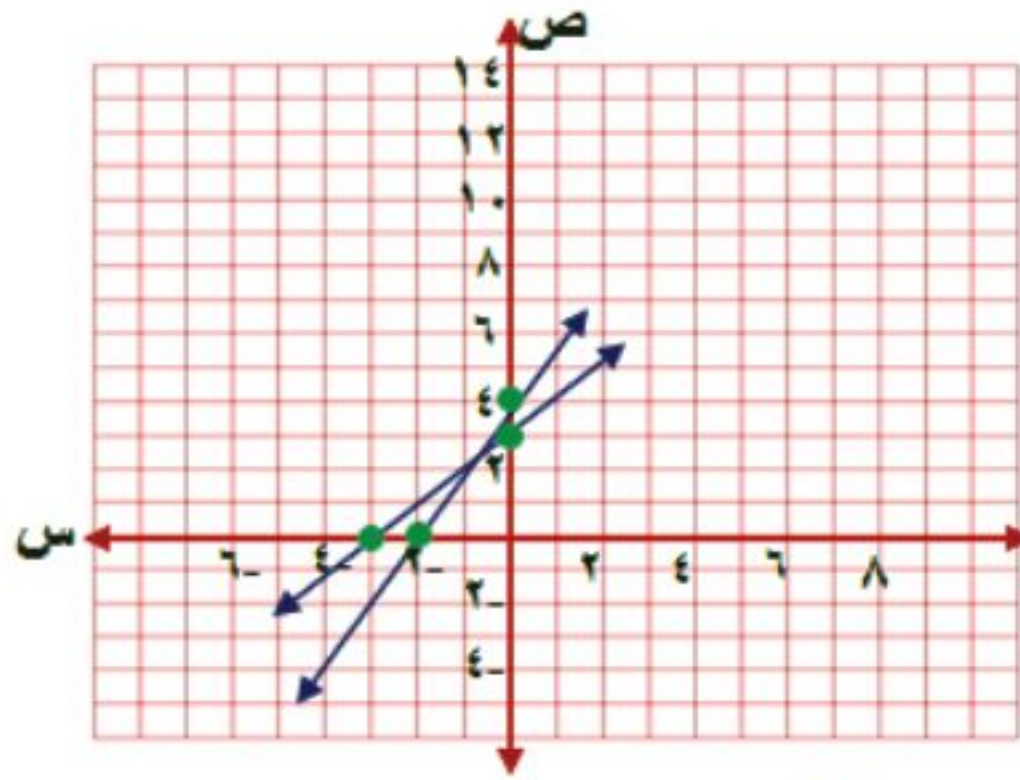
إذن النقطة $(٠, ٤-)$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي

$(٠, ٤-)$ فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(6) \text{ ص} = \text{س} + 3$$

$$\text{ص} = 2\text{س} + 4$$



$$\text{ص} = \text{س} + 3$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (3, 0)

$$\text{ص} = 2$$

$$\text{س} = -3$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, -3)

$$\text{ص} = 2\text{س} + 4$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (4, 0)

$$\text{ص} = 4$$

$$\text{س} = -2$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, -2)

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي $(-1, 2)$ فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال ٣

(٧) **قراءة:** يقرأ كلُّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

(أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرأها كلُّ منهما.

$$\text{معادلة ما يقرأ صالح ص} = 20\text{س} + 35$$

$$\text{معادلة ما يقرأ عبد الله ص} = 10\text{س} + 85$$

(ب) مثل كل معادلة بيانياً.

$$\text{ص} = 20\text{س} + 35$$

$$\text{ص} = 35$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (35, 0)

$$\text{س} = 1,75 -$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 1,75-)

$$\text{ص} = 10\text{س} + 85$$

$$\text{ص} = 85$$

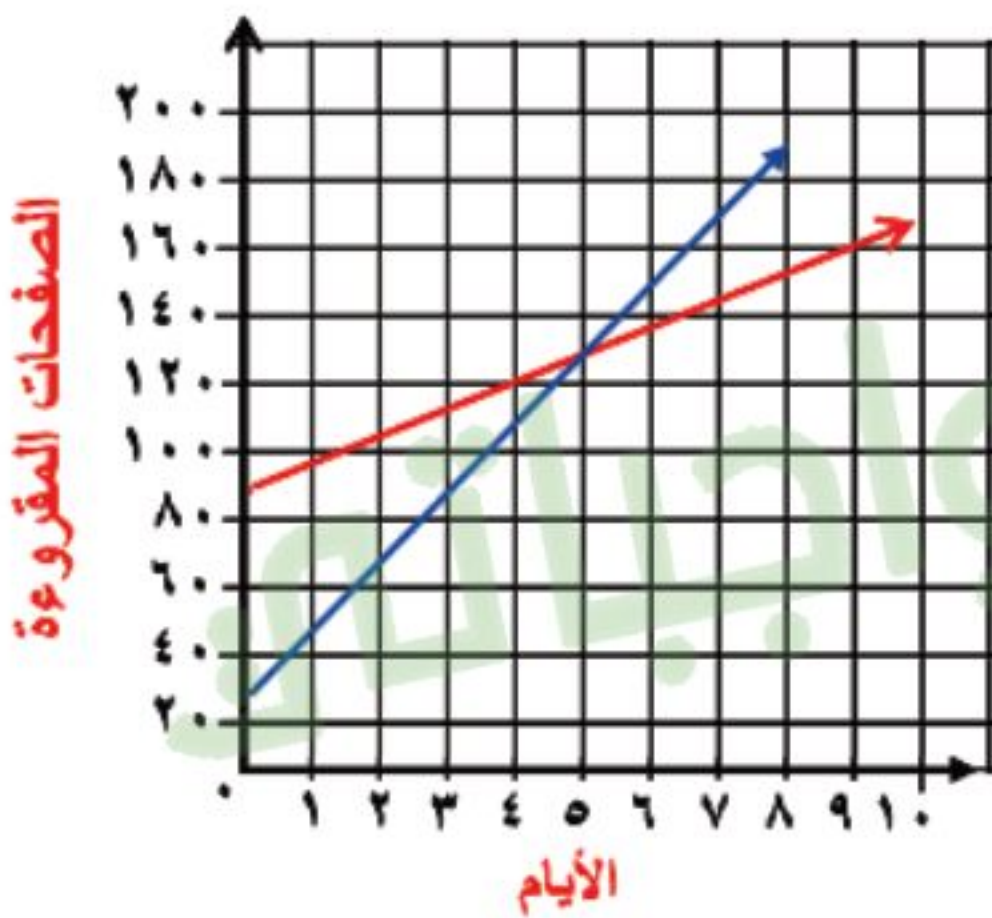
$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (85, 0)

$$\text{س} = 8,5 -$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 8,5-)



ج) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

بعد ٦ أيام يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله.

لأن عند ٥ أيام يكون عدد الصفحات متساوية لأن المستقيمين الممثلين النظامين يتقاطعان عند النقطة (٥، ١٣٥) وبعدها يزداد عدد صفحات صالح عن عبد الله.

للتحقق: احسب عدد الصفحات لكل منها في اليوم السادس.

$$\text{صالح: ص} = ٢٠\text{س} + ٣٥$$

$$= ٢٠ \times ٦ + ٣٥ = ١٥٥$$

$$\text{عبد الله: ص} = ١٠\text{س} + ٨٥$$

$$= ١٠ \times ٦ + ٨٥ = ١٤٥$$

أي ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله في اليوم السادس.

مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:

$$(٨) \quad \begin{cases} ٤ + ٣س = ص \\ ٤ - ٣س = ص \end{cases}$$

$$\begin{cases} ٤ + ٣س = ص \\ ٤ - ٣س = ص \end{cases}$$

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٩) \quad \begin{cases} ٤ - ٣س = ص \\ ٤ - ٣س = ص \end{cases}$$

$$\begin{cases} ٤ - ٣س = ص \\ ٤ - ٣س = ص \end{cases}$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(١٠) \quad \begin{cases} ٤ - ٣س = ص \\ ٤ + ٣س = ص \end{cases}$$

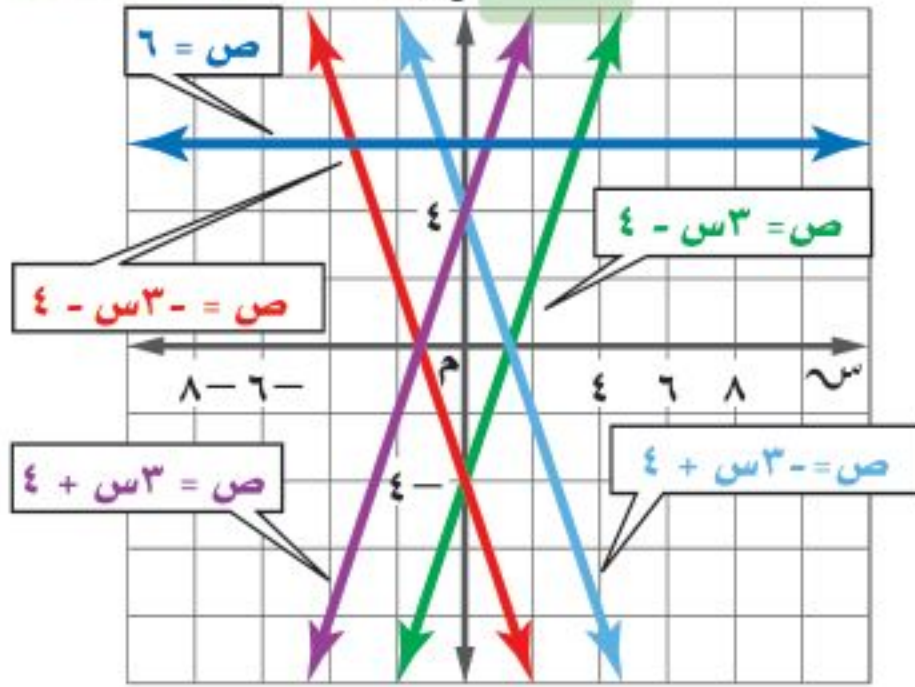
$$\begin{cases} ٤ - ٣س = ص \\ ٤ + ٣س = ص \end{cases}$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(١١) \quad \begin{cases} ٤ = ٣س - ص \\ ٤ = ٣س + ص \end{cases}$$

$$\begin{cases} ٤ = ٣س - ص \\ ٤ = ٣س + ص \end{cases}$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

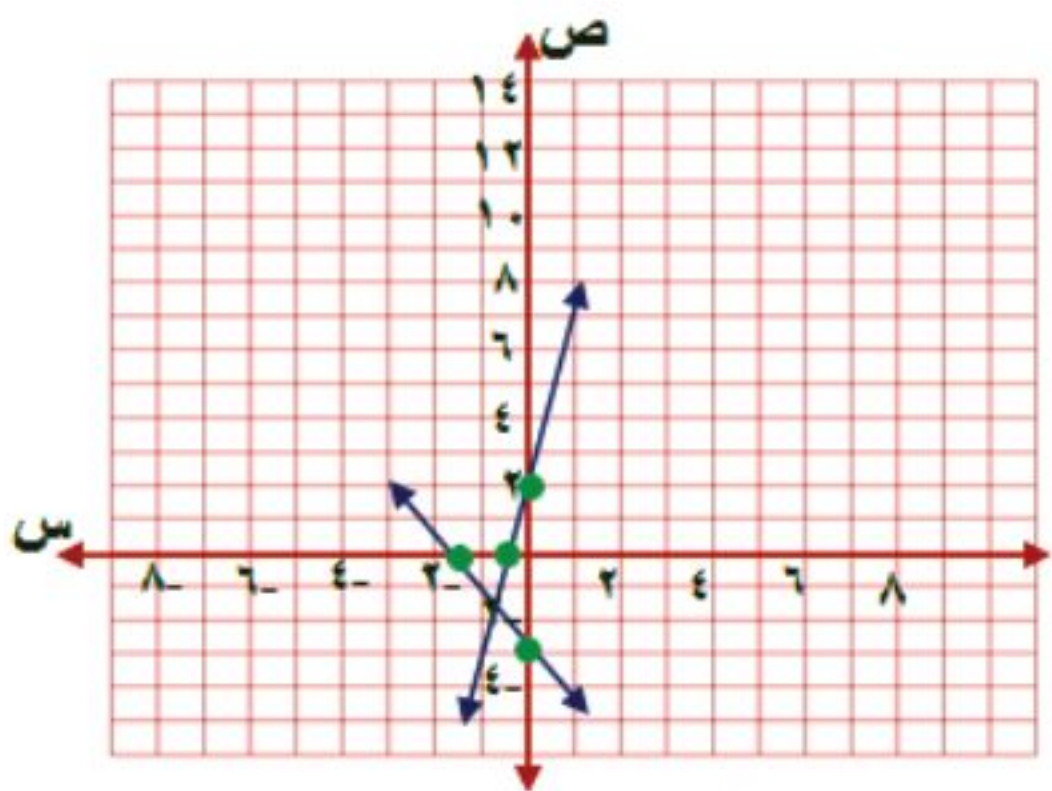


مثال ٢

مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٢) \text{ ص} = ٤\text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = ٢ - ٣\text{س}$$



$$\text{ص} = ٤\text{س} + ٢$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٢, ٠)$$

$$\text{ص} = ٢$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{س} = ٠, ٥ -$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠, ٥ -)$$

$$\text{ص} = ٢ - ٣\text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{ص} = ٢ -$$

$$\text{إذن النقطة } (٣ - , ٠)$$

$$(13) \text{ ص} = \text{س} - 6$$

$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

$$\text{ص} = \text{س} - 6$$

$$\text{عند س} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -6)$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (6, 0)$$

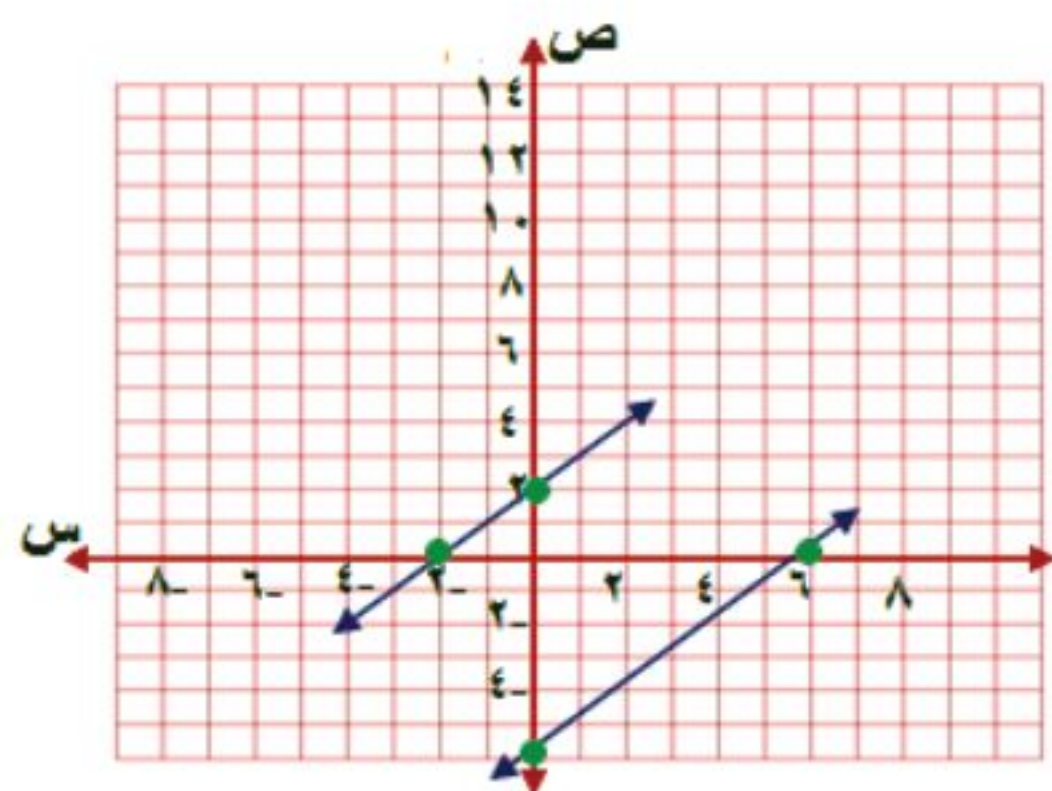
$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

$$\text{عند س} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (2, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -2)$$



$$\text{ص} = 6$$

$$\text{س} = 2$$

$$\text{ص} = 2$$

$$\text{س} = -2$$

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان، إذن **لا يوجد حل** للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(14) \text{ س} + \text{ص} = 4$$

$$12 = 3\text{ص} + 3\text{س}$$

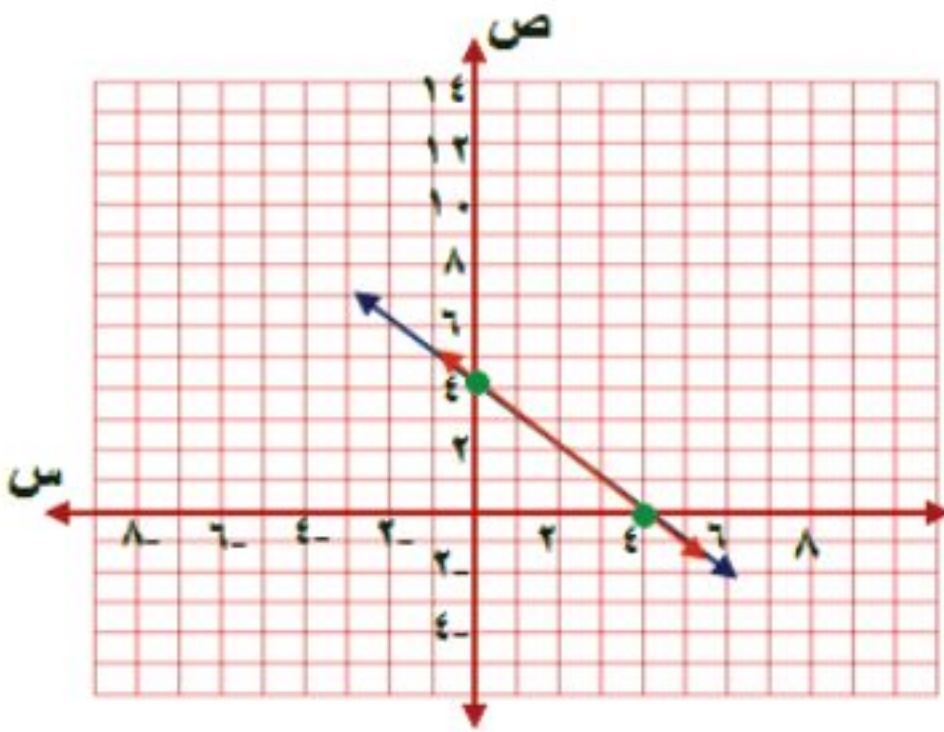
$$\text{س} + \text{ص} = 4$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 4$$

إذن النقطة (4, 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 4$$

إذن النقطة (0, 4)



$$12 = 3\text{ص} + 3\text{س} \quad \text{بالقسمة على 3}$$

$$\text{س} + \text{ص} = 4$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 4$$

إذن النقطة (4, 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 4$$

إذن النقطة (0, 4)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(١٥) \text{ س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)

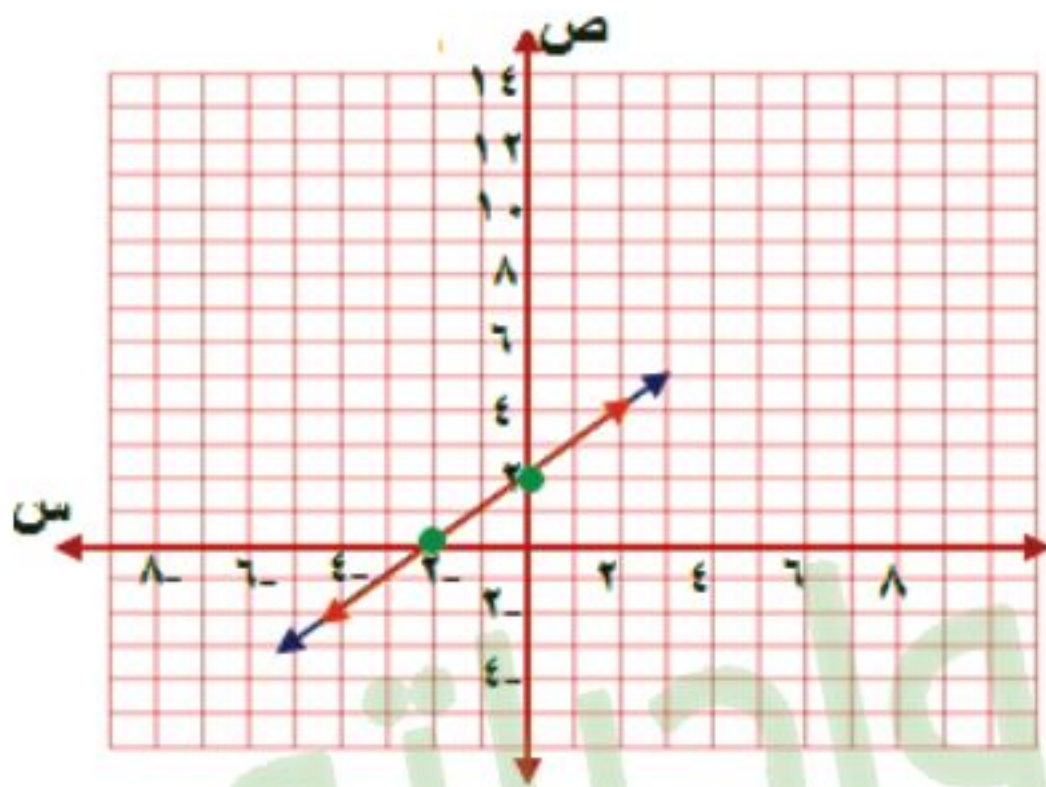
$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(١٦) \text{ س} + ٢\text{ص} = ٣$$

$$\text{س} = ٥$$

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ٣$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{ص} = ١,٥$$

إذن النقطة (٠, ١,٥)

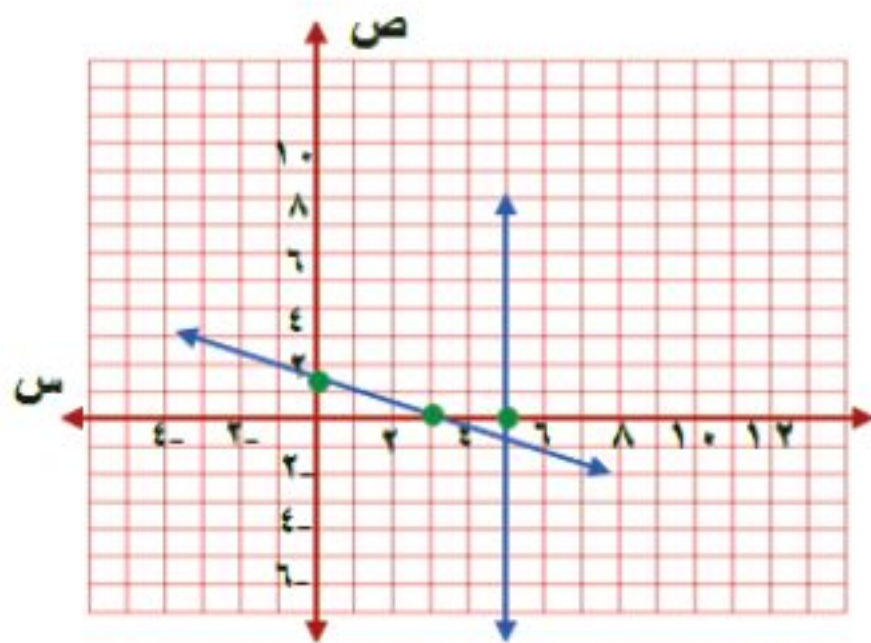
$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{س} = ٣$$

إذن النقطة (٣, ٠)

بما أن $\text{س} = ٥$ ارسم مستقيم يوازي محور ص

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٥, -١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.



$$(17) \quad 2s + v = -4$$

$$v = 2s + 3$$

$$2s + v = -4$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = -4$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -4)$$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = -2$$

$$\text{إذن النقطة } (-2, 0)$$

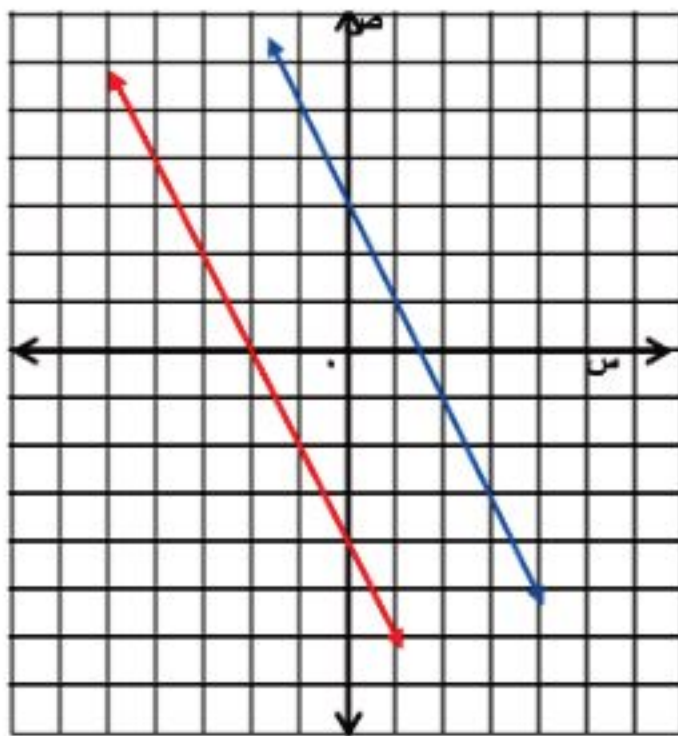
$$v = 2s + 3$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 3)$$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = -1.5$$

$$\text{إذن النقطة } (-1.5, 0)$$



بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

(١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

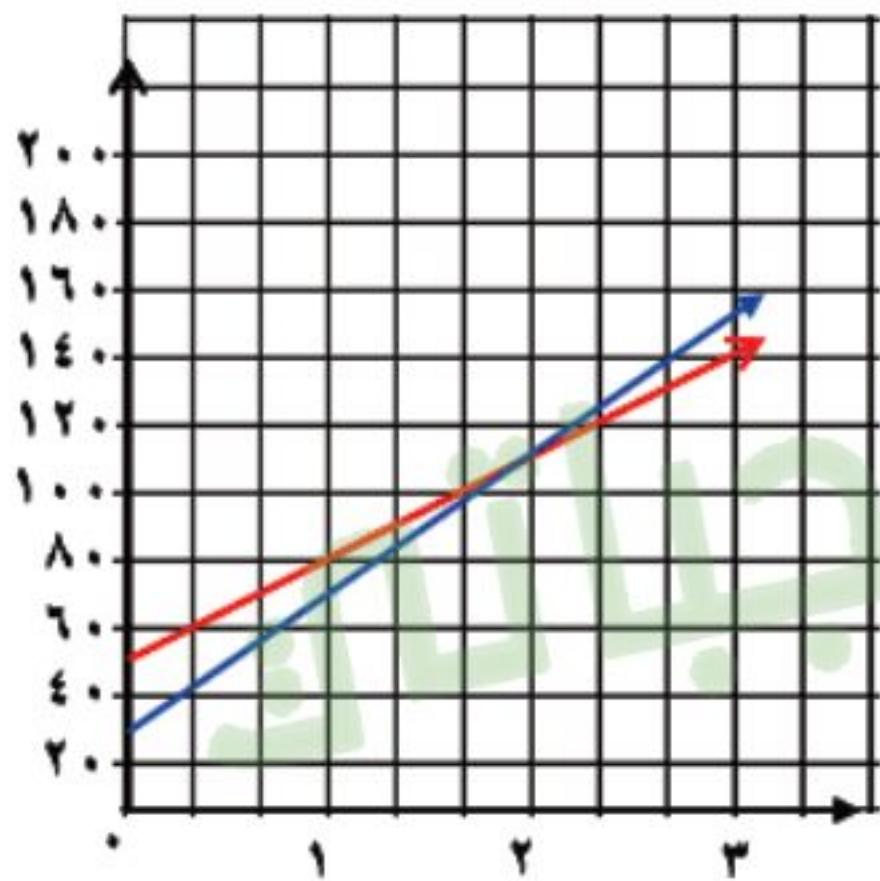
(أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

$$\text{عدد طوابع خالد} \quad \text{ص} = ٤٠\text{س} + ٣٠$$

$$\text{عدد طوابع سعود} \quad \text{ص} = ٣٠\text{س} + ٥٠$$

(ب) مثل كل معادلة بيانيًا.

$$\text{ص} = ٤٠\text{س} + ٣٠$$



$$\text{ص} = ٣٠$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٣٠، ٠)

$$\text{س} = -١,٧٥$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠، -١,٧٥)

$$\text{ص} = ٣٠\text{س} + ٥٠$$

$$\text{ص} = ٥٠$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٥٠، ٠)

$$\text{س} = -١,٧$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠، -١,٧)

ج) بعد كم أسبوع يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

$$\text{ص} = 40\text{س} + 30$$

$$\text{ص} = 30\text{س} + 50$$

$$20 = 10\text{س}$$

$$2 = \text{س}$$

إذن بعد أسبوعين يكون لهما نفس عدد الطوابع.

موقع واجباتك

مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(19) \text{ ص} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{عند س} = 0$$

$$\text{ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 0)

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{س} = 0$$

إذن النقطة (0, 0)

$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

$$\text{عند س} = 0$$

$$\text{ص} = 2$$

إذن النقطة (0, 2)

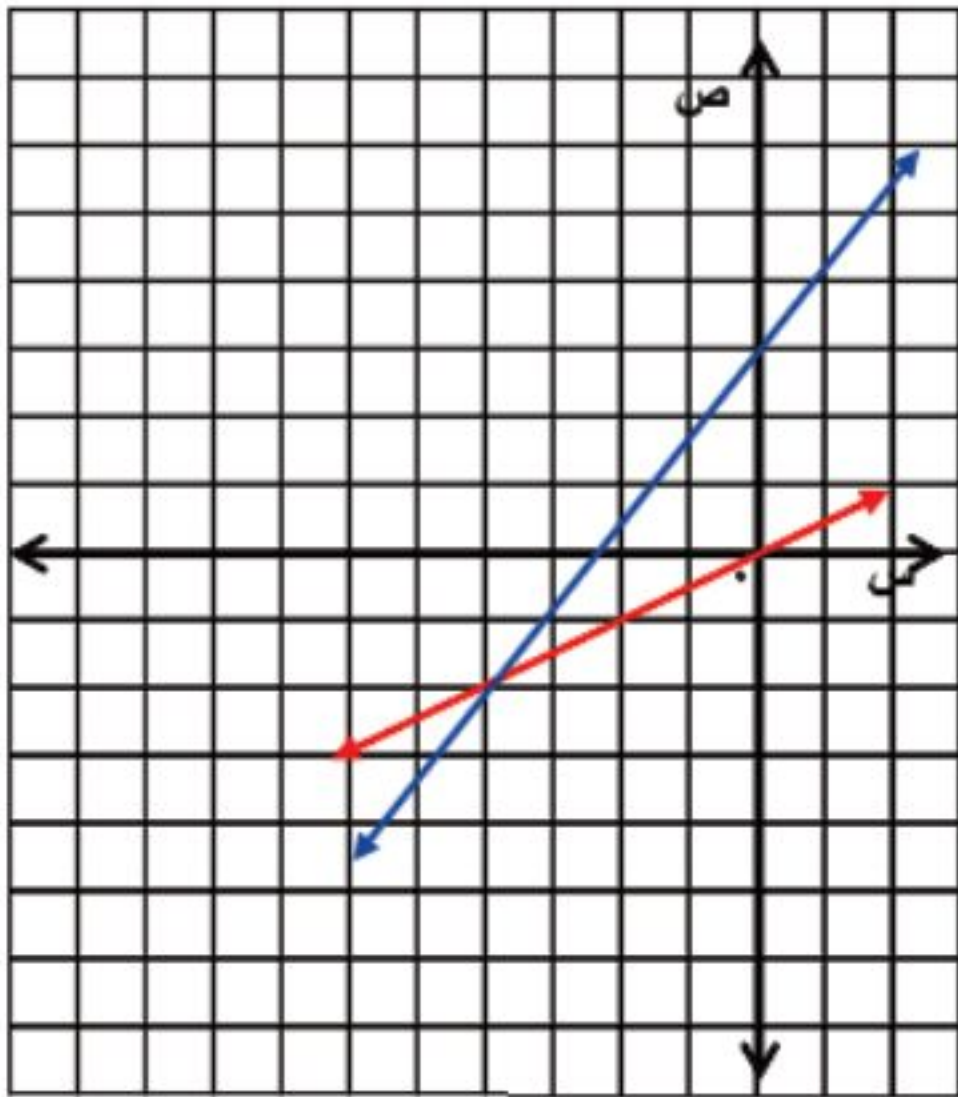
$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{س} = -2$$

إذن النقطة (0, -2)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (3, 1)

فهي الحل للمعادلتين.



$$٢٠) \text{ ص} = ٢\text{س} - ١٧$$

$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} - ١٧$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{ص} = ١٧ -$$

إذن النقطة $(١٧, ٠)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٨,٥ =$$

إذن النقطة $(٠, ٨,٥)$

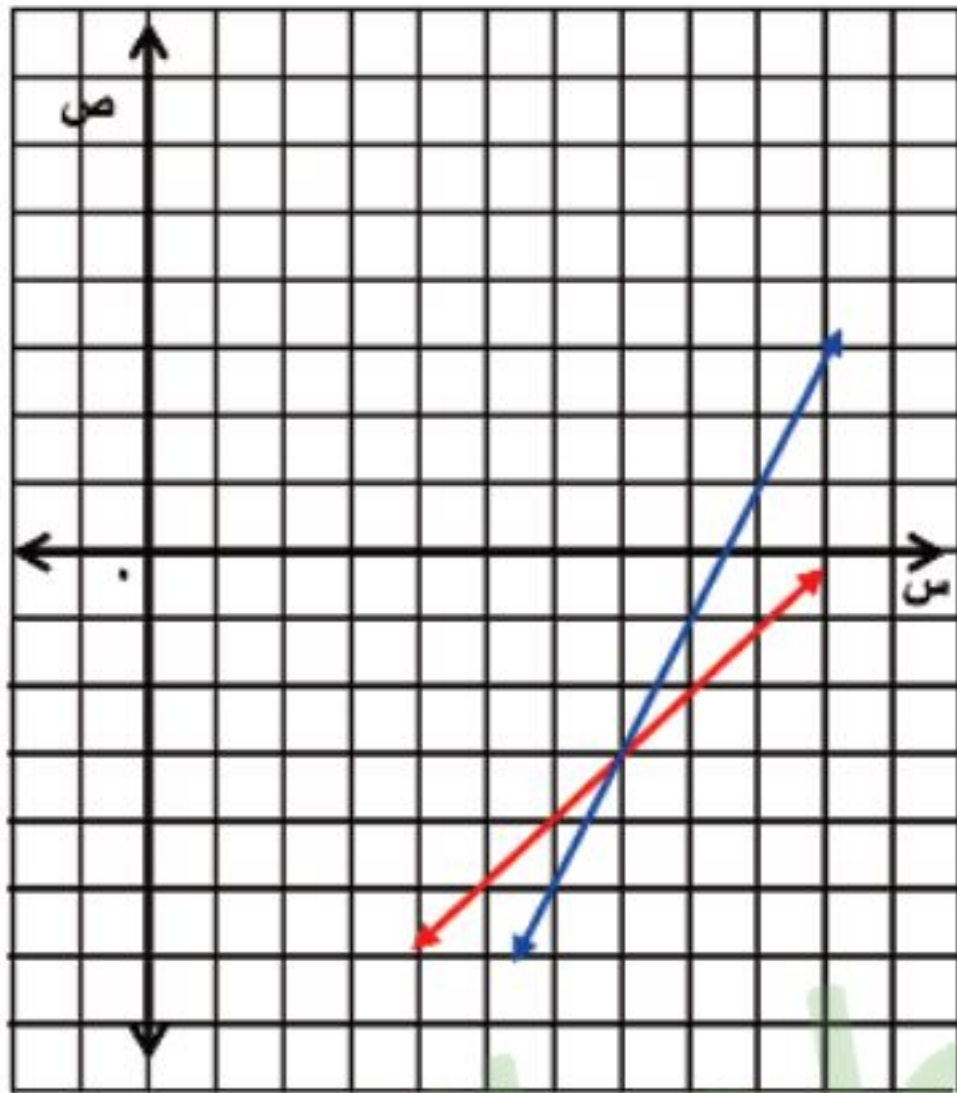
$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة $(١٠, ٠)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٠ =$$

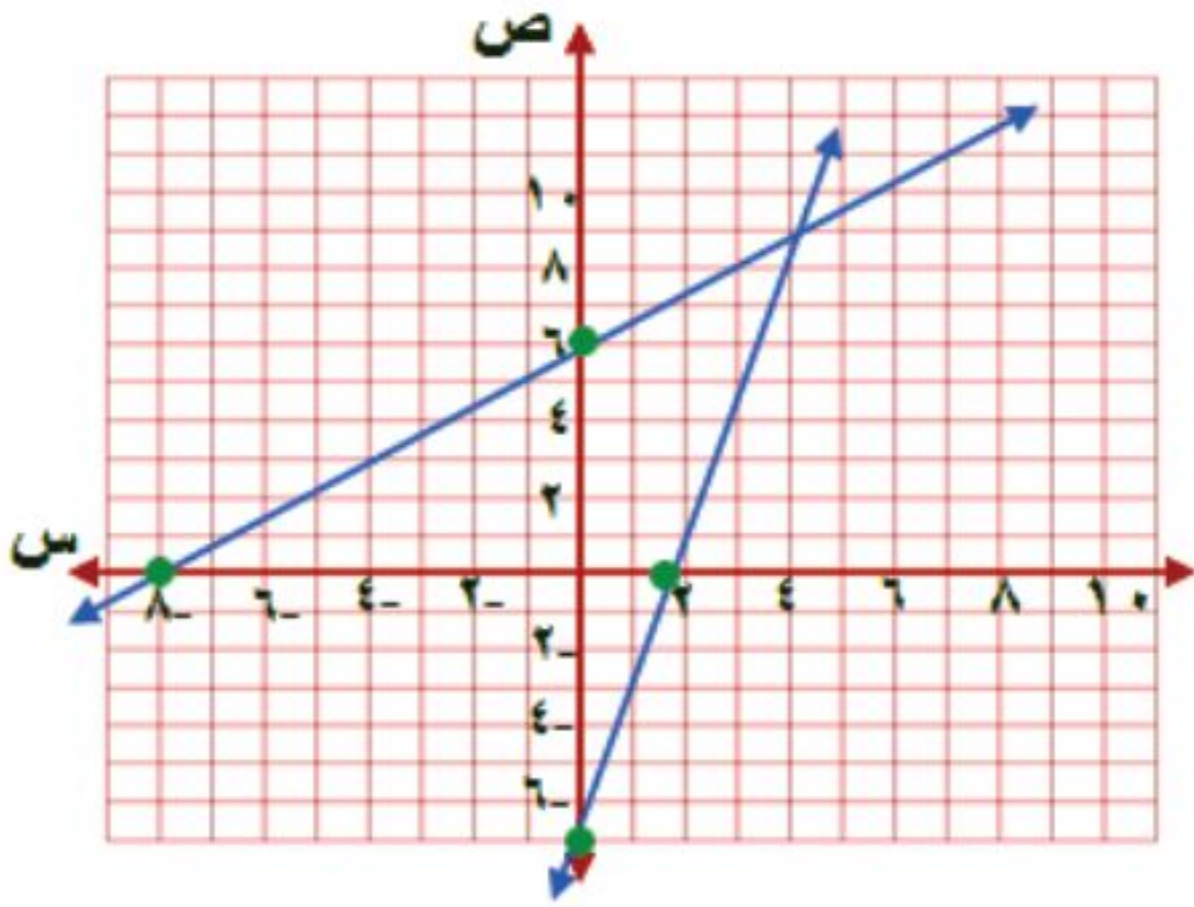
إذن النقطة $(٠, ١٠)$



بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٧, ٣)$ فهي الحل للمعادلتين.

$$(21) \quad 24 = 3s - 4v$$

$$4s - v = 7$$



$$24 = 3s - 4v$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 6$$

إذن النقطة $(6, 0)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 8$$

إذن النقطة $(8, 0)$

$$4s - v = 7$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 7$$

إذن النقطة $(7, 0)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 1.75$$

إذن النقطة $(1.75, 0)$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(9, 4)$

فهي الحل للمعادلتين.



$$(22) \quad 2s - 8v = 6$$

$$s - 4v = 3$$

$$2s - 8v = 6$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = -0,75$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -0,75)$$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$

$$s - 4v = 3$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = -0,75$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -0,75)$$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(23) \quad 4س - 6ص = 12$$

$$-2س + 3ص = 6$$

$$4س - 6ص = 12$$

$$\text{عند } س = 0 \quad ص = -2$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -2)$$

$$\text{عند } ص = 0 \quad س = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$

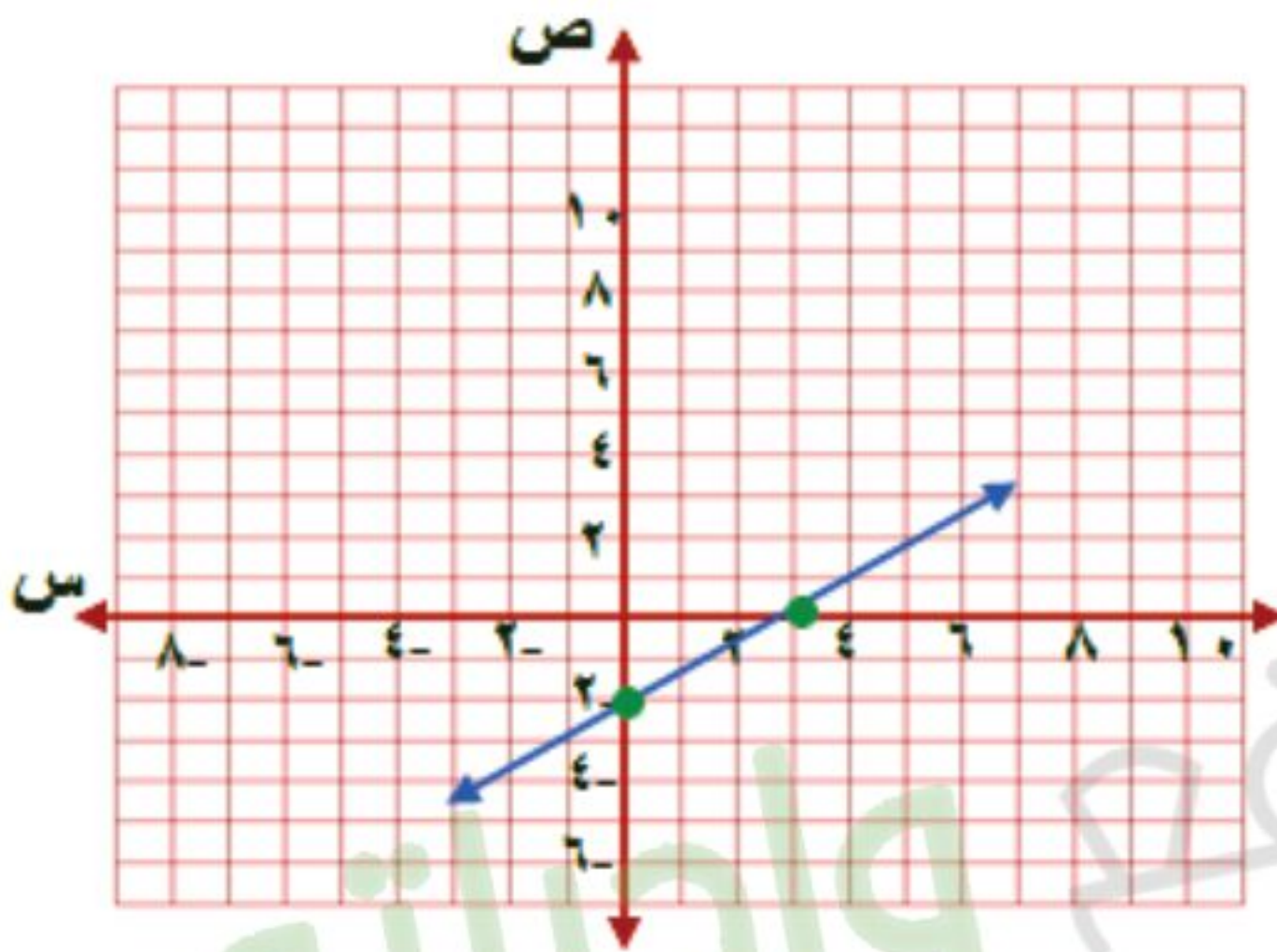
$$-2س + 3ص = 6$$

$$\text{عند } س = 0 \quad ص = 2$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 2)$$

$$\text{عند } ص = 0 \quad س = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.



$$(24) \quad 2s + 3v = 10$$

$$4s + 6v = 12$$

$$2s + 3v = 10$$

$$\text{عند } s = 0$$

$$3,33 = v$$

إذن النقطة $(3,33, 0)$

$$\text{عند } v = 0$$

$$5 = s$$

إذن النقطة $(0, 5)$

$$4s + 6v = 12$$

$$\text{عند } s = 0$$

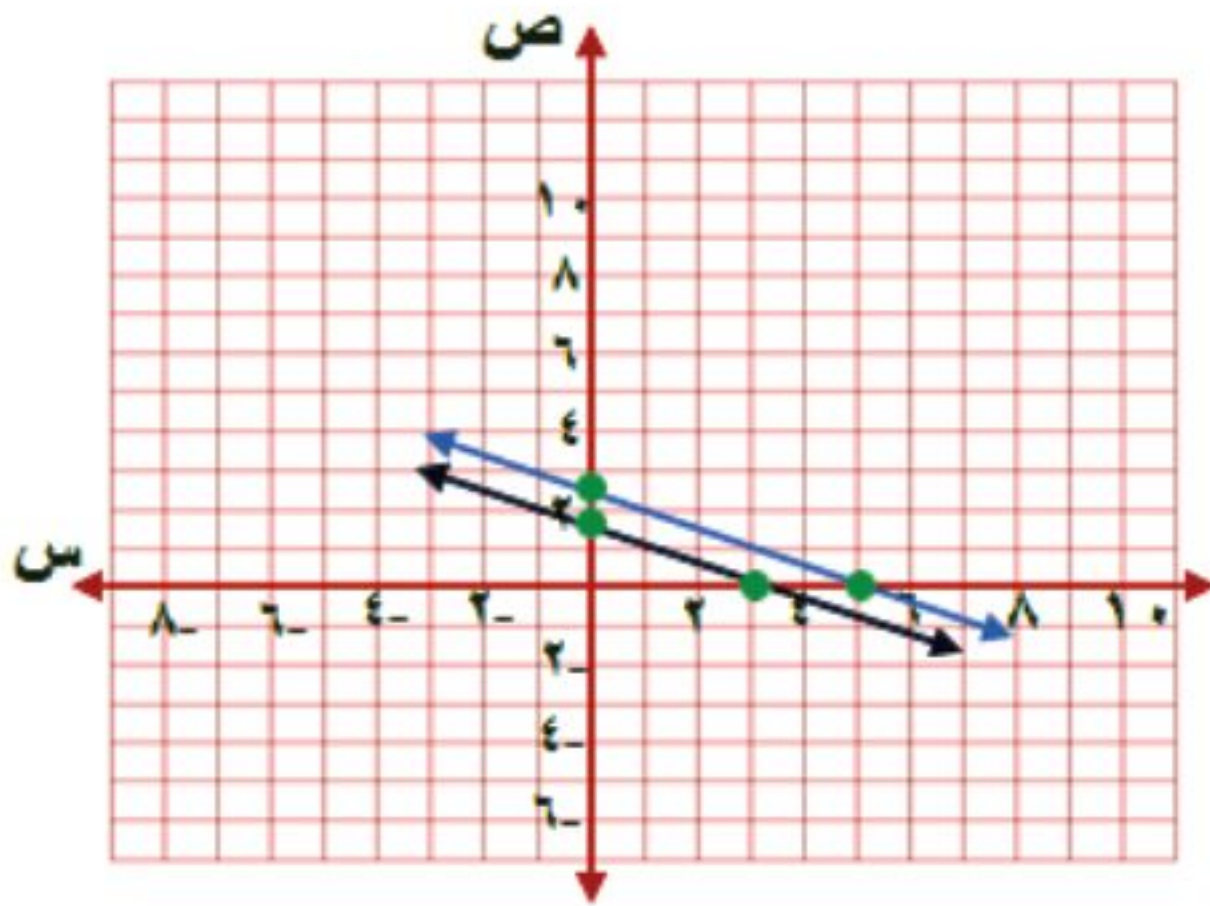
$$2 = v$$

إذن النقطة $(2, 0)$

$$\text{عند } v = 0$$

$$3 = s$$

إذن النقطة $(0, 3)$



بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٢٥) \quad ١٠ = ٢ص + ٣س$$

$$١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$١٠ = ٢ص + ٣س$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٥, ٠)$$

$$ص = ٥$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٣, ٣٣)$$

$$س = ٣, ٣٣$$

$$١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

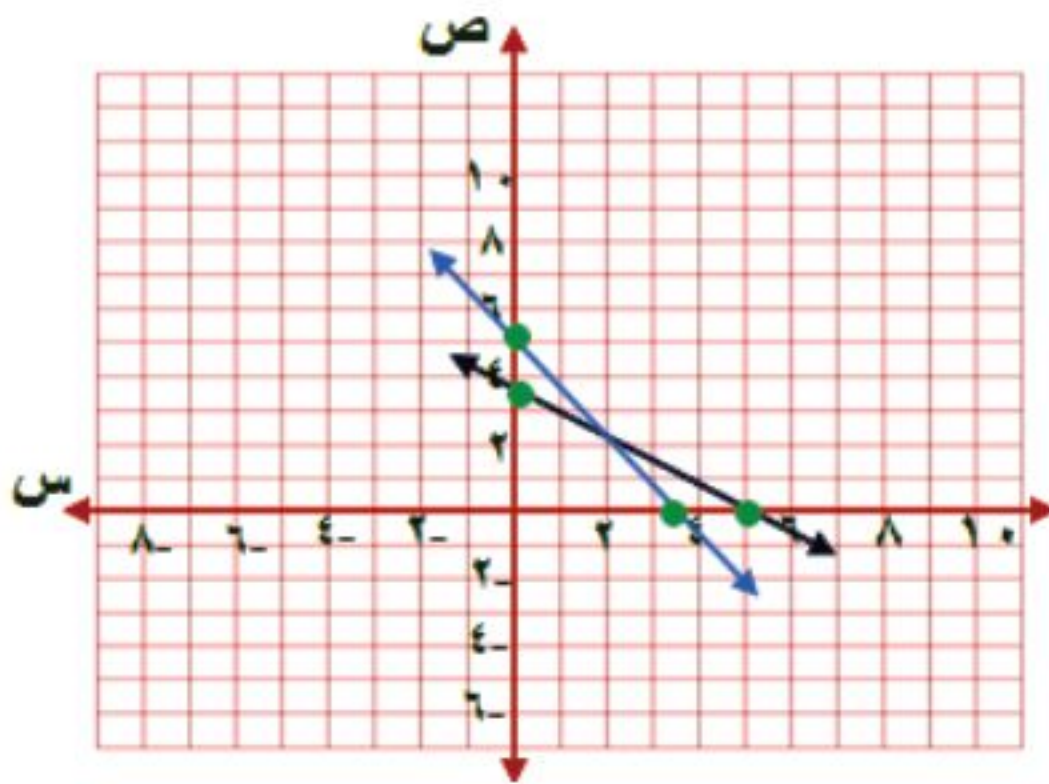
$$\text{إذن النقطة } (٣, ٣٣, ٠)$$

$$ص = ٣, ٣٣$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٥)$$

$$س = ٥$$



بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٢, ٢)

فهي الحل للمعادلتين.



$$(26) \quad \frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن النقطة } \left(\frac{1}{2}, 0 \right)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = \frac{3}{4}$$

$$\text{إذن النقطة } (0, \frac{3}{4})$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{2}{4}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 2$$

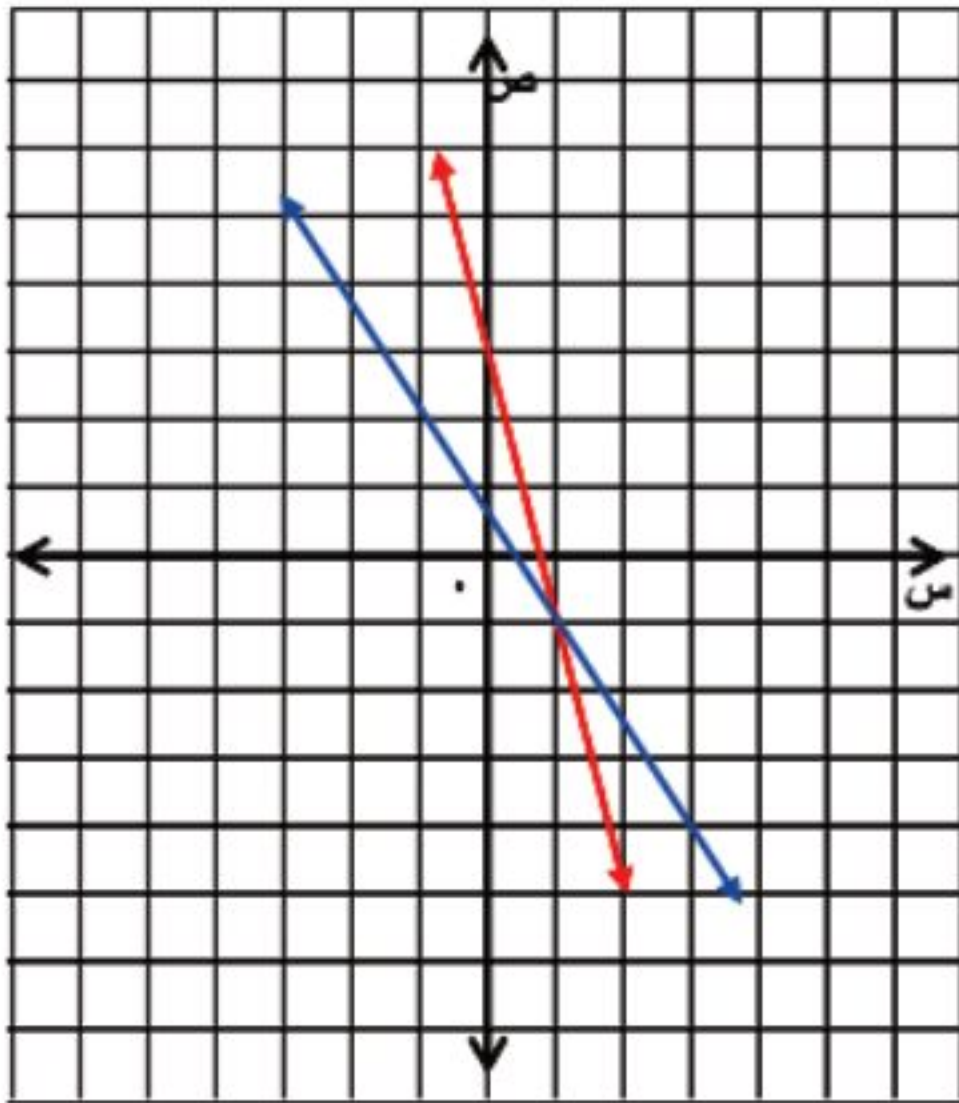
$$\text{إذن النقطة } (2, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = \frac{7}{5}$$

$$\text{إذن النقطة } (0, \frac{7}{5})$$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(1, -1)$

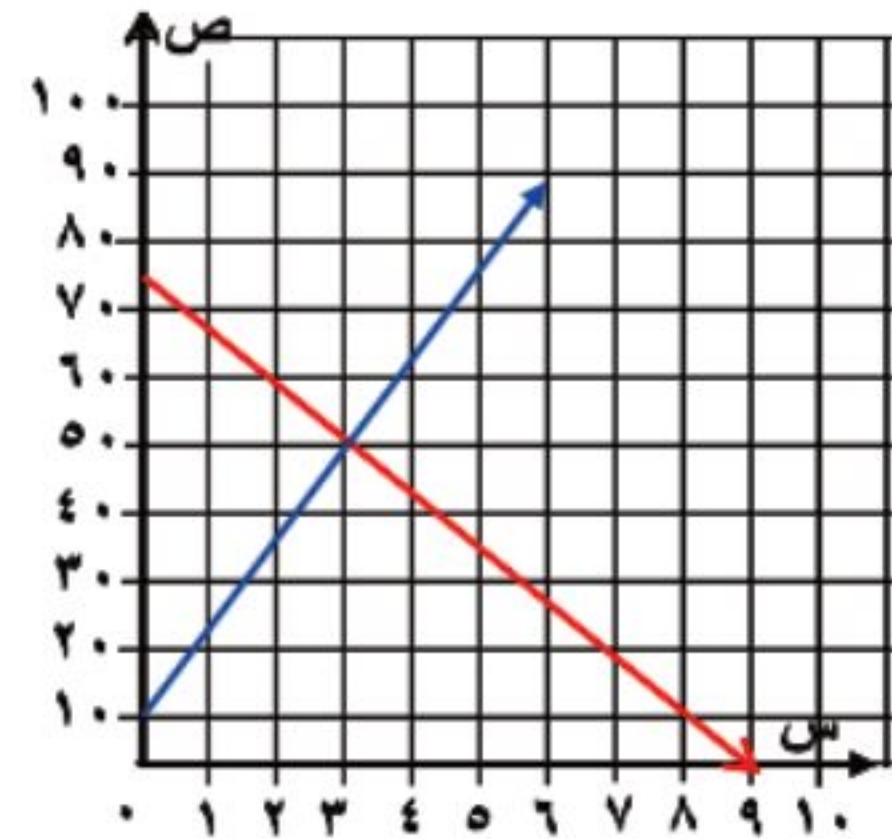
فهي الحل للمعادلتين.





(٢٧) **تصوير:** افترض أن v تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، s تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة $v = 12,5s + 10,9$ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المباعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة $v = -9,1s + 78,8$ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المباعة.

(أ) فمثل كل معادلة بيانياً.



$$v = 12,5s + 10,9$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 10,9$$

إذن النقطة $(0, 10,9)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = -8,72$$

إذن النقطة $(-8,72, 0)$

$$v = -9,1s + 78,8$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 78,8$$

إذن النقطة $(0, 78,8)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 8,7$$

إذن النقطة $(8,7, 0)$



(ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية؟

$$\text{عند } 4 = \text{س}$$

$$\text{ص} = 12,5 \times 4 + 10,9$$

$$\text{ص} = 60,9$$

$$\text{ص} = 78,8 + 4 \times 9,1 -$$

$$\text{ص} = 78,8 + 36,4 -$$

$$\text{ص} = 42,4$$

إذن بعد 4 سنوات تتجاوز مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية أي في عام 1424.

(ج) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

في عام 1429 هـ تتوقف مبيعات آلات التصوير العادية.

مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(28) \quad 2x + 1 = 10 - 2s$$

$$4x = 2 + 4s$$

$$2x + 1 = 10 - 2s$$

$$\text{عند } s = 0 \quad x = -5$$

$$\text{إذن النقطة } (0, -5)$$

$$\text{عند } x = 0 \quad s = 8, 3$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 8, 3)$$

$$4x = 2 + 4s$$

$$\text{عند } s = 0 \quad x = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 0)$$

$$\text{عند } x = 0 \quad s = 0$$

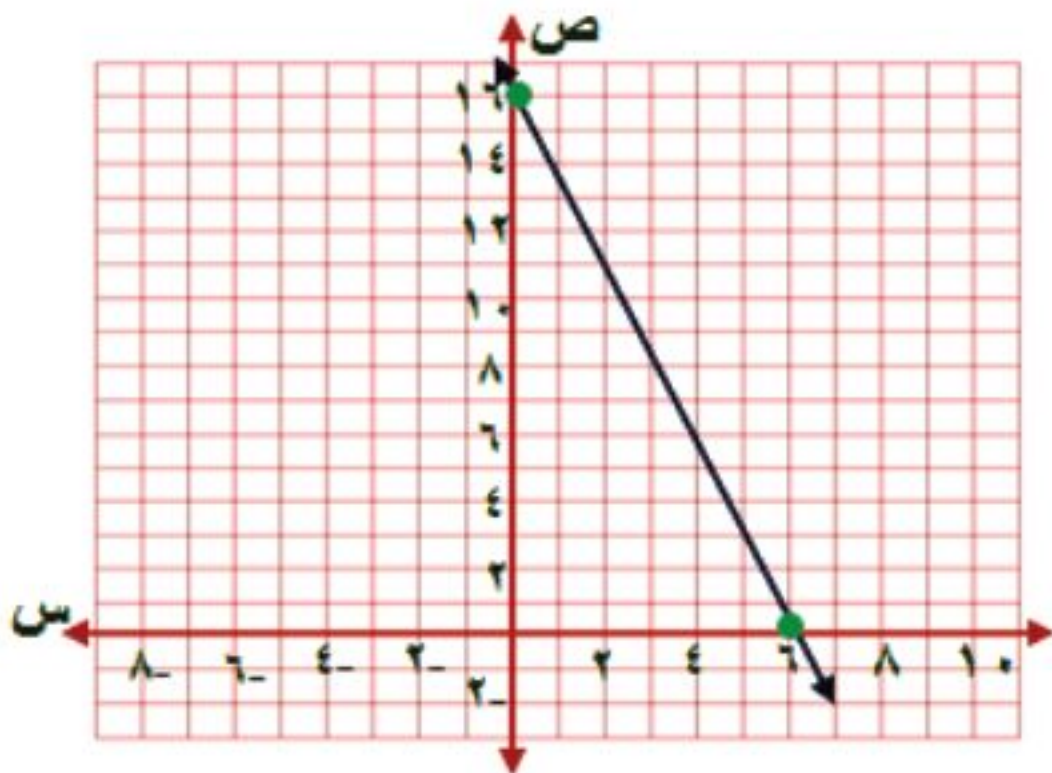
$$\text{إذن النقطة } (0, 0)$$

بما أن ميل كل من المعادلتين ١ و ٢ متساويان وتقاطعهما الصادي مختلف
إذن المعادلتين متوازيان **ولا يوجد حل** للنظام ويكون النظام غير متسق.

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(29) \quad \text{ص} = \frac{3}{8} - 6$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\text{ص} = 4$$



$$\frac{1}{4}\text{ص} + \frac{2}{3}\text{ص} = 4$$

$$\text{ص} = 16$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (16, 0)

$$\text{ص} = 6$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 6)

$$\frac{3}{8}\text{ص} + \text{ص} = 6$$

$$\text{ص} = 16$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (16, 0)

$$\text{ص} = 6$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 6)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

(٣٠) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبرياً: حُلّ المعادلة $\frac{1}{2}س + 3 = -س + 12$ جبرياً.

بالضرب $\times 2$

$$\frac{1}{2}س + 3 = -س + 12$$

$$س + 6 = -2س + 24$$

$$س + 2س + 6 = 24$$

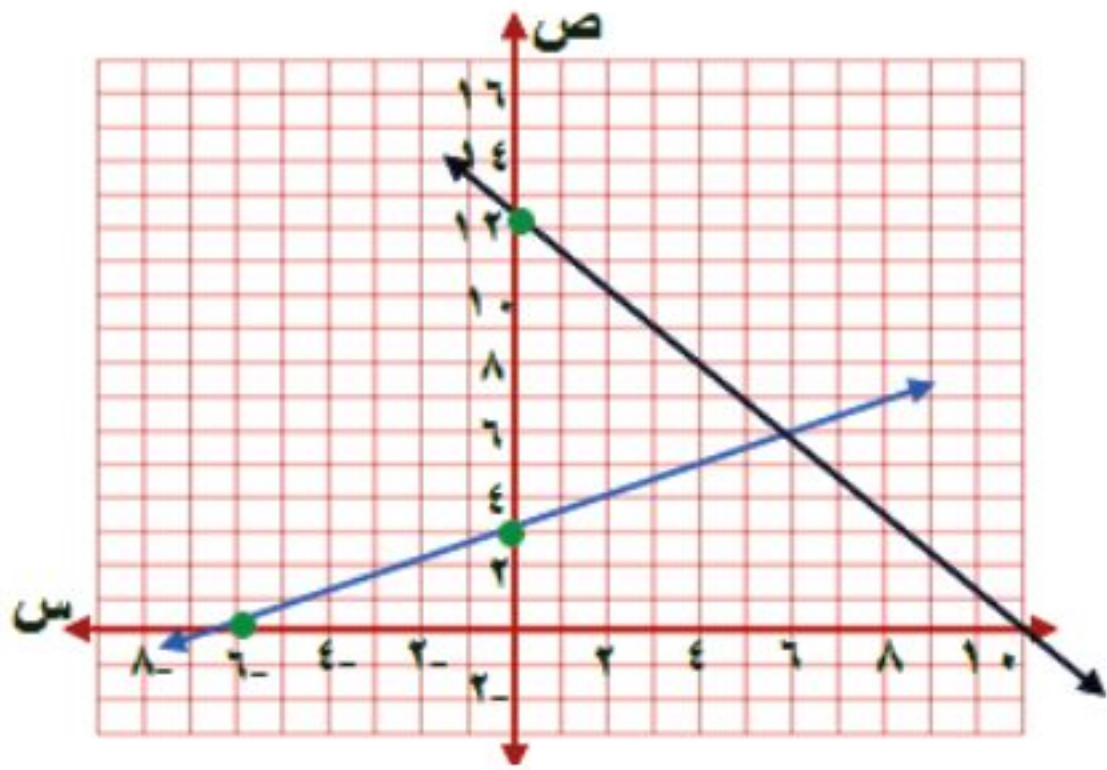
$$3س + 6 = 24$$

$$3س = 18$$

$$س = 6$$

(ب) تقنية: حل نظام المعادلتين: $\frac{1}{3}س + 3 = ص$ ، $ص = -س + 12$ بيانياً، وتحقق من صحّة الحل باستخدام أحد البرامج الحاسوبية.

$$ص = \frac{1}{3}س + 3$$



$$ص = 3$$

$$\text{عند } ص = 0$$

إذن النقطة (3, 0)

$$ص = -6$$

$$\text{عند } ص = 0$$

إذن النقطة (0, -6)

$$ص = -س + 12$$

$$\text{عند } ص = 0$$

إذن النقطة (12, 0)

$$ص = 12$$

$$\text{عند } ص = 0$$

إذن النقطة (0, 12)

الحل هو (6, 6)

(ج) تحليلياً: ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

كل طرف في المعادلة في الفرع (أ) يساوي أحد قيم ص في

النظام في (ب).

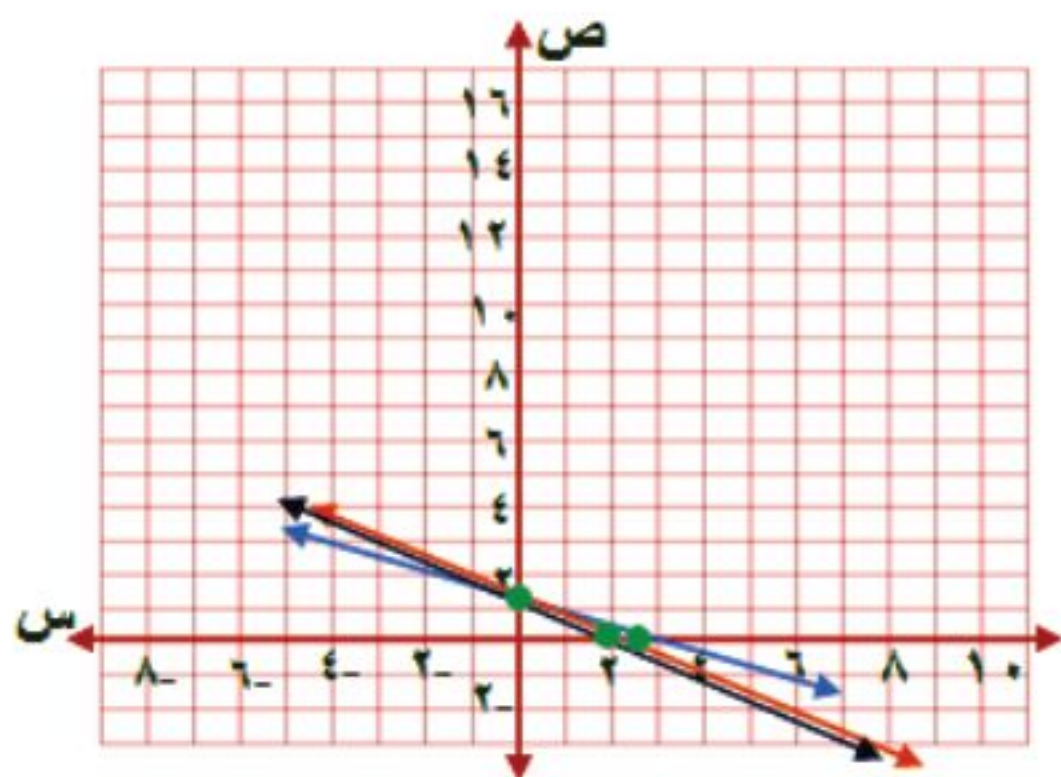
(د) لفظياً: وضح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

يمكن إيجاد الحل بمعرفة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيمين

في النظام.



(٣١) تحدّد: استعمل التمثيل البياني لحل النظام $2س + 3ص = 5$ ، $3س + 4ص = 6$ ، $4س + 5ص = 7$.



$$2س + 3ص = 5$$

عند $س = 0$ ، $ص = 1,7$

إذن النقطة $(0, 1,7)$

عند $ص = 0$ ، $س = 2,5$

إذن النقطة $(2,5, 0)$

$$3س + 4ص = 6$$

عند $س = 0$ ، $ص = 1,5$

إذن النقطة $(0, 1,5)$

عند $ص = 0$ ، $س = 2$

إذن النقطة $(2, 0)$

$$4س + 5ص = 7$$

عند $س = 0$ ، $ص = 1,4$

إذن النقطة $(0, 1,4)$

عند $ص = 0$ ، $س = 1,75$

إذن النقطة $(1,75, 0)$

بما أن جميع المستقيمات تتقاطع عند النقطة $(-2, 3)$ إذاً هي الحل المشترك للنظام.

(٣٢) **تبرير:** بين هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلاً له، تكون له حلول أخرى أحياناً أم دائماً أم ليس له أي حلول أخرى.

دائماً، إذا كانت المعادلات خطية وللنظام أكثر من حل واحد فإنه يكون متسقاً وغير مستقل، وهذا يعني أن له عدد نهائياً من الحلول.

(٣٣) أيٌّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

$$\begin{cases} 4س - ص = 5 \\ 2س + ص = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -س + 4ص = 8 \\ 3س - 6ص = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4س + 2ص = 14 \\ 12س + 6ص = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3س - 2ص = 1 \\ 2س + 3ص = 18 \end{cases}$$

النظام الثاني هو المختلف عن باقي الأنظمة الثلاثة الأخرى

لأن هذا النظام غير متسق، أما باقي الأنظمة الأخرى فهي متسقة.

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث معادلات تشكل مع المعادلة $5س - 3ص = 3$ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

نظام غير متسق: $5س + 3ص = 3$ ، $5س - 3ص = 3$

نظام متسق وغير مستقل: $5س - 3ص = 3$ ، $5س - 3ص = 3$

نظام متسق ومستقل: $2ص = 10س - 6$ ، $5س - 3ص = 3$

(٣٥) **اكتب:** صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

مزايا الحل بالتمثيل البياني أنها توضح جميع بيانات النظام

وعيوبه أنه يصعب إيجاد القيم الدقيقة لكل من س، ص من التمثيل

البياني.

(٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتيمترًا إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

(ج) ١١٥٨ سم^٣

(أ) ٢٩٤ سم^٣

(د) ٢٧٤٤ سم^٣

(ب) ٣٤٣ سم^٣

بما أن عدد أحرف المكعب ١٢ حرف

$$\text{طول الحرف الواحد} = 84 \div 12 = 7 \text{ سم}$$

$$\text{حجم المكعب} = 7^3 = 343 \text{ سم}^3$$

(٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحًا ٤٥٠٠، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا؟

$$\text{عدد خلايا البكتيريا الساعة ١٢:٠٠} =$$

$$2304000 \text{ خلية}$$

مراجعة تراكمية

(٣٨) اختبار: يبيّن الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (مهارة سابقة)

(أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

$$92 \leq \frac{91 + 95 + 88 + m}{4}$$

(ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

$$92 \leq \frac{m + 274}{4}$$

$$368 \leq m + 274$$

$$m \leq 94$$

يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع ٩٤ على الأقل.

ج) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

نعم الإجابة معقولة

لأن المعدل المرغوب أعلى مما كان عليه.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3, 1)$ ، والمعامد للمستقيم $ص = \frac{1}{3}س + 2$. (مهارة سابقة)

بما أن المستقيمين متعامدين، إذا ميل المستقيم الآخر $= -3$

$$ص = م س + ب$$

$$1 = -3 \times -3 + ب$$

$$1 = 9 + ب$$

$$ب = -8$$

$$ص = -3س - 8$$

مهارة سابقة :

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

$$٤٠ (٤٠) ١٥ (ن + ٦) = ١٦٥ ؛ \{٧، ٦، ٥، ٤، ٣\}$$

بالتعويض $ن = ٣$

$$١٦٥ = (٦ + ٣)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٣٥ \text{ ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٤$

$$١٦٥ = (٦ + ٤)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٥٠ \text{ ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٥$

$$١٦٥ = (٦ + ٥)١٥$$

$$١٦٥ = ١٦٥ \text{ حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٦$

$$١٦٥ = (٦ + ٦)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٨٠ \text{ ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٧$

$$١٦٥ = (٦ + ٧)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٩٥ \text{ ليس حلاً للمعادلة}$$



$$(٤١) \frac{٩-٢}{٢} = ٣٦ ; \{٨١, ٨٠, ٧٩, ٧٨\}$$

بالتعويض م = ٧٨

$$\frac{9-78}{2} = ٣٦$$

٣٦ ≠ ٣٤,٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٧٩

$$\frac{9-79}{2} = ٣٦$$

٣٦ ≠ ٣٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٨٠

$$\frac{9-80}{2} = ٣٦$$

٣٦ = ١٣٥,٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٨١

$$\frac{9-81}{2} = ٣٦$$

٣٦ = ٣٦ حلاً للمعادلة

إذا كانت $أ = ٢$ ، $ب = ٣ -$ ، $ج = ١١$ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

$$(٤٢) أ + ٦ ب$$

$$١٨ - ٢ = (٣ - \times ٦) + ٢$$

$$١٦ =$$

$$(٤٣) ٧ - أ ب$$

$$٦ + ٧ = (٣ -) ٢ - ٧$$

$$١٣ =$$

$$(٤٤) ٤ \div (٢ ج + أ ٣)$$

$$٤ \div (٢ \times ٣ + ١١ \times ٢)$$

$$٤ \div ٢٨ = ٤ \div (٦ + ٢٢) =$$

$$٧ =$$

حل نظام من معادلتين خطيتين



يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI - nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١

حل نظام من معادلتين خطيتين

حل النظام الآتي مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$7,48 = 5,23س + ص$$

$$2,11 = 6,42س - ص$$

الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

$$7,48 = 5,23س + ص$$

$$7,48 - 5,23س = ص$$

$$ص = 7,48 - 5,23س$$

$$2,11 = 6,42س - ص$$

$$2,11 = 6,42س - (7,48 - 5,23س)$$

$$2,11 = 6,42س - 7,48 + 5,23س$$

$$(1-)(6,42س) = (1-)(7,48 - 5,23س)$$

$$ص = 2,11 - 6,42س$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانيًا.

المعادلة الأولى

اطرح ٥,٢٣ س من كلا الطرفين

بسط

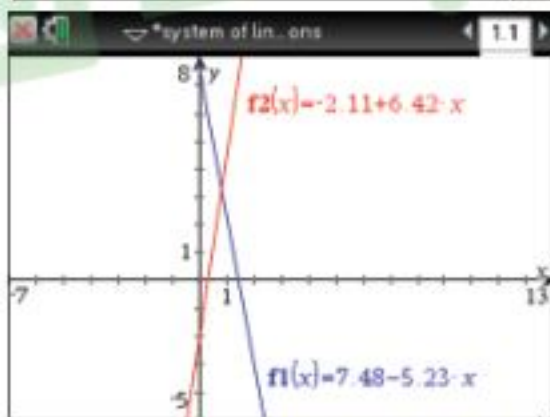
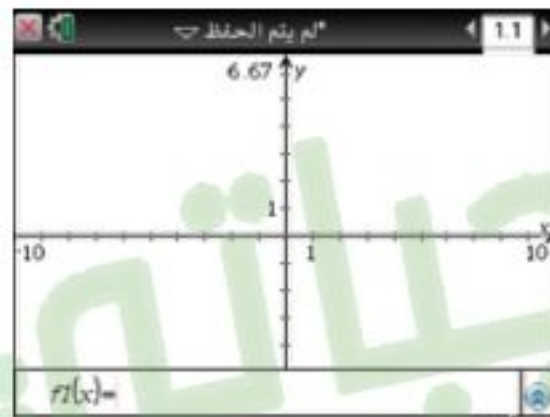
المعادلة الثانية

اطرح ٦,٤٢ س من كلا الطرفين

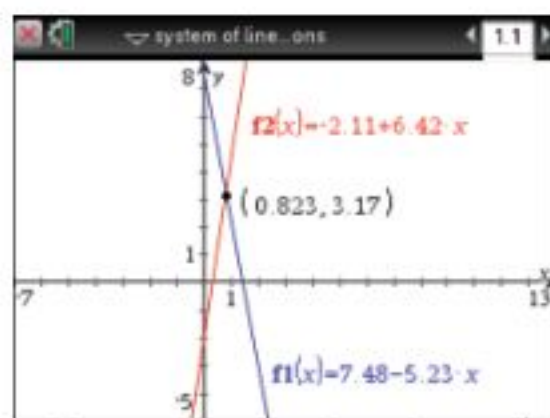
بسط

اضرب كلا الطرفين في (-١)

بسط



[-7, 13] scl: 1 by [-5, 8] scl: 1



[-7, 13] scl: 1 by [-5, 8] scl: 1

• افتح الآلة الحاسبة بالضغط على (on) ، ثم اختر من الشاشة **1** مستند جديد

• اختر **2** إضافة تطبيق الرسوم البيانية فتظهر الشاشة المجاورة.

• اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$

• ثم اضغط المفتاح (enter) فيظهر التمثيل البياني.

• اضغط المفتاح (tab) ثم اكتب المعادلة الثانية

• $f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط (enter) ليظهر التمثيل البياني المجاور.

• أظهر الجزء المطلوب من التمثيل البياني على الشاشة، بالضغط على مفتاح (menu) ومنها

• اختر **4** تكبير/تصغير النافذة **1** إعدادات النافذة؛ لتحديد التدرج المناسب لكل من س، ص.

الخطوة ٣: إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

• استعمل ميزة نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

• اضغط (menu) واختر منها **6** تحليل الرسم البياني ثم **4** نقاط التقاطع ،

• وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع

• $(0.823, 3.17)$ التي هي حل النظام.

• وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو $(0.82, 3.17)$.

من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد، تمثيل نظام المعادلتين الذي نكوّنه من تلك المعادلة، ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظامًا من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمال الحاسبة البيانية لحله.

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسرًا عشريًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$(1) \text{ ص } 2 = \text{ س } - 3$$

$$\text{ص} = 4, \text{ س } + 5$$

الخطوة ١:

المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢:

مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

$$\text{ص} = 2 \text{ س } - 3$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (٣، ٠)

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (٠، ١,٥)

$$\text{ص} = 4, \text{ س } + 5$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (٥، ٠)

$$\text{عند ص} = 0$$

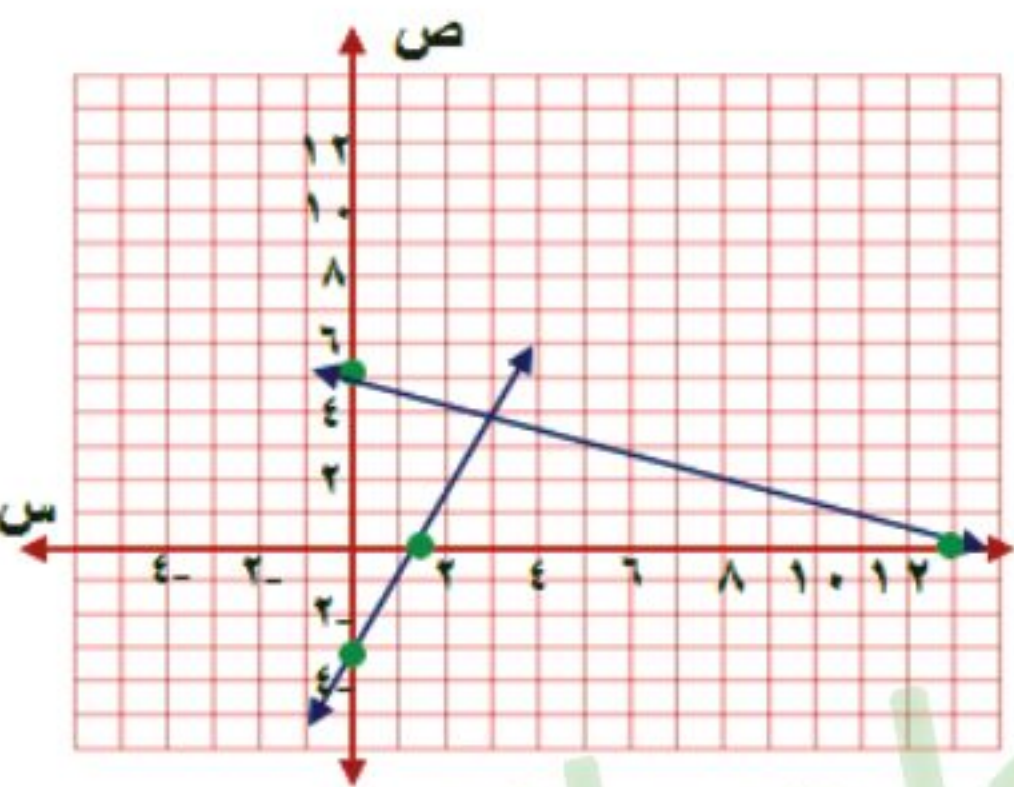
إذن النقطة (٠، ١٢,٥)

$$\text{ص} = 3$$

$$\text{س} = 1,٥$$

$$\text{ص} = 5$$

$$\text{س} = 1٢,٥$$



• افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents

• اختر add graphs فتظهر شاشة.

• اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = 2x - 3$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.

• اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f^2 = -0,4x + 5$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.

• اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(3, 3)$ التي هي حل النظام.

$$(2) \text{ ص } 6 = 1 + \text{س}$$

$$\text{ص } 2 = 3 - \text{س} - 4$$

الخطوة ١: المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

• افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents

• اختر add graphs فتظهر شاشة.

• اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = 6x + 1$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.

• اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f_2 = -3, 2x - 4$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.

• اضغط menu واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(-2, 26)$ التي هي حل النظام.

$$\text{ص} = 6\text{س} + 1$$

$$\text{ص} = 1$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة $(1, 0)$

$$\text{س} = -16, 0$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة $(-16, 0)$

$$\text{ص} = -2, 3\text{س} - 4$$

$$\text{ص} = -4$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة $(-4, 0)$

$$\text{س} = -25, 1$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة $(-25, 1)$

$$(3) \quad 7s - 2v = 16$$

$$11s + 6v = 32,3$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$7s - 2v = 16$$

$$7s - 7s - 2v = 16 - 7s$$

$$-2v = 16 - 7s$$

$$v = \frac{7s - 16}{2} \leftarrow 1$$

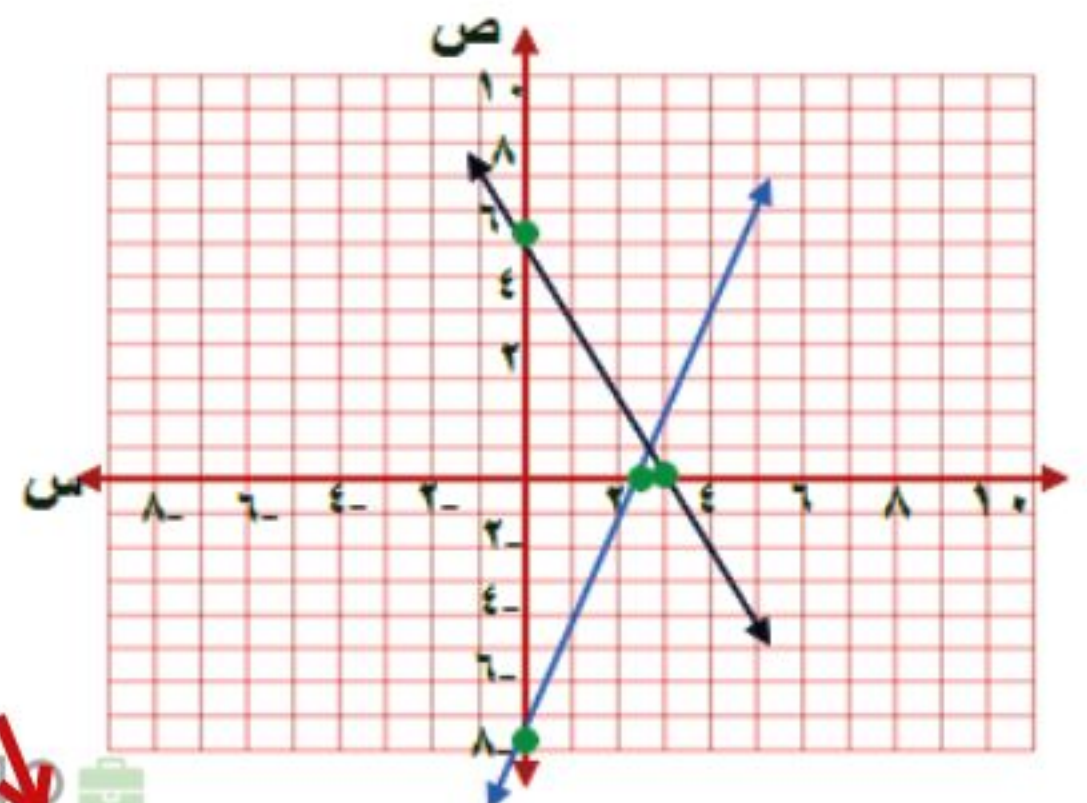
$$11s + 6v = 32,3$$

$$11s + 6v - 11s = 32,3 - 11s$$

$$6v = 32,3 - 11s$$

$$v = \frac{32,3 - 11s}{6} \leftarrow 2$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة
- اكتب المعادلة الأولى $f_1(x) = 3,5x - 8$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f_2(x) = -5,4x - 1,8$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(0,78, 2,51)$ التي هي حل النظام

$$\text{ص} = 8 - 3,5 \text{ س}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 8$$

$$\text{إذن النقطة } (8, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 2,3$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 2,3)$$

$$\text{ص} = 5,4 - 1,8 \text{ س}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 5,4$$

$$\text{إذن النقطة } (5,4, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 3)$$

$$(4) \quad 3s + 2v = 16$$

$$5s + v = 9$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$3s + 2v = 16$$

$$3s - 16 = 3s + 2v - 3s$$

$$2v = 16 - 3s$$

$$v = -1,5s + 8 \quad \leftarrow 1$$

$$5s + v = 9$$

$$5s - 9 = 5s + v - 5s \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢:

مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = -1,5x + 8$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -5x + 9$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(7,57, 0,29)$ التي هي حل النظام.

$$(5) \quad 1,60 = 0,35ص + 0,62س$$

$$8,24 = 1,38س + ص$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$1,60 = 0,35ص + 0,62س$$

$$0,62س - 0,62س - 1,60 = 0,35ص + 0,62س - 0,62س$$

$$0,35ص = 0,62س - 1,60$$

$$ص = \frac{0,62س - 1,60}{0,35} \leftarrow 1$$

$$8,24 = 1,38س + ص$$

$$8,24 = 1,38س + \frac{0,62س - 1,60}{0,35}$$

$$ص = \frac{8,24 - 1,38س}{1} \leftarrow 2$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f_1(x) = 4,6 - 1,8x$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.

- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $x^2 = 8, 24 + 1, 38$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (-16, 1) التي هي حل النظام.

$$(6) \quad 75 \text{ س} - 100 \text{ ص} = 400$$

$$33 \text{ س} - 10 \text{ ص} = 70$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$75 \text{ س} - 100 \text{ ص} = 400$$

$$100 \text{ ص} = 75 \text{ س} - 400$$

$$\text{ص} = 75, 75 \text{ س} - 4 \quad \leftarrow 1$$

$$33 \text{ س} - 10 \text{ ص} = 70$$

$$10 \text{ ص} = 33 \text{ س} - 70$$

$$\text{ص} = 3, 3 \text{ س} - 7 \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢ :

مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = 0,75x - 4$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f^2 = 3,3x - 7$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(3, 12 - , 1, 18)$ التي هي حل النظام.

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسرًا عشريًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$(7) \quad 4x - 2 = 6$$

الخطوة ١: اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$4x - 2 = 6, \quad 6 - 2 = 4$$

الخطوة ٢:

• مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

• ادخل المعادلة الأولى $f^1(x) = 4x - 2$ ثم اضغط **enter**، اضغط **tab** وادخل

المعادلة الثانية $f^2(x) = 6$ ثم اضغط **enter** ليظهر الرسم البياني.

• حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points&lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع

ويكون الحل -١

$$(٨) \frac{س}{٢} + ١ = ٣$$

الخطوة ١ :

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من

طرفي المعادلة ص

$$ص = ٣ ، \quad \frac{س}{٢} + ١ = ص$$

الخطوة ٢ :

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:
add graphs new document on
- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter ، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية
ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.
- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points&lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة

التقاطع ويكون الحل ٤

$$(9) \quad 10s + 2 - 8s = 1$$

الخطوة ١:

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$ص = 10s + 2 - 8s \quad , \quad ص = 1 - 8s$$

الخطوة ٢:

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

intersection points points lines Menu

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع ويكون الحل ٥,٠.

(١٠) اكتب: وضح لماذا يمكنك حل معادلة مثل $ر = أس + ب$ بحل نظام المعادلتين: $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$.

عند تقاطع التمثيلان المتباينان $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$ ، تكون قيم $ص$ متساوية. وعندها تكون $ر = أس + ب$



حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٥ - ٢

لماذا؟

تحقق من فهمك

$$(١) \text{ ص } = ٤س - ٦$$

$$١ - = ٣ص + ٥س$$

الخطوة ١:

إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢:

عوض ٤س - ٦ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

$$١ - = ٣ + (٤س - ٦)$$

$$١ - = ١٢س - ١٨$$

$$١٧ = ١٢س - ١٨$$

$$١٧ = ١٢س$$

$$١ = ١٢س$$

الخطوة ٣:

عوض ١ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$\text{ص} = ٤(١) - ٦ = ٢$$

إذاً الحل هو (١، ٢)



حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٥-٢

لماد ٩

تحقق من فهمك ✓

$$(ب) \quad ١ - = ٥ + ٢س$$

$$ص = ١٠ + ٣س$$

الخطوة ١:

إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢:

عوض $١٠ + ٣س$ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

$$١ - = (١٠ + ٣س) ٥ + ٢س$$

$$١ - = ٥٠ + ١٥س + ٢س$$

$$٥١ - = ١٧س$$

$$٣ - = س$$

الخطوة ٣:

عوض $٣ -$ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$١ = ١٠ + (٣ -) ٣ = ص$$

إذاً الحل هو $(٣ - ، ١)$

تحقق من فهمك 

$$(12) \quad 4س + 5ص = 11$$

$$ص - 3س = 13$$

الخطوة ١: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير ص لأن معامل ص = ١

$$ص = 13 + 3س$$

الخطوة ٢: عوض عن ص ب $13 + 3س$

$$4س + 5(13 + 3س) = 11$$

$$4س + 65 + 15س = 11$$

$$19س = 76$$

$$س = 4$$

الخطوة ٣: عوض عن س = 4 في إحدى المعادلتين

$$ص = 13 - (4)3$$

$$ص = 1$$

الحل هو: (4, 1)

تحقق من فهمك 

$$٢ب) س - ٣ص = ٩ -$$

$$٥س - ٢ص = ٧$$

الخطوة ١:

حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير س؛ لأن معامل س = ١

$$س = ٩ - ٣ص$$

الخطوة ٢:

عوض عن س بـ $٩ - ٣ص$

$$٧ = ٥(٩ - ٣ص) - ٢ص$$

$$٧ = ٤٥ - ١٥ص - ٢ص$$

$$٥٢ = ١٣ص$$

$$ص = ٤$$

الخطوة ٣:

عوض عن ص = ٤ في إحدى المعادلتين

$$س = ٩ - (٤)٣$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ٤)

حل كلاً من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

$$(أ٣) \quad ٨ = ٢س - ص$$

$$ص = ٢س - ٣$$

عوض عن ص بـ $٢س - ٣$

$$٨ = (٢س - ٣) - ٢س$$

$$٨ = ٣ + ٢س - ٢س$$

$$٨ = ٣$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

حل كلاً من النظامين الآتين مستعملاً التعويض.

$$(3) \quad 4s - 3v = 1$$

$$6v - 8s = -2$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ s

$$s = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}v$$

عوض عن s في المعادلة الثانية بـ $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}v$

$$6v - 8\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}v\right) = -2$$

$$6v - 2 - 6v = -2$$

$$-2 = -2$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة إذن يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

٤) **رياضة:** مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٢,٥ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

نفرض أن عدد نقاط الفريق الأول س، عدد نقاط الفريق الثاني ص

$$س + ص = ٣١ \quad \text{إذن } ص = ٣١ - س$$

$$س = ٥,٢ ص$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية بـ $٣١ - س$

$$س = ٥,٢ (٣١ - س)$$

$$س = ١٦١,٢ - ٥,٢ س$$

$$١٦١,٢ = ٦,٢ س$$

$$س = ٢٦$$

$$ص = ٣١ - ٢٦$$

$$ص = ٥$$

إذن عدد نقاط الفريق الأول = ٢٦

وعدد نقاط الفريق الثاني = ٥

الأمثلة ١ - ٣

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(١) \quad س = ص - ٢$$

$$٤س + ص = ٢$$

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س

عوض في المعادلة الثانية عن س = ص - ٢

$$٤(ص - ٢) + ص = ٢$$

$$٤ص - ٨ + ص = ٢$$

$$٥ص = ١٠$$

$$ص = ٢$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص = ٢

$$س = ٢ - ٢ = ٠$$

إذاً الحل هو: (٢، ٠)

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٢) \quad ٤ = ٢س + ٣ص$$

$$٩ = ٤س + ٦ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$٢س - ٤ = ٣ص + ٢س - ٤$$

$$٣ص = ٤ - ٢س$$

$$ص = \frac{٤}{٣} - \frac{٢}{٣}س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية:

$$٩ = ٤س + ٦\left(\frac{٤}{٣} - \frac{٢}{٣}س\right)$$

$$٩ = ٤س - ٨ + ٤س$$

$$٩ = ٨$$

إذاً النظام لا يوجد له حل.



$$(3) \text{ س} - \text{ص} = 1$$

$$3\text{س} = 3 + \text{ص}$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة ل س

$$\text{س} = 1 + \text{ص}$$

عوض في المعادلة الثانية عن س

$$3(1 + \text{ص}) = 3 + \text{ص}$$

$$3 + 3\text{ص} = 3 + \text{ص}$$

بما أن طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً له عدد لا نهائي من الحلول.

مثال ٤

(٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي 180° ، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار 24° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

معادلتي النظام هما:

$$\text{س} + \text{ص} = 180$$

$$\text{س} = 24 + \text{ص}$$



أوجد قياس كل زاوية.

بما أن المعادلة الثانية تعبر عن قيمة س

إذا عوض في المعادلة الأولى عن س = ص + ٢٤

$$١٨٠ = ص + ٢٤ + ص$$

$$١٨٠ = ٢٤ + ٢ص$$

$$١٥٦ = ٢ص$$

$$ص = ٧٨^\circ$$

بالتعويض في لمعادلة الثانية

$$س = ٧٨ + ٢٤ = ١٠٢^\circ$$

الأمثلة ١ - ٣

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٥) \quad \begin{cases} ٥ + ٤س = ص \\ ٢س + ص = ١٧ \end{cases}$$

$$١٧ = ٥ + ٤س + ٢س$$

المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٥ + ٤س + ٥

$$١٧ = ٥ + ٤س + ٢س$$

$$١٧ = ٥ + ٦س$$

$$١٢ = ٦س$$

$$٢ = س$$

عوض في المعادلة الثانية س = ٢

$$ص = ٥ + (٢)٤ = ١٣$$

إذاً الحل هو (٢، ١٣)

$$(6) \text{ ص} = 3\text{س} - 34$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 5$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$3\text{س} - 34 = 2\text{س} - 5$$

$$3\text{س} - 2\text{س} = 34 - 5$$

$$\text{س} = 29$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = 3(29) - 34$$

$$\text{ص} = 53$$

إذاً الحل: (29، 53)

$$(7) \text{ ص} = 3\text{س} - 2$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 5$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$3\text{س} - 2 = 2\text{س} - 5$$

$$3\text{س} - 2\text{س} = 2 - 5$$

$$\text{س} = -3$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = 3(-3) - 2 = -11$$

إذاً الحل: (-3، -11)

$$(٨) \quad ٣ = ٢س + ص$$

$$٨ = ٤س + ٤ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٣ - ٢س$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٣ - ٢س

$$٨ = ٤س + ٤(٣ - ٢س)$$

$$٨ = ٤س - ٨س + ١٢$$

$$٨ = ٤س - ٨س + ١٢$$

$$٤س - ٨س = ٤$$

$$س = ١$$

عوض عن س = ١ في المعادلة الثانية

$$٨ = ٤ص + (١)٤$$

$$٨ = ٤ص + ٤$$

$$٤ص = ٤$$

$$ص = ١$$

إذاً الحل هو (١، ١)

$$(9) \quad 3 - = 4ص + 3س$$

$$س + 2ص = 1 -$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س = 1 - 2ص$$

عوض عن س $س = 1 - 2ص$ في المعادلة الأولى

$$3 - = 4ص + (1 - 2ص)3$$

$$3 - = 4ص + 3 - 6ص$$

$$0 = 2ص -$$

$$ص = 0$$

عوض عن ص $ص = 0$ في المعادلة الثانية

$$س = 1 -$$

إذاً الحل هو $(-1, 0)$



$$(10) \quad 1 - 2s = 4 - 3s$$

$$8s - 4 = 4 - 3s$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ s

$$3s = 4 - 1$$

عوض عن s في المعادلة الثانية

$$8s - 4 = (3s + 1) - 4$$

$$8s - 4 = 3s - 3$$

$$5s = 1$$

بما أن طرفي المعادلة تمثل متطابقة

إذاً لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(11) \quad s = 1 - 3s$$

$$-s = 1 - 3s$$

عوض عن s في المعادلة الثانية

$$-s = 1 - 3(1 - 3s)$$

$$-s = 1 - 3 + 9s$$

$$-s = 1 - 3 + 9s$$

$$(12) \text{ ص} = -4\text{س} + 11$$

$$3\text{س} + \text{ص} = 9$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -3\text{س} + 9$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-3\text{س} + 9 = -4\text{س} + 11$$

$$-3\text{س} + 9 = -4\text{س} + 11$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س = 2 في المعادلة الثانية

$$9 = \text{ص} + (2)3$$

$$9 = \text{ص} + 6$$

$$\text{ص} = 3$$

إذاً الحل هو: (2، 3)

$$(13) \text{ ص} = -3\text{س} + 1$$

$$2\text{س} + \text{ص} = 1$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -2\text{س} + 1$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-2\text{س} + 1 = -3\text{س} + 1$$

$$-2\text{س} + 1 = -3\text{س} + 1$$

$$\text{س} = 0$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$1 = \text{ص} + (0)2$$

$$\text{ص} = 1$$

إذاً الحل هو (0، 1)

$$(14) \quad 5 - = 3س + ص$$

$$10 = 2ص + 6س$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 3س - 5$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$10 = 2(3س - 5) + 6س$$

$$10 = 10 - 6س + 6س$$

$$10 = 10$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$(15) \quad 5س - ص = 5$$

$$13 = 3ص + س -$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 5س - 5$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$13 = 3(5س - 5) + س -$$

$$13 = 15س - 15 + س -$$

$$14س = 28$$

$$س = 2$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$5(2) - ص = 5$$

$$10 - ص = 5$$

$$ص = 5$$

إذاً الحل هو (2، 5)

$$(١٦) \quad ٢٠ = ٤ص + ٥س$$

$$٤٠ - = ٨ص - ١٠س$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$٨ص = ١٠س + ٤٠$$

$$ص = \frac{٥}{٤}س + ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٤٠ - = ٨\left(\frac{٥}{٤}س + ٥\right) - ١٠س$$

$$٤٠ - = ٤٠ - ١٠س - ١٠س$$

$$٤٠ - = ٤٠ -$$

طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً النظام له عدد لانتهائي من الحلول.



(١٧) **سياحة:** يبيّن الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوّار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفاً	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفاً	زيادة ١,٨

(أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.
س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

$$س = ٤٠,٣ + ٠,٨ص$$

$$س = ١٧ + ١,٨ص$$

(ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوّار متساوياً في المنطقتين؟

$$٤٠,٣ + ٠,٨ص = ١٧ + ١,٨ص$$

$$١٧ - ٤٠,٣ = ١,٨ص - ٠,٨ص$$

$$ص = ٢٣,٣ أي بعد ٢٣ سنة و ٣ أشهر تقريباً.$$



١٨) **رياضة:** بيّن الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

اللاعب ب	اللاعب أ	العام
١:٥٤:٤٣	١:٥١:٣٩	١٤٢٥هـ
١:٥٨:٠٣	١:٤٩:٣١	١٤٣٠هـ

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥هـ صفراً، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام (س).

$$ص = -٤,٤س + ١١٢$$

$$ص = ٠,٦س + ١١٥$$

ج) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك.

لا؛ لأن التمثيلين لا يتقاطعان.

(١٩) **تحذّر:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعاً، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧ : ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

$$س + ص = ٦٠$$

$$٧س = ٥ص$$

$$س = ٦٠ - ص$$

$$٧(٦٠ - ص) = ٥ص$$

$$٤٢٠ - ٧ص = ٥ص$$

$$٤٢٠ = ١٢ص$$

$$ص = ٣٥$$

$$س = ٦٠ - ٣٥$$

$$س = ٢٥$$

عدد النساء = ٢٥، عدد الرجال = ٣٥

(٢٠) **تبرير:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

حل نظام معادلتين بطريقة التمثيل البياني تستدعي التعويض في المعادلات بنقاط مختلفة للوصول إلى الرسم البياني المناسب ونوجد الحل من الرسم حيث تكون نقطة التقاطع.

أما حل نظام معادلتين بطريقة التعويض نوجد قيمة أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ثم نعوض به في المعادلة لتكون معادلة من متغير واحد يمكن حلها جبرياً ثم نعوض بالقيمة في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

(٢١) مسألة مفتوحة: أنشئ نظامًا من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالاته.

$$\text{المعادلتين: } 2س - ص = 3, \quad 5س - ص = 6$$

يعبر النظام عن معدل انتاج مصنع خلال سنوات منذ بداية عملة.

حيث س هي عدد سنوات عمل المصنع و ص هي معدل الانتاج.

(٢٢) اكتب: وضح كيف تحدد الأفضل تعويضًا عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

الأفضل تعويضًا هو المتغير الذي يكون معاملته يساوي ١

تحل المعادلة بالنسبة له ثم يعوض عنه في المعادلة الأخرى.

تدريب على اختبار

(٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: $2|ف| = 16$ ، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟

- (أ) $\{8, 0\}$ (ب) $\{0, 8-\}$
 (ج) $\{8, 8-\}$ (د) $\{8, 0, 8-\}$

الإجابة: (ج) $\{8, 8-\}$

$$2|ف| = 16$$

$$|ف| = \frac{16}{2}$$

$$|ف| = 8$$

$$ف = 8 \pm$$

(٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

(أ) $ص - 3س = 4$

(ب) $2س - 2ص = 8$

(ج) $ص = 5س + 1$

(د) $ص = 3س - 1$

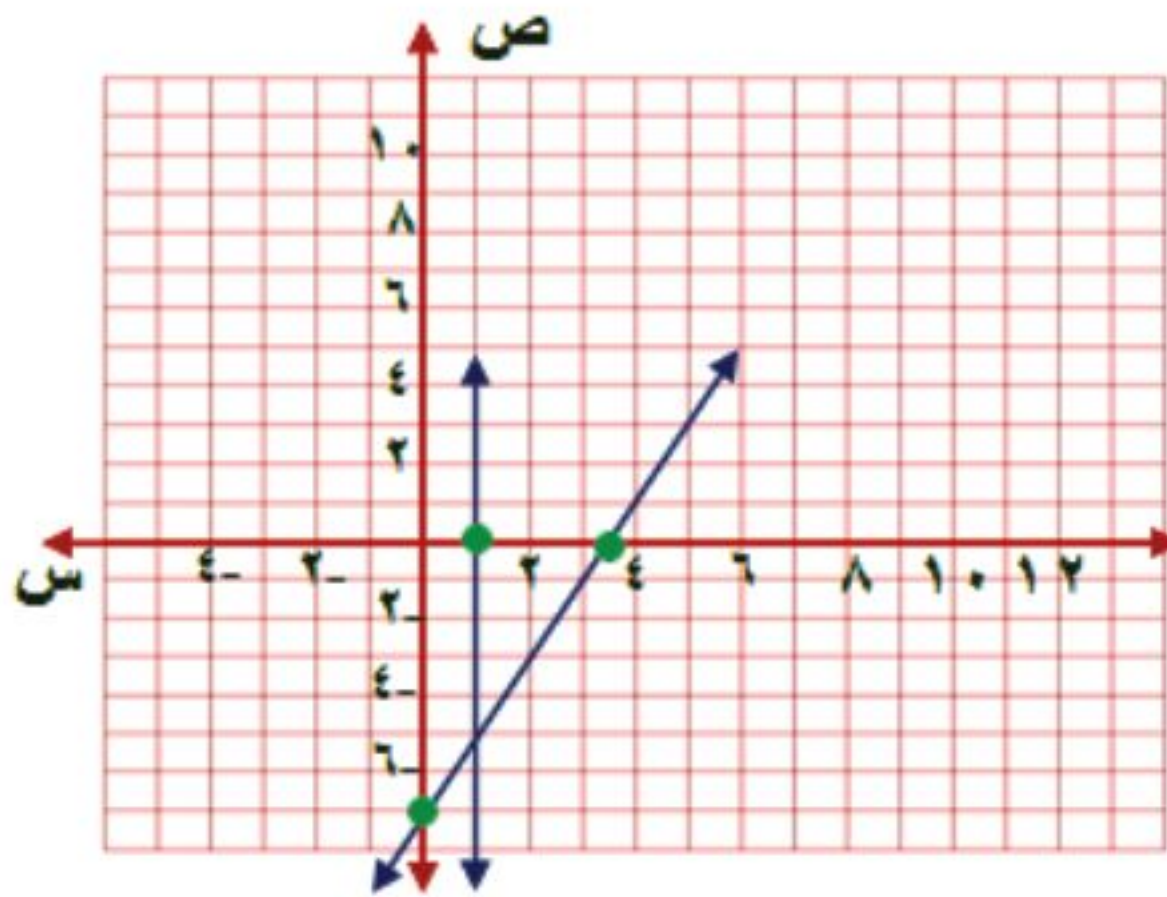
نظام له حل واحد: (ج) $ص = 5س + 1$ ، $4س + ص = 10$

لأن باقي الأنظمة ميلهما متساوي أي ليس لهم حلول نهائياً.

مثّل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

$$(٢٥) \text{ س } = ١$$

$$٧ = ٢\text{س} - \text{ص}$$



بما أن $\text{س} = ١$ إذن يتم رسم مستقيم عندها يوازي محور الصادات

$$\text{ص} = -٧$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة $(٠, -٧)$

$$\text{س} = ٣,٥$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة $(٣,٥, ٠)$

لنظام حل واحد وهو نقطة التقاطع: $(١, -٥)$

$$(٢٦) \text{ ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٢$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{ص} = ٥$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٥ ، ٠)

$$\text{س} = ٥ - \text{ص}$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٥)

$$\text{ص} = \text{س} - ٢$$

$$\text{ص} = ٢ - \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

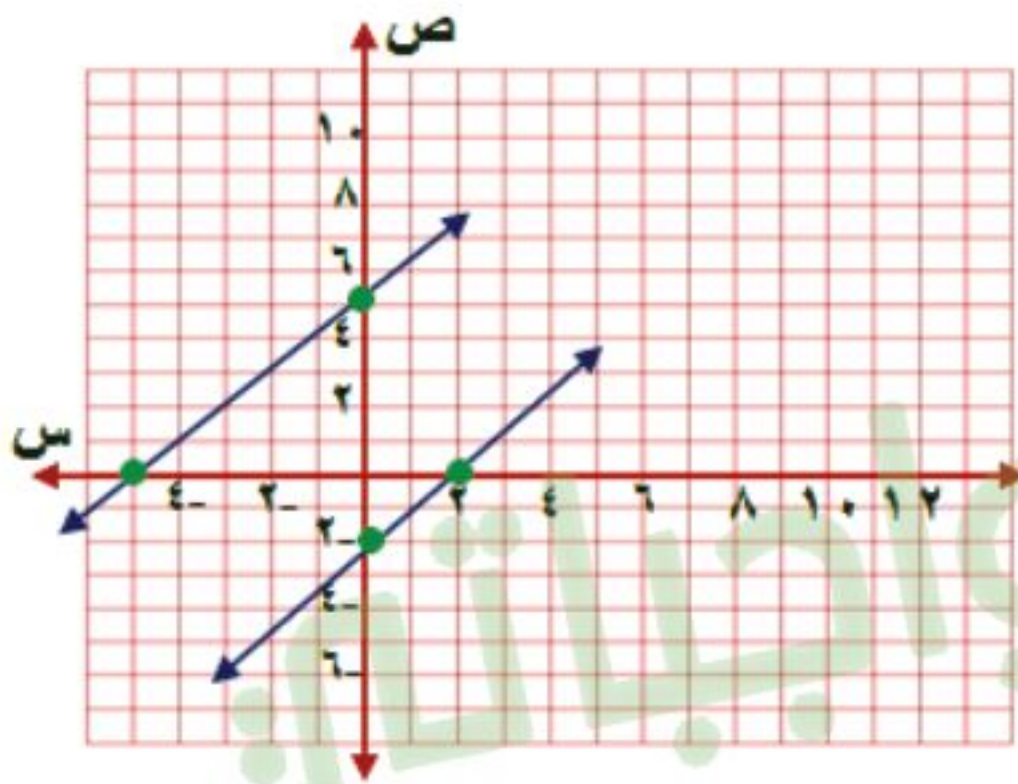
إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{س} = ٢$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)

بما أن المستقيمان متوازيان النظام ليس له حل.



$$(27) \text{ س} + \text{ص} = 1$$

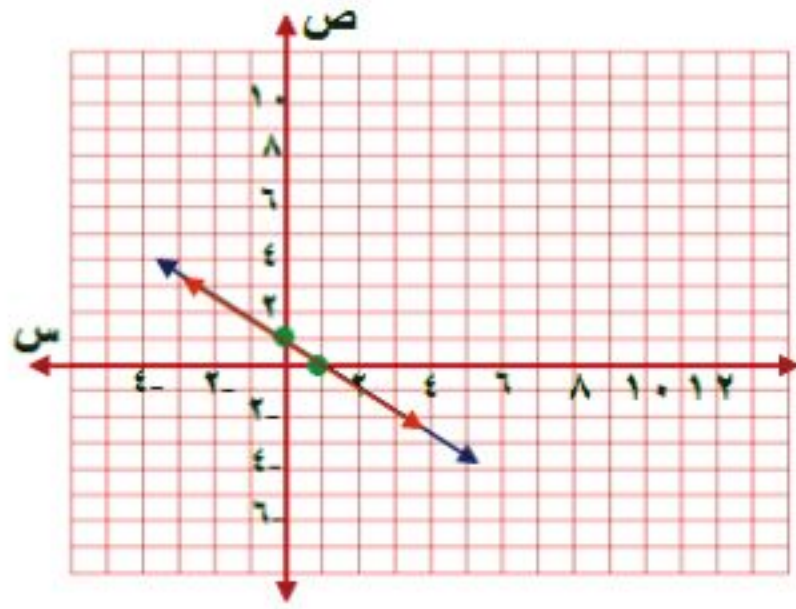
$$3\text{ص} + 3\text{س} = 3$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 1$$

$$\text{إذن النقطة } (1, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 1$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 1)$$



بما أن المستقيمان منطبقان فإن للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

$$(28) \text{ ف} + 1 \leq 11$$

$$\text{ف} + 1 - 1 \leq 11 - 1$$

$$\text{ف} \leq 10$$

$$\text{ف} \leq 2$$

مجموعة الحل: $\{\text{ف} \mid \text{ف} \leq 2\}$

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$٥ + \frac{٢}{٥} ف \leq ١١ - (٣٠)$$

$$٢٥ + ٢ف \leq ٥٥ -$$

$$٢٥ - ٢٥ + ٢ف \leq ٢٥ - ٥٥ -$$

$$٢ف \leq ٨٠ -$$

$$٢ف \leq ٤٠ -$$

مجموعة الحل: $\{ ٢ف \geq ٤٠ - \}$

$$٢٤ (٢٩) < ١٨ + ٢ن$$

$$٢٤ - ١٨ < ١٨ - ١٨ + ٢ن$$

$$٦ < ٢ن$$

$$٣ < ن$$

مجموعة الحل: $\{ ن | ن > ٣ \}$

(٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ٦)، (١، ١). (مهارة سابقة)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$م = \frac{١ - ١}{٦ - ١} = \frac{٠}{٥} = ٠$$

$$ص = م س + ب$$

$$١ = ب$$

المعادلة هي: $ص = ١$

مهارة سابقة:

بسّط كلاً من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

$$(32) \quad 10ب + 5(3 + 9ب)$$

$$10ب + 15 + 45ب$$

$$55ب + 15$$

$$5(11ب + 3)$$

$$(33) \quad 5(3ن^2 + 4) - 8ن$$

$$15ن^2 + 20 - 8ن$$

$$15ن^2 - 8ن + 20$$

$$(34) \quad -2(7أ + 5ب) + 5(2أ - 7ب)$$

$$-14أ - 10ب + 10أ - 35ب$$

$$(-14أ - 10ب) + (10أ - 35ب)$$

$$-4أ - 25ب$$



حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال

٣-٥

الجمع أو الطرح

لماذا؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على 30° س بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن 30° س. ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

$$أ + ب = ١٢$$

$$أ - ب = ٢$$



الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

والآن

■ أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.

■ أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

المفردات

الحذف

أضف إلى

مطويتك

الحل بالحذف

مفهوم أساسي

- الخطوة ١:** اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.
- الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.
- الخطوة ٣:** عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، وكتب الحل كزوج مرتب.

الحذف باستعمال الجمع

مثال ١

استعمل الحذف لحل النظام:

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

$$٣س - ٦ص = ٣ \quad \leftarrow \text{الخطوة ١: كلا معاملي ٦ ص، -٦ ص معكوس للآخر}$$

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين.

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

$$٣س - ٦ص = ٣ \quad (+)$$

$$٣٥ = ٧س$$

$$\frac{٣٥}{٧} = \frac{٧س}{٧}$$

$$٥ = س$$

حذف المتغير ص.

اقسم كلا الطرفين على ٧.

بسّط.

الخطوة ٣: عوض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الأولى

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

عوض عن س بـ ٥

$$٤(٥) + ٦ص = ٣٢$$

اضرب

$$٢٠ + ٦ص = ٣٢$$

اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

$$٢٠ - ٣٢ = ٢٠ - ٢٠ - ٦ص$$

بسّط

$$١٢ = ٦ص$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦ص}{٦}$$

بسّط

$$٢ = ص$$

إذن الحل هو (٥، ٢).

$$(أ) \quad 3 - = 3 + 4س - 3ص$$

$$4س - 5ص = 5$$

كلا معاملي 4س، - 4س معكوس للأخر

$$3 - = 3 + 4س -$$

$$ص (+) 4س - 5 = 5$$

$$2 - 2ص = 2$$

$$ص - = 1$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$4س - 5ص = 5$$

$$4س - 5(1 -) = 5$$

$$4س = 5 + 5ص$$

$$س = 0$$

إذن الحل هو (0، 1)

تحقق من فهمك 

$$٢٢ = ٤ص + ٣س$$

$$١٤ = ٤ص - ٣س$$

كلا معاملي ٤ص، -٤ص معكوس للآخر

$$٢٢ = ٤ص + ٣س$$

$$١٤ = ٤ص - ٣س (+)$$

$$٣٦ = ٦س$$

$$٦ = س$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$١٤ = ٤ص - ٣س$$

$$١٤ = ٤ص - (٦)٣$$

$$١٤ = ٤ص - ١٨$$

$$٤ص = ٣٢$$

$$ص = ٨$$

الحل هو: (٨، ٦)

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي -١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

بما أن معاملي ص كل منهم معكوس الآخر

$$س + ص = -١٠$$

$$ص(+٣) - ٣س = ٢$$

$$٢س = ٨$$

$$س = ٤$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$س + ص = -١٠$$

$$٤ + ص = -١٠$$

$$ص = -١٤$$

الحل: (٤، -١٤)

(٣) حل النظام: $٨ب + ٣ج = ١١$

$٨ب + ٧ج = ٧$

(د) $(١, ١, ٥)$

(ج) $(١, ١, ٧٥)$

(ب) $(١, ١, ٧٥)$

(أ) $(١, ١, ٥)$

ب طرح المعادلتين

$٨ب + ٣ج = ١١$

$(-) ٨ب + ٧ج = ٧$

$-٤ج = ٤$

$ج = ١-$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$٨ب + ٣ج = ١١$

$٨ب + ٣(١-) = ١١$

$٨ب - ٣ = ١١$

$٨ب = ١٤$

$ب = ١,٧٥$

الحل هو: (ب) $(١, ١, ٧٥)$

٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلاً بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧، فكم شخصاً دعا كل منهما؟

افترض أن عدد من دعاهم مسفر س، عدد من دعاهم محمود ص

$$س = ص - ٥ ، س + ص = ٤٧$$

ضع المعادلتين بشكل رأسي

$$س - ص = ٥$$

$$س + ص = ٤٧$$

$$٢س = ٤٢$$

$$س = ٢١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$س - ص = ٥$$

$$٢١ - ص = ٥$$

$$ص = ٢٦$$

إذاً عدد من دعاهم مسفر = ٢١، وعدد من دعاهم محمود = ٢٦

المثالان ١، ٣

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(1) \quad 7 = 5m - b$$

$$11 = 7m - b$$

بما أن معاملي b متماثلين، اطرح المعادلتين

$$7 = 5m - b$$

$$(-) \quad 11 = 7m - b$$

$$-4 = -2m$$

$$2 = m$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$7 = 5(2) - b$$

$$7 = 10 - b$$

$$b = 3$$

الحل هو: $(2, 3)$



$$(2) \quad 38 = 5s + 2v$$

$$-8s + 2v = 4$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس الآخر، اجمع المعادلتين

$$38 = 5s + 2v$$

$$-8s + 2v = 4$$

$$-3s = 2v - 34$$

$$s = 6$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين عن ص

$$38 = 5(6) + 2v$$

$$38 = 30 + 2v$$

$$8 = 2v$$

$$v = 4$$

الحل هو: $(6, 4)$

$$(3) \quad 7f + 3j = 6$$

$$7f - 2j = 31$$

بما أن معاملي ف متماثلين، اطرح المعادلتين

$$7f + 3j = 6$$

$$7f - 2j = 31$$

$$5j = 25$$

$$j = 5$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$7f + 3(5) = 6$$

$$7f + 15 = 6$$

$$7f = 21$$

$$f = 3$$

الحل هو: $(-3, 5)$

مثال ٢

٤) ما العددين اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

$$س + ص = ٢٤$$

$$٥س - ص = ١٢$$

بجمع المعادلتين

$$٦س = ٣٦$$

$$س = ٦$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٦ + ص = ٢٤$$

$$ص = ١٨$$

مثال ٤

(٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

افترض أن عدد طلاب المرحلة الابتدائية ب، عدد طلاب المرحلة المتوسطة م

$$ب - م = ١٨$$

$$ب + م = ٤٤$$

بجمع المعادلتين معاً

$$٢ب = ٦٢$$

$$ب = ٣١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٣١ - م = ١٨$$

$$م = ١٣$$

عدد طلاب المرحلة الابتدائية ٣١ ألف طالباً.

عدد طلاب المرحلة المتوسطة ١٣ ألف طالباً.

المثالان ١، ٣

حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٦) \quad -ف + و = ٧$$

$$ف + و = ١$$

بما أن معاملي ف كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-ف + و = ٧$$

$$ف + و = ١$$

$$٢و = ٨$$

$$و = ٤$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$-ف + ٤ = ٧$$

$$ف = -٣$$

الحل هو: $(-٣، ٤)$



$$(7) \text{ ص} + \text{ز} = 4$$

$$\text{ص} - \text{ز} = 8$$

بما أن معاملي ز كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$\text{ص} + \text{ز} = 4$$

$$\text{ص} - \text{ز} = 8$$

$$2\text{ص} = 12$$

$$\text{ص} = 6$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص

$$4 = \text{ز} + 6$$

$$\text{ز} = -2$$

الحل هو: (6 ، -2)



$$(٨) \quad -٤س + ٥ص = ١٧$$

$$-٦ = ٤س + ٦ص$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-٤س + ٥ص = ١٧$$

$$٤س + ٦ص = -٦$$

$$١١ص = ١١$$

$$ص = ١$$

عوض في المعادلة الأولى

$$-٤س + ٥ = ١٧$$

$$-٤س = ١٢$$

$$س = -٣$$

الحل هو: $(-٣، ١)$



$$(9) \quad 4 - = 4 + \text{ب}$$

$$16 - = 10 + \text{ب}$$

بما أن معاملي أ متماثلان، اطرح المعادلتين

$$4 - = 4 + \text{ب}$$

$$16 - = 10 + \text{ب}$$

$$12 = 6 - \text{ب}$$

$$2 - = \text{ب}$$

عوض في المعادلة الأولى عن ب

$$4 - = (2 -) 4 +$$

$$4 = 4$$

الحل هو: (4، 2-)

$$(10) \quad 9س + 6ص = 78$$

$$3س - 6ص = 30$$

بما أن معاملي ص كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$9س + 6ص = 78$$

$$3س - 6ص = 30$$

$$12ص = 48$$

$$ص = 4$$

عوض في المعادلة الأولى عن س

$$9(4) + 6ص = 78$$

$$36 + 6ص = 78$$

$$6ص = 42$$

$$ص = 7$$

الحل هو: (4، 7)

$$(11) \quad 6s - 2v = 1$$

$$10s - 2v = 5$$

بما أن معاملي ص متماثلين، اطرح المعادلتين

$$6s - 2v = 1$$

$$10s - 2v = 5$$

$$-4s = -4$$

$$s = 1$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$6(1) - 2v = 1$$

$$-2v = -5$$

$$v = 2,5$$

الحل هو: (1, 2,5)

(١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

$$س + ص = ٢٢$$

$$س - ص = ١٢$$

$$٢س = ٣٤$$

$$س = ١٧$$

بالتعويض في حدى المعادلتين

$$١٧ + ص = ٢٢$$

$$ص = ٥$$

العددان هما ١٧ ، ٥



(١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

$$س + ص = ١١$$

$$٣س - ص = -٣$$

$$٤س = ٨$$

$$س = ٢$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$١١ = ص + ٢$$

$$ص = ٩$$

العددان هما ٢، ٩

(١٤) شحن سيارات: يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجره شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

الأجرة الكلية (ريال)	عدد السيارات الكبيرة	عدد السيارات الصغيرة
٣٨٠٠	٥	٢
٢٦٠٠	٣	٢

افترض أن أجره السيارة الصغيرة س

وأجره السيارة الكبيرة ص

$$٣٨٠٠ = ٥ص + ٢س$$

$$٢٦٠٠ = ٣ص + ٢س$$

$$١٢٠٠ = ٢ص$$

$$٦٠٠ = ص$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$٣٨٠٠ = (٦٠٠)٥ + ٢س$$

$$٣٨٠٠ = ٣٠٠٠ + ٢س$$

$$٨٠٠ = ٢س$$

$$٤٠٠ = س$$

أجره السيارة الصغيرة = ٤٠٠ ريال.

أجره السيارة الكبيرة = ٦٠٠ ريال.

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(15) \quad 8 = 4(s + 2v)$$

$$4s + 4v = 12$$

بسّط المعادلة الأولى

$$4s + 8v = 8$$

بما أن معاملي s متماثلين، اطرح المعادلتين

$$-4v = 4$$

$$v = -1$$

عوض في إحدى المعادلتين عن v

$$4s + 4(-1) = 12$$

$$4s - 4 = 12$$

$$4s = 16$$

$$s = 4$$

الحل هو: $(4, -1)$



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(16) \quad 2\frac{3}{4} = \frac{1}{2}s + \frac{2}{3}v$$

$$\frac{1}{4}s - \frac{2}{3}v = 6\frac{1}{4}$$

$$2\frac{3}{4} = \frac{1}{2}s + \frac{2}{3}v$$

$$\frac{1}{4}s - \frac{2}{3}v = 6\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4}s = 9$$

$$s = 12$$

بالتعويض في المعادلة $2\frac{3}{4} = \frac{1}{2}s + \frac{2}{3}v$

$$2\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times 12 + \frac{2}{3}v$$

$$2\frac{3}{4} = 6 + \frac{2}{3}v$$

$$\frac{2}{3}v = 2\frac{3}{4} - 6$$

$$v = 4\frac{7}{8}$$



$$(17) \quad 6 = 3ص + 4س$$

$$7 = 3ص + 3س$$

$$6 = 3ص + 4س$$

$$7 = 3ص + 3س$$

بما أن معامل ص في كل معادلة متماثل إذن يمكن طرح المعادلتين

$$س = -1$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$6 = 3ص + (-1)4$$

$$6 = 3ص + 4-$$

$$3ص = 10$$

$$ص = 3, 3$$

الحل هو: $(-1, 3, 3)$

(١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجى المملكة والفيصلية معاً ٥٦٧ متراً، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ متراً.

(أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

$$س + ص = ٥٦٧$$

$$\underline{س - ص = ٣٣}$$

اجمع المعادلتين

$$٢س = ٦٠٠$$

$$س = ٣٠٠$$

(ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$٥٦٧ = ص + ٣٠٠$$

$$ص = ٢٦٧$$

ارتفاع برج المملكة = ٣٠٠ متر، ارتفاع برج الفيصلية = ٢٦٧ متر.

(١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقاً في سباق الدرجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

(أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظاماً من معادلتين يمثل هذا الموقف.

$$س - ص = ١٠$$

$$س + ص = ٨٠$$



ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

اجمع المعادلتين

$$س - ص = ١٠$$

$$\underline{س + ص = ٨٠}$$

$$٢س = ٩٠$$

$$س = ٤٥$$

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$١٠ = ص - ٤٥$$

$$ص = ٣٥$$

ج) فسّر الحل في سياق هذا الموقف.

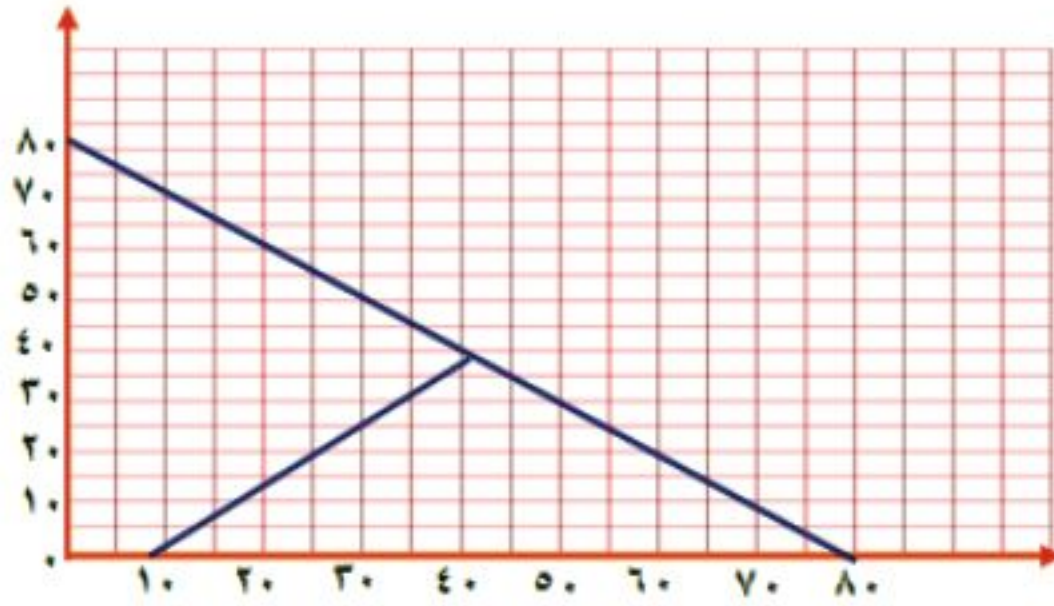
عدد المشاركين في فئة الصغار = ٤٥ مشارك.

عدد المشاركين في فئة الكبار = ٣٥ مشارك.



د) مثل هذا النظام بيانياً للتأكد من صحة الحل.

$$\text{س} - \text{ص} = ١٠$$



$$\text{ص} = ١٠ - \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة $(١٠, ٠)$

$$\text{س} = ١٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة $(٠, ١٠)$

$$\text{س} + \text{ص} = ٨٠$$

$$\text{ص} = ٨٠ - \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة $(٨٠, ٠)$

$$\text{س} = ٨٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة $(٠, ٨٠)$

نقطة التقاطع $(٣٥, ٤٥)$

(٢٠) تمثيلات متعددة: لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلاً:

$$2ن + 3م = 9 \text{ نقاط} + 9 \text{ مشابك} = 9 \text{ نقاط}$$

(أ) حسيًا: كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملًا كلا النوعين؟ قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

للحصول على ١٥ نقطة : $4ن + 3م = 15$

هناك أكثر من نموذج صحيح ويحقق النظام ولكن يختلف في عدد القطع

مثلاً: ٤ قطع نقد ، ٣ مشابك.

(ب) تحليليًا: مستعملًا ٩ قطع، اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

$$3س + ص = 15$$

$$س + ص = 9$$

$$2س = 6$$

$$س = 3$$

$$3(3) + ص = 15$$

$$9 + ص = 15$$

$$ص = 6$$

عدد القطع النقدية ٣ قطع ب ٩ نقاط.

عدد المشابك ٦ مشابك ب ٦ نقاط.

(ج) جدولياً: أنشئ جدولاً يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

عدد قطع النقد	عدد مشابك الورق	العدد الكلي للنقاط
٠	٩	٩
١	٨	١١
٢	٧	١٣
٣	٦	١٥
٤	٥	١٧
٥	٤	١٩

(د) نفضياً: هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسر إجابتك.

نعم؛ بما أن قطعة النقد تعادل ٣ نقاط، فإن ٣ قطع منها تعادل ٩ نقاط،

يضاف إليها ٦ نقاط من ٦ مشابك ورق فنحصل على ١٥ نقطة.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

$$\text{المعادلتين: } 4س + ص = 12, \quad 2س - ص = 8$$

يجب لعمل نظام يمكن حله بالحذف بالجمع أن يكون هناك متغير معاملته في إحدى المعادلتين يساوي معكوس معاملته في المعادلة الأخرى.

(٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة $(-3, 2)$ تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادتيه هي $س + 4ص = 5$ ، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسّر كيف توصلت إليها.

$$\text{المعادلة الثانية } ص - س = 5$$

توصلت لها بوضع س بمعكوس معاملها في المعادلة المعطاه ثم التعويض عن ص ب ٢ في المعادلة للحصول على ناتج المعادلة الثانية.

(٢٣) **تحذّر:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

ليكن أ يمثل رقم الآحاد في العدد، ب يمثل رقم العشرات في العدد فيكون

$$أ + ب = 8$$

$$7(أ + 10ب) = 182$$

العدد هو ٢٦

(٢٤) اكتب: بين متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

عندما يكون في المعادلتين معامل متغير في إحدى المعادلات معكوس
معامل نفس المتغير في المعادلة الأخرى يفضل الحل بالحذف لجعل
المعادلة بها متغير واحد.

تدريب على اختبار

(٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \dots$$

(ج) $\frac{2281}{64}$

(د) $\frac{2445}{64}$

(أ) $\frac{2187}{64}$

(ب) $\frac{2245}{64}$

(٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = ٩$$

(ج) ليس له حل

(أ) (٠، ١)

(د) يوجد عدد لانتهائي من الحلول

(ب) (-٣، ١)

الإجابة (ب) (-٣، ١)

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = ٩$$

ضرب المعادلة الأولى في -٢

ثم اجمع المعادلتين معاً.

$$٢س - ٣ص = ٩$$

$$-٢س + ٨ص = -٢$$

$$٥ص = ٧$$

$$ص = ١$$

$$س + ٤ = ١$$

$$س = -٣$$



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٣-٥)

$$(٢٧) \text{ ص } ٦ = ٦ \text{ س}$$

$$٤٠ = ٣ \text{ ص} + ٢ \text{ س}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٤٠ = ٣(٦ \text{ س}) + ٢ \text{ س}$$

$$٤٠ = ١٨ \text{ س} + ٢ \text{ س}$$

$$٤٠ = ٢٠ \text{ س}$$

$$٢ = \text{س}$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = (٢)٦ = ١٢$$

لها حل واحد هو (١٢، ٢)



$$(28) \text{ س} = 3\text{ص}$$

$$2\text{س} + 3\text{ص} = 45$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$2(3\text{ص}) + 3\text{ص} = 45$$

$$6\text{ص} + 3\text{ص} = 45$$

$$9\text{ص} = 45$$

$$\text{ص} = 5$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = (5)^3 = 15$$

لها حل واحد هو (5، 15)

$$(29) \text{ س } = 5 + 6$$

$$\text{س} = 5 - 2$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$5 + 6 = 5 - 2$$

$$6 = -2$$

ليس لها حل.

(30) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفر وائل حتى الآن 35 ريالاً ويخطط لتوفير 10 ريالاً كل أسبوع.

أما رياض فلديه الآن 26 ريالاً ويخطط لتوفير 13 ريالاً في الأسبوع. (الدرس 5-1)

(أ) بعد كم أسبوع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوياً؟

افترض أن عدد الأسابيع س

$$10\text{س} + 35 = 13\text{س} + 26$$

$$10\text{س} - 13\text{س} = 26 - 35$$

$$3\text{س} = 9$$

$$\text{س} = 3$$

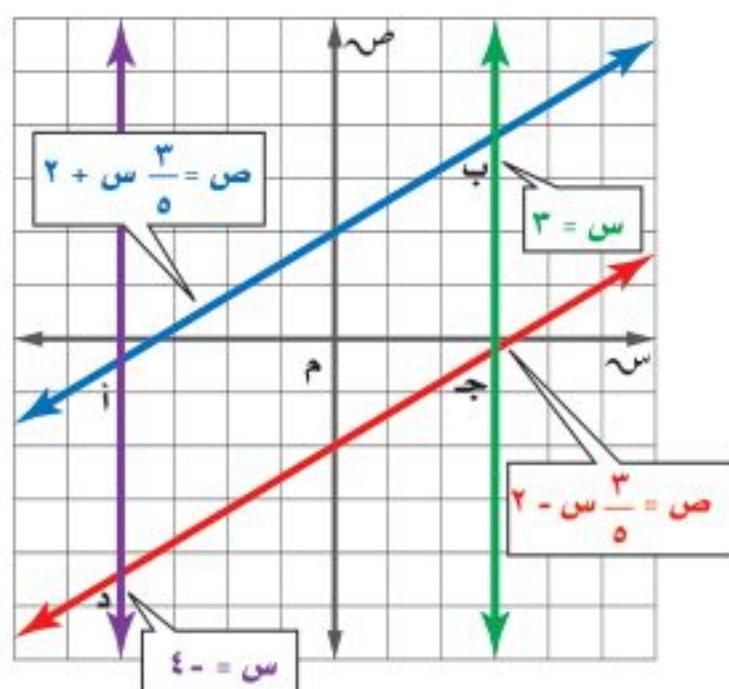
إذا بعد 3 أسابيع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوي.

(ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

$$\text{ما يوفره كل منهما} = 10(3) + 35$$

$$= 30 + 35 = 65 \text{ ريال.}$$

(٣١) هندسة: بين ما إذا كان الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (مهارة سابقة)



نعم؛ الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع؛ بما أن كل زوج من الأضلاع المتقابلة لهما الميل نفسه أو ميلهما غير معرف، فإنهما متوازيان.

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$(٣٢) ٦ج - = ٤٨$$

$$ج = ٨$$

اقسم طرفي المعادلة على ٦

$$(٣٣) ٨ = أ \frac{٢}{٣}$$

اضرب طرفي المعادلة في ٣

$$٢٤ = ١٢$$

اقسم طرفي المعادلة على ٢

$$١٢ = أ$$

مهارة سابقة :

بسّط كلاً من العبارات الآتية:

$$(٣٤) \quad ٦ل - ٣ + ٧ب + ١$$

$$٦ل + ٧ب - ٢$$

$$(٣٥) \quad ٧س^٢ - ٩س + ٤س^٢$$

$$١١س^٢ - ٩س$$

$$(٣٦) \quad ١٠(٢ + ر) + ٣ر$$

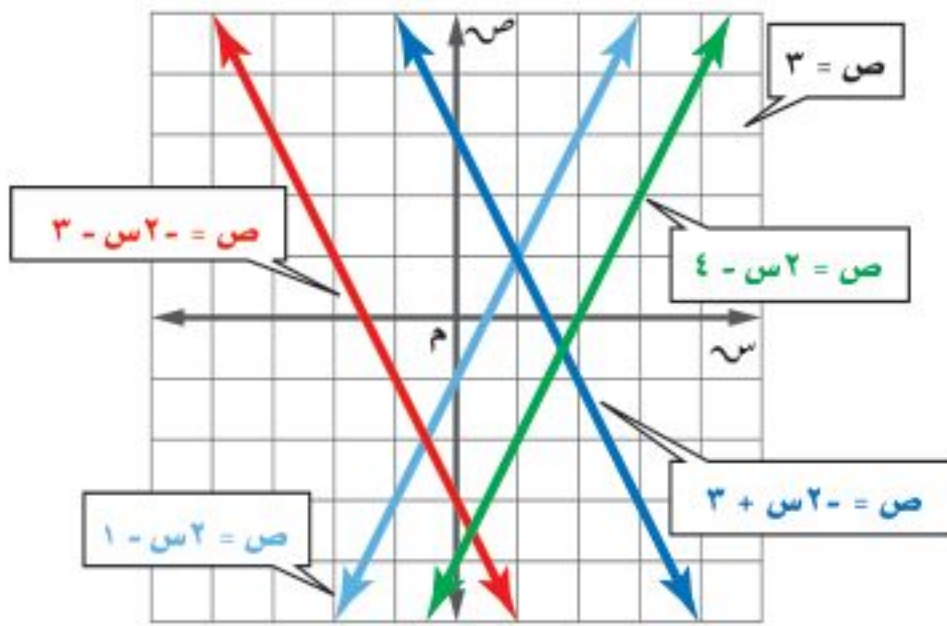
$$٢٠ + ١٠ر + ٣ر$$

$$٢٠ + ١٣ر$$

$$(٣٧) \quad ٥ص - ٧(ص + ٥)$$

$$٥ص - ٧ص - ٣٥$$

$$-٢ص - ٣٥$$



مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل: (الدرس ١-٥)

$$(١) \text{ ص} = ٢س - ١$$

$$\text{ص} = ٢س + ٣$$

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متقاطعين في نقطة إذاً النظام **متسق ومستقل**.

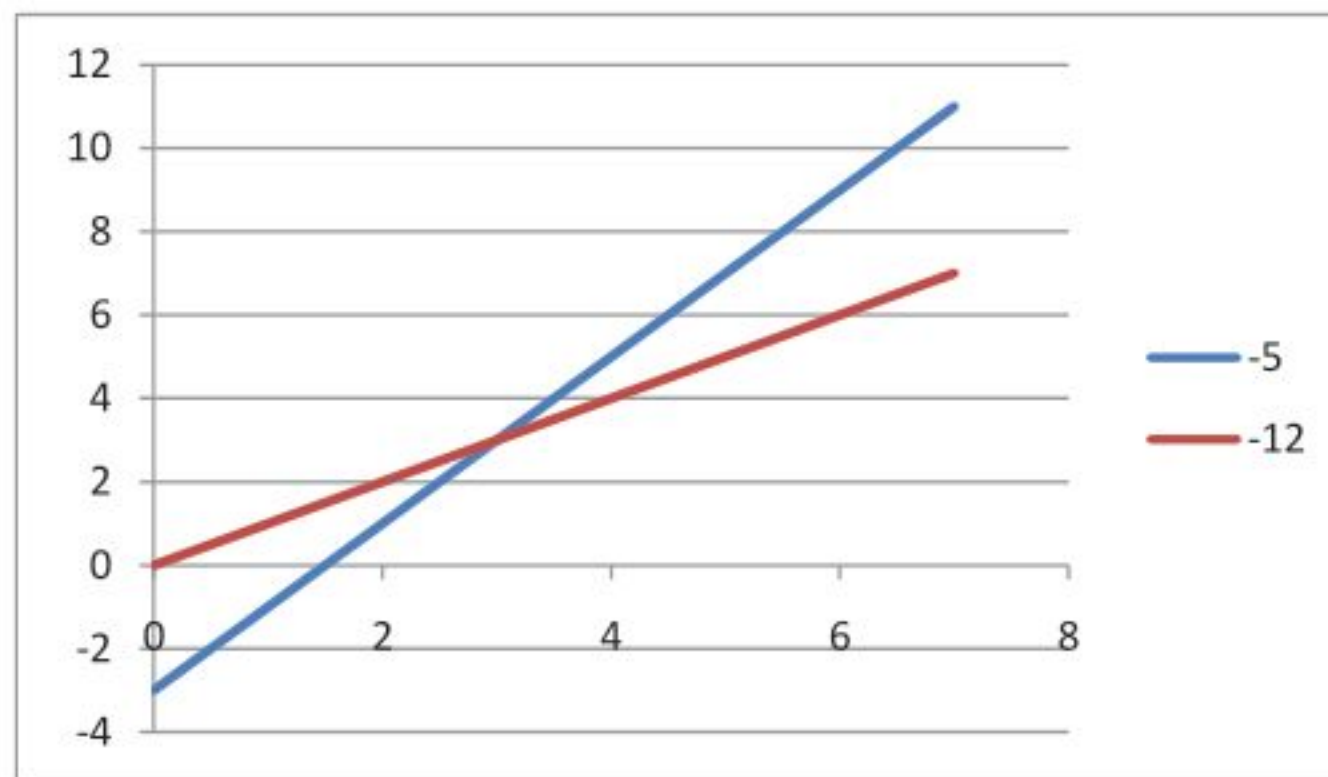
$$(٢) \text{ ص} = ٢س + ٣$$

$$\text{ص} = ٢س - ٣$$

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متوازيين إذاً النظام **غير متسق**.

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا

فاكتبه: (الدرس ١-٥)



$$(٣) \text{ ص} = ٢س - ٣$$

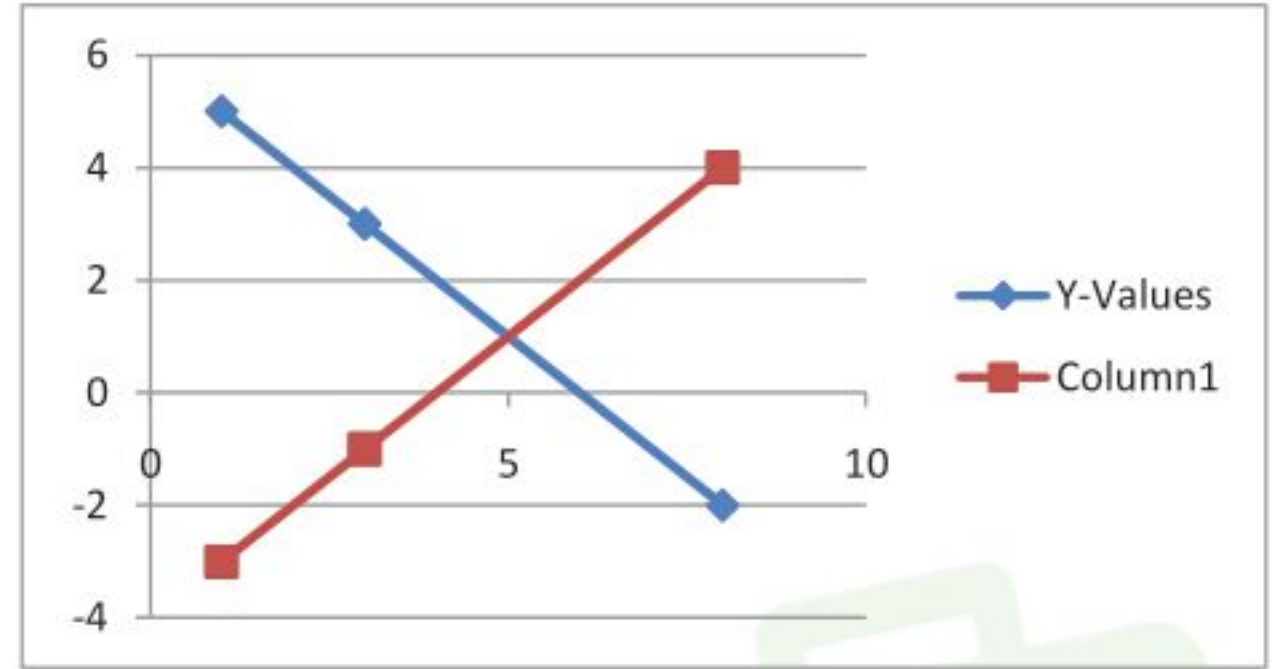
$$\text{ص} = ٤ + س$$

لها حل واحد هو (٧، ١١)

متسق ومستقل

$$(٤) \text{ س} + \text{ص} = ٦$$

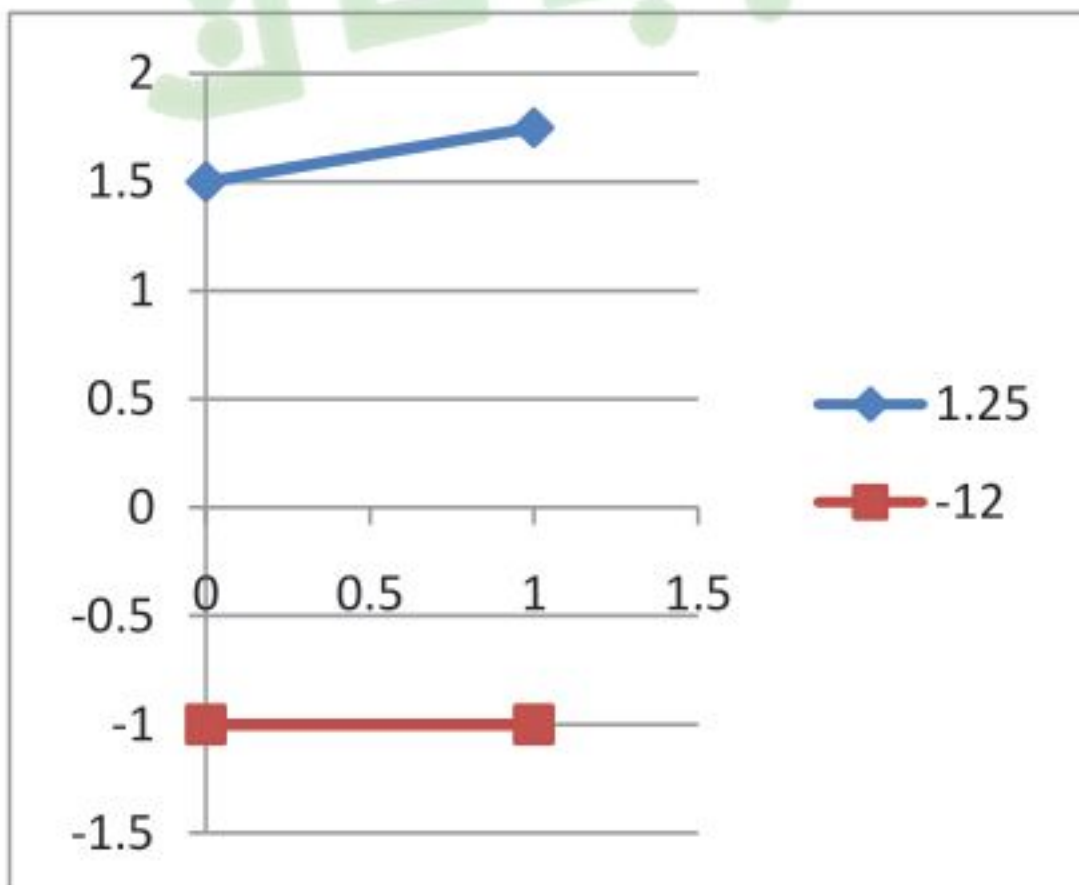
$$\text{س} - \text{ص} = ٤$$



لها حل واحد وهو (٥ ، ١)

$$(٦) \text{ س} - ٤\text{ص} = ٦$$

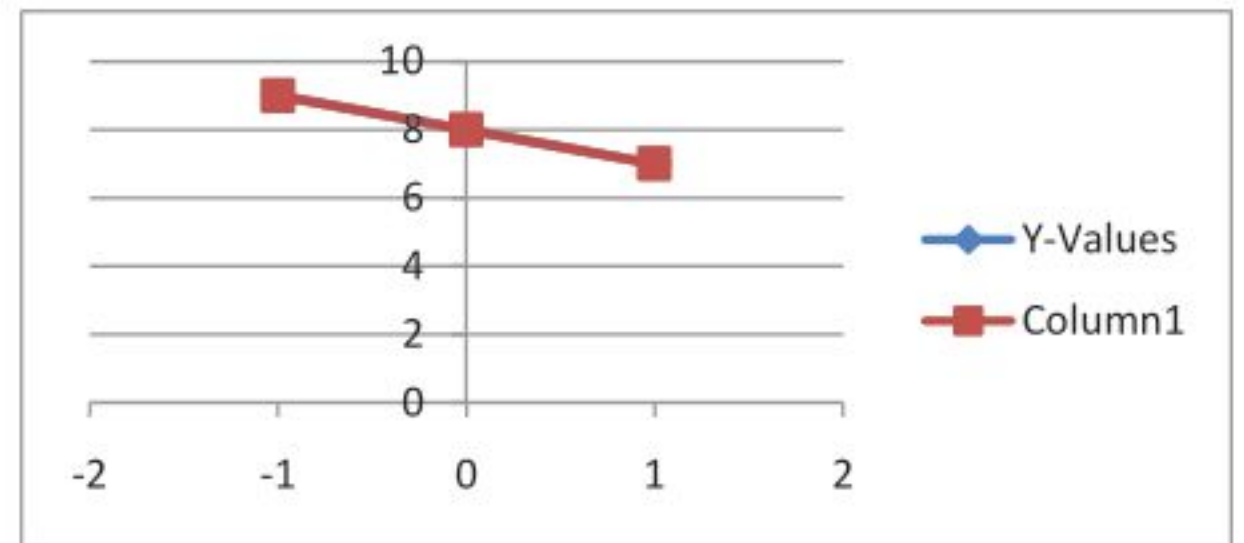
$$\text{ص} = ١$$



لا يوجد حل غير متسق

$$(٥) \text{ س} + \text{ص} = ٨$$

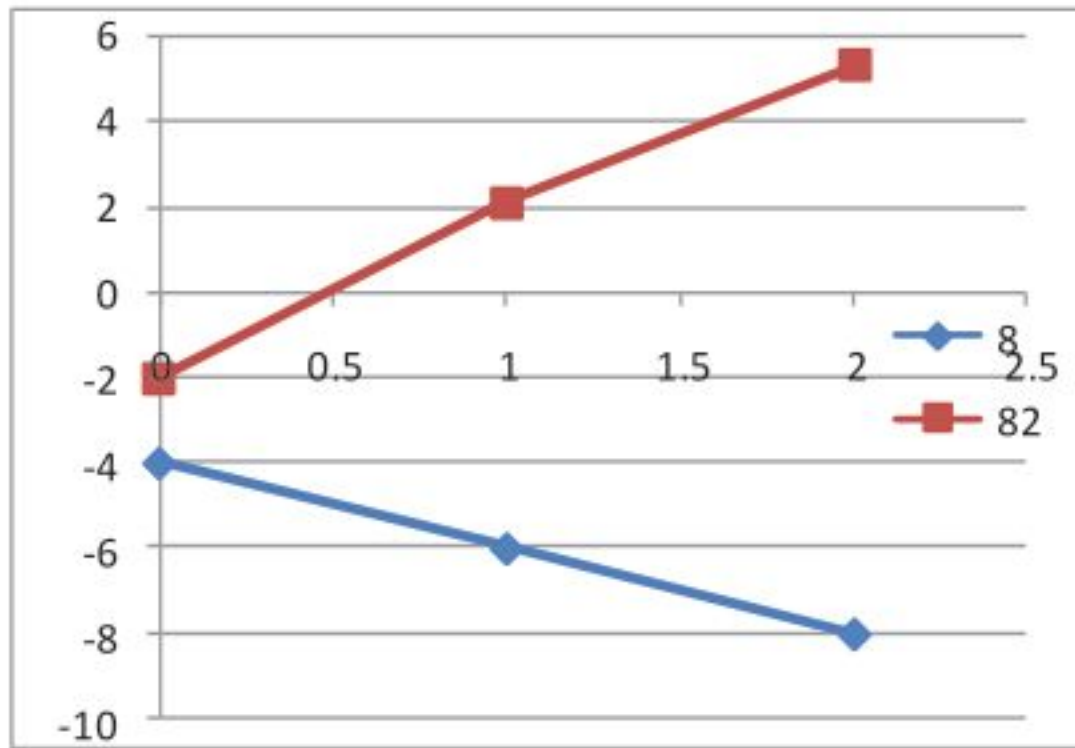
$$٣\text{س} + ٣\text{ص} = ٢٤$$



لها عدد لانها من الحلول

متسق وغير مستقل

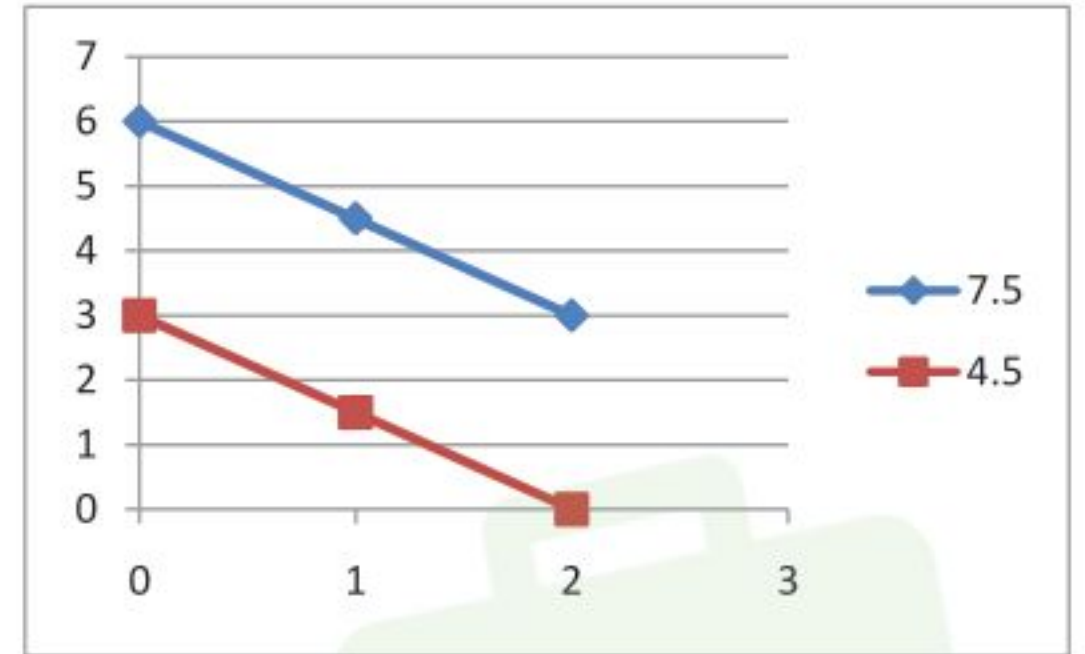
$$\begin{aligned} (٨) \quad ٢س + ص &= -٤ \\ ٥س + ٣ص &= -٦ \end{aligned}$$



لها حل واحد وهو $(٨, -٦)$

متسق ومستقل

$$\begin{aligned} (٧) \quad ٣س + ٢ص &= ١٢ \\ ٣س + ٢ص &= ٦ \end{aligned}$$



لا يوجد حل غير متسق

حُلِّ كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

$$(٩) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

$$٢\text{س} + \text{ص} = ١٦$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن } ١٦ = (\text{س} + ٤) + ٢\text{س}$$

$$١٦ = ٤ + \text{س} + ٢\text{س}$$

$$١٢ = ٣\text{س}$$

$$\text{س} = ٤$$

بالتعويض عن س

$$\text{إذن } \text{ص} = ٤ + ٤ = ٨$$

$$\text{ص} = ٨$$

حل النظام هو (٤ ، ٨)

حُلِّ كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

$$(١٠) \text{ ص} - ٢\text{س} = ٣$$

$$\text{س} + \text{ص} = ٩$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن س} + (٣ - ٢\text{س}) = ٩$$

$$\text{س} - ٢\text{س} + ٣ = ٩$$

$$- \text{س} = ٦$$

$$\text{س} = -٦$$

$$\text{بالتعويض س} = -٦$$

$$\text{إذن ص} = ٣ - ٢(-٦) = ١٥$$

$$\text{ص} = ١٥$$

حل النظام هو $(-٦, ١٥)$

$$(١١) \text{ س} + \text{ص} = ٦$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٨$$

من المعادلة الثانية $\text{س} = \text{ص} + ٨$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$\text{إذن } ٦ = \text{ص} + (\text{ص} + ٨)$$

$$\text{ص} + ٨ + \text{ص} = ٦$$

$$٢\text{ص} = ٢ - ٨$$

$$\text{ص} = ١ - ٣$$

بالتعويض عن ص

$$\text{إذن } \text{س} = ٨ + ١ - ٣ = ٦$$

$$\text{س} = ٧$$

حل النظام هو $(٧, ١)$

$$(١٢) \text{ ص} = ٤ - \text{س}$$

$$٦ \text{ س} - \text{ص} = ٣٠$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$٦ \text{ س} - (٤ - \text{س}) = ٣٠$$

$$٦ \text{ س} + \text{س} = ٣٠ + ٤$$

$$٧ \text{ س} = ٣٤$$

$$\text{س} = ٣$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = ٤ - ٣$$

$$\text{ص} = ١$$

حل النظام هو (٣ ، ١)

(١٣) **حديقة الحيوان:** الجدول الآتي يبيّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٢-٥، ٣-٥)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالاً
ب	٤ كبار و٣ أطفال	٢٠٠ ريال

(أ) عرّف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار وثمان التذكرة للأطفال.
(ب) اكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد ثمن كلٍّ من تذرتي الكبار والأطفال.

$$١٨٤ = ٤س + ٢ص$$

$$٢٠٠ = ٤س + ٣ص$$

افرض $س$ هي ثمن تذكرة الكبار

، $ص$ ثمن تذكرة الأطفال

(ج) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

ب طرح المعادلتين $ص = ١٦$

بالتعويض في المعادلة الأولى $١٨٤ = ٤س + ٣٢$

$$٧٦ = س$$

يعني أن ثمن تذكرة الكبار ٧٦ ريال

و ثمن تذكرة الأطفال ١٦ ريال

(د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار و ٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

$$\text{تكلفة دخول الكبار} = ٧٦ \times ٣ = ٢٢٨ \text{ ريال}$$

$$\text{تكلفة دخول الأطفال} = ١٦ \times ٥ = ٨٠ \text{ ريال}$$

$$\text{تكلفة الدخول} = ٢٢٨ + ٨٠ = ٣٠٨ \text{ ريال}$$

(١٤) **اختيار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالاً، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمان قطعة المصاص ريالاً، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

(أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

(ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

(ج) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

(د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص.

الإجابة: (ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص

حلّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

$$(١٥) \quad \begin{cases} \text{س} + \text{ص} = ٩ \\ \text{س} - \text{ص} = ٣ \end{cases}$$

بجمع المعادلتين

$$٢\text{س} = ٦$$

$$\text{س} = ٣$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$٩ = \text{ص} + ٣$$

$$\text{ص} = ٦$$

حل النظام هو (٦، ٣)

$$١٦) \text{ س} + ٣\text{ص} = ١١$$

$$\text{س} + ٧\text{ص} = ١٩$$

ب طرح المعادلة الاولى من المعادلة الثانية

$$٨ = \text{ص}٤$$

$$\text{ص} = ٢$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الاولى

$$\text{س} + ٦ = ١١$$

$$\text{س} = ٥$$

حل النظام هو (٥ ، ٢)

$$١٧) ٩س - ٤ص = ٦$$

$$٣س + ٤ص = ١٠$$

بقسمة المعادلة الأولى على ٣

$$٣س - ٨ص = ٢ \quad \leftarrow ٣$$

ب طرح المعادلة ٣ من المعادلة ٢

$$١٢ص = ١٢$$

$$ص = ١$$

بالتعويض عن ص في المعادلة ٢

$$٣س + ٤ \times ١ = ١٠$$

$$٣س = ٦$$

$$س = ٢$$

حل النظام هو (٢ ، ١)

$$\begin{aligned} (18) \quad 5s - 2v &= 11 \\ 5s - 7v &= 1 \end{aligned}$$

بجمع المعادلتين

$$-5v = 10$$

$$v = 2$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$5s - 2 \times 7 = 1$$

$$5s = 15$$

$$s = 3$$

حل النظام هو (٣ ، ٢)



حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

٤-٥

تحقق من فهمك 

$$(أ) \quad 6س - 2ص = 10$$

$$3س - 7ص = -19$$

اضرب المعادلة الثانية في -٢

$$-6س + 14ص = 38$$

$$6س - 2ص = 10$$

$$12ص = 48$$

$$ص = 4$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$6س - (4)2 = 10$$

$$6س - 8 = 10$$

$$6س = 18$$

$$س = 3$$

الحل هو: (٣، ٤)



حل نظام من معادلتين خطيتين بالحدف باستعمال الضرب

٤-٥

$$١٣ = ٩ر + ك$$

$$٤- = ٣ر + ٢ك$$

اضرب المعادلة الثانية في -٣

$$-١٢ = ٦ك - ٩ر$$

$$\underline{١٣ = ٩ر + ك}$$

$$-٢٥ = ٥ك - ٩ر$$

$$ك = -٥$$

عوض عن ك في إحدى المعادلات

$$١٣ = ٩ر + (-٥)$$

$$١٨ = ٩ر$$

$$٢ = ر$$

الحل هو: (٢، -٥)

أحيانًا نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل نظام المعادلتين.

ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل النظام الآتي مستعملًا الحذف:

$$4س + 2ص = 8$$

$$3س + 3ص = 9$$

الطريقة ١: حذف المتغير س.

$$4س + 2ص = 8$$

$$3س + 3ص = 9$$

اضرب بـ ٣
اضرب بـ ٤

$$12س + 6ص = 24$$

$$(+)\ 12س - 12ص = 36$$

اجمع

تم حذف المتغير س

$$-6ص = 12$$

اقسم كلا الطرفين على -٦

$$\frac{-6ص}{-6} = \frac{12}{-6}$$

بسط

$$ص = 2$$

الآن عوض عن ص بـ ٢ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

المعادلة الثانية

$$3س + 3ص = 9$$

عوض عن ص بـ ٢

$$9 = 3(2) + 3ص$$

بسط

$$9 = 6 + 3ص$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$3 = 3ص$$

اقسم كل طرف على ٣

$$\frac{3}{3} = \frac{3ص}{3}$$

الحل (٢، ١)

$$س = 1$$

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

$$4س + 2ص = 8$$

$$3س + 3ص = 9$$

اضرب بـ ٣
اضرب بـ ٢

$$12س + 6ص = 24$$

$$(+)\ 6س - 6ص = 18$$

تم حذف المتغير ص

$$6س = 6$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$\frac{6س}{6} = \frac{6}{6}$$

بسط

$$س = 1$$

والآن عوض عن س بـ ١ بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الثانية

$$3س + 3ص = 9$$

عوض عن س بـ ١

$$9 = 3(1) + 3ص$$

بسط

$$9 = 3 + 3ص$$

اطرح ٣ من كلا الطرفين، ثم بسط

$$6 = 3ص$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{6}{3} = \frac{3ص}{3}$$

بسط

$$ص = 2$$

الحل هو (٢، ١) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

تحقق: عوض عن س بـ (١)، وعن ص بـ ٢ في المعادلة الأولى

المعادلة الأصلية

$$4س + 2ص = 8$$

عوض عن (س، ص) بـ (٢، ١).

$$8 \stackrel{?}{=} 4(2) + 2(1)$$

اضرب

$$8 \stackrel{?}{=} 8 + 2$$

اجمع

$$8 = 8 \quad \checkmark$$

$$(12) \quad 5س - 3ص = 6$$

$$2س + 5ص = 10$$

اضرب المعادلة الأولى في 2 والثانية في 5

$$10س - 6ص = 12$$

اطرح المعادلتين

$$10س + 25ص = 50$$

$$- 31ص = 62$$

$$ص = -2$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$5س - 3(-2) = 6$$

$$5س = 0$$

$$س = 0$$

الحل هو: $(0, -2)$

$$2 = 2b + 6a$$

$$8 = 3b + 4a$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣ والثانية في ٢

$$6 = 6b + 18a$$

اطرح المعادلتين

$$16 = 6b + 8a$$

$$10 = 10a$$

$$1 = a$$

عوض عن أ في إحدى المعادلات

$$2 = 2b + (1 - 6)$$

$$8 = 2b$$

$$4 = b$$

الحل هو: $(-1, 4)$

(٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

افترض أن s معدل سرعة الزورق، v سرعة التيار

$$s + v = 4 \quad \leftarrow \quad 1,5s + 1,5v = 6$$

$$(s - v) = 1,5 \quad \leftarrow \quad 1,5s - 1,5v = 4$$

$$3s = 10$$

$$s = 3,3$$

معدل سرعة الزورق = $3,3$ ميل / ساعة.



المثالان ١، ٢

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

$$(١) \quad ٢س - ص = ٤$$

$$٧س + ٣ص = ٢٧$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦س - ٣ص = ١٢$$

اجمع المعادلتين $٧س + ٣ص = ٢٧$

$$١٣س = ٣٩$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢(٣) - ص = ٤$$

$$ص = ٢$$

الحل هو: (٣، ٢)



$$(2) \quad 2س + 7ص = 1$$

$$س + 5ص = 2$$

اضرب المعادلة الثانية في 2

$$2س + 10ص = 4$$

اطرح المعادلتين

$$2س + 7ص = 1$$

$$2س + 10ص = 4$$

$$3ص = 3$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$2س + 7(1) = 1$$

$$2س = -6$$

$$س = -3$$

الحل هو: $(-3, 1)$



$$(3) \quad 4س + 2ص = 14 -$$

$$5س + 3ص = 17 -$$

اضرب المعادلة الأولى في 3 والثانية في 2

$$12س + 6ص = 42 -$$

$$10س + 6ص = 34 - \quad \text{اطرح المعادلتين}$$

$$2س = 8 -$$

$$س = 4 -$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$4(4 -) + 2ص = 14 -$$

$$2ص = 2 -$$

$$ص = 1 -$$

الحل هو: $(-4, 1)$

مثال ٣

(٤) **صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل / ساعة.

افتراض أن سرعة القارب س ، ومعدل سرعة النهر ص

$$10 = 30(s + v) \quad \leftarrow \quad 10 = 30s + 30v$$

$$10 = 40(s - v) \quad \leftarrow \quad 10 = 40s - 40v$$

اضرب المعادلة الأولى في ٤ والثانية في ٣

$$40 = 120s + 120v$$

$$30 = 120s - 120v$$

$$70 = 240s$$

$$s = 0,291$$

معدل سرعة القارب ٠,٢٩١ × ٦٠ = ١٧,٥ ميلاً / ساعة.

المثالان ١، ٢

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٥) \quad س + ص = ٢$$

$$-٣س + ٤ص = ١٥$$

$$س + ص = ٢$$

$$-٣س + ٤ص = ١٥$$

$$٣س + ٣ص = ٦ \quad \leftarrow \quad ٣ \times$$

$$\underline{-٣س + ٤ص = ١٥} \quad \leftarrow$$

$$٧ص = ٢١$$

$$ص = ٣$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$س + ٣ = ٢$$

$$س = ١ -$$

الحل هو: $(٣، ١-)$

$$(6) \text{ س} - \text{ص} = 8$$

$$7\text{س} + 5\text{ص} = 16$$

$$\text{س} - \text{ص} = 8$$

$$7\text{س} + 5\text{ص} = 16$$

$$5\text{س} - 5\text{ص} = 40 \quad \leftarrow \quad 5 \times$$

$$\underline{7\text{س} + 5\text{ص} = 16}$$

$$2\text{س} = 24$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$2 - \text{ص} = 8$$

$$\text{ص} = 6$$

الحل هو: $(2, 6)$

$$(7) \quad 6س + ص = 39$$

$$3س + 2ص = 15$$

$$2س + 2ص = 78 \quad \leftarrow \quad 2 \times$$

$$6س + ص = 39$$

$$\underline{3س + 2ص = 15}$$

$$3س + 2ص = 15$$

$$9س = 63$$

$$س = 7$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$6(7) + ص = 39$$

$$ص = 3$$

الحل هو: $(7, 3)$

$$(٨) \quad ١١ = ٥ص + ٢س$$

$$١ = ٣ص + ٤س$$

$$٢٢ = ١٠ص + ٤س \quad \leftarrow \quad ٢ \times \quad ١١ = ٥ص + ٢س$$

$$\underline{١ = ٣ص + ٤س}$$

$$١ = ٣ص + ٤س$$

$$٢١ = ٧ص$$

$$٣ = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$١١ = ٥(٣) + ٢س$$

$$٤ = ٢س$$

$$٢ = س$$

الحل هو: $(٣, ٢)$

$$(9) \quad 29 = 3س + 4ص$$

$$43 = 6س + 5ص$$

$$174 = 18س + 24ص \quad \leftarrow 6 \times (29 = 3س + 4ص)$$

$$\underline{129 = 18س + 15ص} \quad \leftarrow 3 \times (43 = 6س + 5ص)$$

$$45 = 9ص$$

$$5 = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$29 = 3س + 4(5)$$

$$9 = 3س$$

$$3 = س$$

الحل هو: (3، 5)

$$(١٠) \quad ٨٠ - = ٧ص + ٤س$$

$$٥٨ - = ٥ص + ٣س$$

$$٢٤٠ - = ٢١ص + ٢س \quad \leftarrow \quad ٣ \times \quad ٨٠ - = ٧ص + ٤س$$

$$\underline{٢٣٢ - = ٢٠ص + ٢س} \quad \leftarrow \quad ٤ \times \quad ٥٨ - = ٥ص + ٣س$$

$$٨ - = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٨٠ - = (٨ -)٧ + ٤س$$

$$٢٤ - = ٤س$$

$$٦ - = س$$

الحل هو: $(٦ - , ٨ -)$

$$(11) \quad 2s - 3v = -3$$

$$6s + v = 1$$

$$2s - 3v = -3$$

$$6s + v = 1$$

$$\times 3 \leftarrow$$

$$\underline{2s - 3v = -3}$$

$$0 = 3s$$

$$0 = s$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$v = 1$$

الحل هو: $(0, 1)$



$$(12) \quad 0 = 2s + 4v - 10$$

$$8 = 3s + 10v$$

$$0 = 2s + 4v - 10 \quad \leftarrow \quad 10 \times$$

$$8 = 3s + 10v \quad \leftarrow \quad 4 \times$$

$$\underline{32 = 12s + 40v}$$

$$32 = 32v$$

$$1 = v$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$0 = 2(1) + 4s - 10$$

$$2 = 4s - 10$$

$$s = 5, 0$$

الحل: (1, 5, 0)

المثال ٣

(١٣) نظرية الأعداد: ما العددين اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

افترض العددين s ، v

$$7s + 3v = -1$$

$$7s + 3v = -1$$

$$\underline{3s + 3v = -9}$$

$$3 \times \leftarrow \quad 3 - = v + s$$

$$4s = 8$$

$$s = 2$$

عوض عن s في إحدى المعادلات

$$2 + v = -3$$

$$v = -5$$

الحل هو: $(2, -5)$



(١٤) **كرة قدم:** سجّل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفاً في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتَي الذهاب والإياب؟

عدد أهداف الذهاب س وعدد أهداف الإياب ص

$$س + ص = ١٢ \quad \leftarrow \quad ٣ \times ٣س + ٣ص = ٣٦$$

$$٢س - ٣ص = ٤ \quad \leftarrow \quad ٢س - ٣ص = ٤$$

$$٥س = ٤٠$$

$$س = ٨$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٢ = ص + ٨$$

$$ص = ٤$$

عدد أهداف الذهاب = ٨ أهداف.

عدد أهداف الإياب = ٤ أهداف.



حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف:

$$(15) \quad -2,175 = 0,25ص + 0,4س$$

$$2س + ص = 7,5$$

بالقسمة على 0,25 $-8,7 = ص + 1,6س$

$$2س + ص = 7,5$$

$$-16,2 = 3,6س$$

$$س = 4,5$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$2(4,5) + ص = 7,5$$

$$ص = -1,5$$

الحل هو: $(4,5, -1,5)$



$$(16) \quad 2\frac{3}{4} = ص + 4س$$

$$9\frac{1}{4} = ص + 2س$$

$$2\frac{3}{4} = ص + 4س \quad \leftarrow \quad 4 \times$$

$$9\frac{1}{4} = ص + 2س \quad \leftarrow \quad 4 \times$$

اضرب المعادلة الثانية في ٨

$$ص + 4س = 11$$

$$296 = ص + 96س \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$285 = 95س$$

$$س = 3$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$9\frac{1}{4} = ص + 2س$$

$$9\frac{1}{4} = ص + 2 \times 3$$

$$\frac{1}{4} = ص + 6$$

$$ص = \frac{1}{4} - 6$$

الحل هو: $(3, \frac{1}{4})$

(١٧) **هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين $2s + v = 6$ ، $2s + v = 9$ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:
 (أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

رأس المثلث هي نقطة التقاطع أي حل المعادلتين

$$2s + v = 6 \quad \leftarrow \quad 2s + v = 6$$

$$2s + v = 9 \quad \leftarrow \quad 2 \times \quad 2s + v = 18$$

$$-3s = -12$$

$$s = 4$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

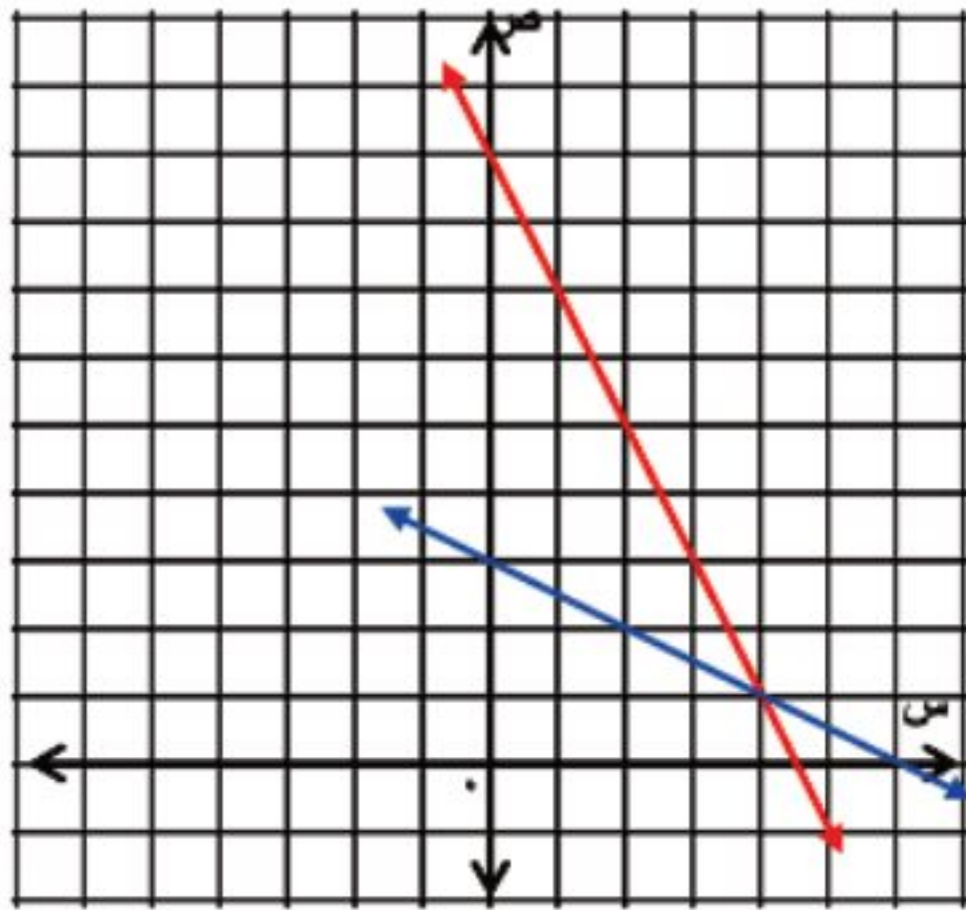
$$9 = v + (4)2$$

$$v = 1$$

$$\text{رأس المثلث} = (4, 1)$$



(ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.



$$س + ٢ص = ٦$$

$$ص = ٣$$

$$\text{عند } س = ٠$$

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٦)

$$٢س + ص = ٩$$

$$ص = ٩$$

$$\text{عند } س = ٠$$

إذن النقطة (٩ ، ٠)

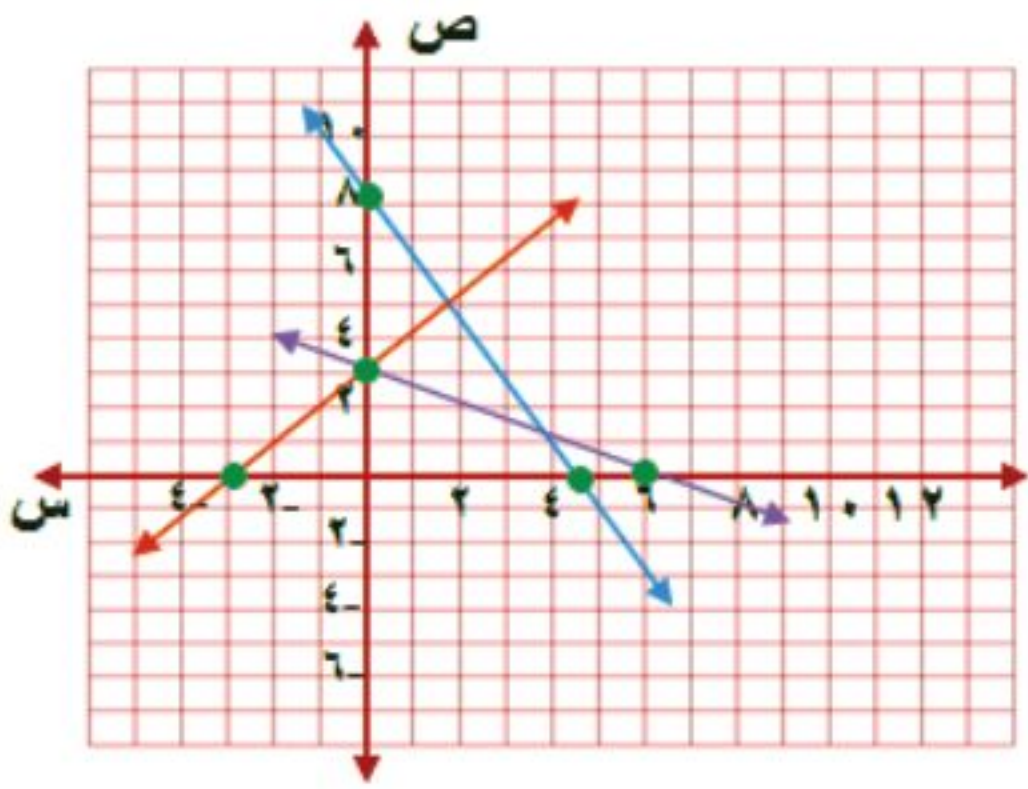
$$\text{عند } ص = ٠$$

$$س = ٤, ٥$$

إذن النقطة (٠ ، ٤, ٥)

(ج) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة $s - v = 3$ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.

$$s - v = 3$$



$$\text{عند } s = 0 \quad v = 3$$

إذن النقطة $(0, 3)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 3$$

إذن النقطة $(3, 0)$

(د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

الرأسين الآخرين للمثلث $(3, 0)$ ، $(0, 2)$.

(١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أفر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجته الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

درجته الصحيحة = ٩٥ درجة.

١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعريف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

عندما تكون إحدى المعادلتين مضاعفة للأخرى.

٢٠) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

حسين	لسعيد
$11 = 7 + 2r$	$11 = 7 + 2r$
$7 - = 9 - r$ (-)	$7 - = 9 - r$
$18 = r$	$11 = 7 + 2r$
$11 = 7 + 2r$	$14 - = 18 - 2r$ (-)
$11 = 7 + (18)2$	$25 = 25$
$11 = 7 + 36$	$1 = r$
$25 - = 7$	$11 = 7 + 2r$
$\frac{25 -}{7} = \frac{7}{7}$	$11 = (1)7 + 2r$
$3,6 - = r$	$11 = 7 + 2r$
الحل (3,6-، 18)	$4 = 2r$
	$\frac{4}{2} = \frac{2r}{2}$
	$2 = r$
	الحل (1، 2)

سعيد، لأنه حذف المتغير r بضرب المعادلة الثانية $\times 2$ ثم طرح. أما حسين فلم

ي طرح المعادلتين بصورة صحيحة.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في -٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

$$٢س - ص = ٨ \times -٣ \leftarrow -٦س + ٣ص = ٢٤$$

$$س - ٣ص = ٩ \leftarrow \underline{س - ٣ص = ٩}$$

$$-٥س = ١٥$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣ - ٣ص = ٩$$

$$-٣ص = ٦$$

$$ص = -٢$$

الحل هو: (٣، -٢)

(٢٢) **تحذّر:** إذا كان حل النظام: $4س + 5ص = 2$ ، $2س - 6ص = 2$ هو $(3، أ)$ ، فأوجد قيمة كل من: $أ$ ، $ب$ موضحة خطوات الحل التي استعملتها.

التعويض عن $س$ و $ص$ بالنقطة $(3، أ)$

$$4س + 5ص = 2$$

$$2 = 12 + 5أ$$

$$10 = 5أ$$

$$2 = أ$$

بالتعويض عن

$$2س - 6ص = 2$$

$$2 - 18 = 2س - 6 \times 2$$

$$-16 = 2س - 12$$

$$-4 = 2س$$

(٢٣) **اكتب:** وضح كيف تحدّد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

حدد المتغير الذي يكون إشارته مختلفة ويمكن أن يتساوي معاملته في

المعادلتين بضرب أحد المعادلتين في عدد معين بحيث يمكن حذفه بجمع

المعادلتين.

(٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي؟

$$2s - 3v = 9$$

$$-s + 3v = 6$$

(أ) (٣، ٣)

(ب) (٣، -٣)

(ج) (-٣، ١)

(د) (-١، ٣)

الإجابة: (ج) (-٣، ١)

$$2s - 3v = 9$$

$$-s + 3v = 6$$

$$3s = 3$$

$$3 + 3v = 9$$

$$3v = 6$$

$$v = 2$$

مراجعة تراكمية

حلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٣-٥)

(٢٦) $6q + h = 7$

$$6q + 3h = 9$$

$$6q + h = 7$$

اطرح المعادلتين

$$6q + 3h = 9$$

$$-2h = 2$$

$$h = -1$$

عوض عن h في إحدى المعادلات

$$6q + (-1) = 7$$

$$6q = 8$$

$$q = 1$$

الحل هو: (-١، ١)

(٢٥) احتمال: بيّن الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣؟

النتائج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{1}{5}$

الإجابة (ب) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

$$(27) \quad 5س + 3ك = 9 -$$

$$3س + 3ك = 3 -$$

$$5س + 3ك = 9 -$$

$$\underline{3س + 3ك = 3 -}$$

$$2س = 6 -$$

$$س = 3 -$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$3س + 3ك = 3 -$$

$$6ك = 6$$

$$ك = 2$$

الحل هو: $(2, 3-)$

$$(28) \quad 2س - 4ز = 6$$

$$س - 4ز = 3 -$$

$$2س - 4ز = 6$$

$$س - 4ز = 3 -$$

$$س = 9$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$2(9) - 4ز = 6$$

$$18 - 4ز = 6$$

$$ز = 3$$

الحل هو: $(9, 3)$



حلّ كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانياً: (مهارة سابقة)

$$(29) \quad 8 \geq |5 - m|$$

$$8 \geq 5 - m \quad \text{أو} \quad 8 \leq 5 - m$$

$$m \geq 13 \quad \text{أو} \quad m \leq 3$$

مجموعة الحل: $\{m \mid 3 \leq m \leq 13\}$



$$(30) \quad 5 > |11 + k|$$

$$5 > 11 + k \quad \text{أو} \quad 5 < 11 + k$$

$$k < -6 \quad \text{أو} \quad k > -16$$

مجموعة الحل: $\{k \mid -16 < k < -6\}$



(٣١) $11 < |9 + 2x|$

$11 < 9 + 2x$ $11 > 9 + 2x$

$2 < 2x$ $20 > 2x$

$x < 1$ $x > 10$

مجموعة الحل: $\{x | x < 1 \text{ أو } x > 10\}$



(٣٢) $9 \leq |1 + 2r|$

$9 \leq 1 + 2r$ $9 \geq 1 + 2r$

$8 \leq 2r$ $10 \geq 2r$

$4 \leq r$ $5 \geq r$

مجموعة الحل: $\{r | 4 \leq r \text{ أو } r \geq 5\}$



(٣٣) إذا علمت أن $d(س) = 3س - 1$ ، فما قيمة $d(-٤)$? (مهارة سابقة)

$d(س) = 3س - 1$

$d(-٤) = 3(-٤) - 1$

$1٣ = 1 - 1٢ =$



مهارة سابقة :

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كل مما يأتي:

(٣٤) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

$$م = \frac{1}{2} ل ع$$

(٣٥) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب ٢ في (ط) في نصف القطر (نق).

$$مح = ٢ ط نق$$

(٣٦) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

$$ح = ل ع أ$$



تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

لماذا؟

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

والآن

- أحدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.



قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: $s + 3100 = v$ ، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة $v = \frac{1}{4}s$ حيث s تمثل مسافة السعي، v مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي	حل نظام مكون من معادلتين خطيتين
الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعياً للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معامل أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (-١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادةً تعدُّ أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

$$(أ) \quad 5س + 7ص = 2$$

$$-2س + 7ص = 9$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد.

خطط

بما أن معاملي ص في المعادلتين متساويين، إذاً يمكن استعمال الحذف بالطرح.

حل

$$5س + 7ص = 2$$

$$\underline{-2س + 7ص = 9}$$

$$7س = 7-$$

$$س = 1-$$

عوض عن س في المعادلة الأولى بـ 1-

$$2 = 7ص + (1-)$$

$$7ص = 7$$

$$ص = 1$$

الحل هو: $(1-, 1)$

اب) $3س - 4ص = 10 -$

$5س + 8ص = 2 -$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط

بما أن معاملى المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين لذا استعمل الحذف بالضرب.

حل

اضرب المعادلة الأولى في 2

$6س - 8ص = 20 -$

$5س + 8ص = 2 -$

$11س = 22 -$

$س = 2 -$

عوض عن س $2 - =$ في المعادلة الأولى

$5(2 -) + 8ص = 2 -$

$8ص = 8 -$

$ص = 1 -$

الحل هو: $(-2, 1)$

$$١ \text{ ج) } س - ص = ٩$$

$$٧ = ص + س$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد.

خطط

بما أحد معاملي ص في إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها في المعادلة الأخرى إذا استعمل الحذف بالجمع.

حل

$$س - ص = ٩$$

$$٧ = ص + س$$

$$١٦ = س٨$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٧ = ص + (٢)٧$$

$$ص - = ٧$$

الحل هو: (٢، -٧)

$$(د) \quad 5س - ص = 17$$

$$5 = 3س + 2ص$$

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد.

افهم

بما أن معاملي المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيريين، بما أن معامل ص في المعادلة الأولى = 1 إذاً يمكن استعمال التعويض.

خطط

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 5س - 17$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$5 = 3س + 2(5س - 17)$$

$$5 = 3س + 10س - 34$$

$$39 = 13س$$

$$س = 3$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = 5(3) - 17 = 2$$

الحل هو: (3، 2)

(٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

افتراض أن عدد الساعات ص وعدد الأسابيع س

$$ص = ٣س + ٥٠$$

$$ص = ٥س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٥س = ٣س + ٥٠$$

$$٢س = ٥٠$$

$$س = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$ص = ٥س$$

$$ص = ٥ \times ٢٥ = ١٢٥$$

بعد ٢٥ أسبوع تتساوى عدد ساعات التطوع لكلاهما.

مثال ١

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه: عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$(١) \quad ١١ - = ٣ص + ٢س$$

$$٩ = ٥ص - ٨س$$

$$٩ = ٥(٥ -) - ٨س$$

$$١٦ - = ٨س$$

$$٢ = س$$

الحل هو: (٢، ٥)

بما أن معامل ص في المعادلة الثانية واحد استعمل التعويض

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$١ - = ٢س - ص$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$١١ = ٤ + (١ - ٢س) - ٨س$$

$$١١ = ٤ - ٨س - ٢س$$

$$١٥ = ٥س -$$

$$٣ - = س$$

عوض عن س بـ ٣ في المعادلة الثانية

$$١ - = ٢(٣ -) - ص$$

$$٥ = ص$$

الحل هو: (٣، ٥)



$$(3) \quad 3s - 4v = -5$$

$$-3s + 2v = 3$$

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس للآخر اجمع المعادلتين

$$-2v = 2$$

$$v = 1$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$3s - 4(1) = -5$$

$$3s - 4 = -5$$

$$3s = 3$$

$$\text{الحل هو: } (-3, 0, 1)$$



$$(4) \quad 3s + 7v = 4$$

$$5s - 7v = 12$$

بما أن معامل المتغير ص في إحدى المعادلتين معكوس للمعادلة الأخرى

إذاً اجمع المعادلتين

$$8s = 8$$

$$s = 1$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$4 = 3(1) + 7v$$

$$7v = 1$$

$$v = 1$$

الحل هو: $(1, 1)$

مثال ٢

(٥) تسوق: اشترى عبدالله ٤ كراسيات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشترى عبدالرحمن كراسية وحقبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

افترض الكراسيات s والحقائب v

$$٤s + ٣v = ١٨١$$

$$s + ٢v = ٩٤$$

(ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

بما أن معاملات المتغيرات ليس معكوسة ولا مساوية إذاً لا يصلح استخدام الجمع أو الطرح ولكن معامل s في المعادلة الثانية واحد إذاً استعمل التعويض.



ج) حل النظام.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س - 2ص = 94$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$4(-2ص + 94) + 3ص = 181$$

$$-8ص + 376 + 3ص = 181$$

$$-5ص = 195$$

$$ص = 39$$

عوض عن ص في المعادلة

$$س - 2(39) = 94$$

$$س - 78 = 94$$

$$س = 172$$

الحل هو: (39، 172)

إذن ثمن الكراسة 172 ريالاً ، ثمن الحقيبة 39 ريالاً.

مثال ١

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$(٦) \quad \begin{cases} ٣س - ٤ص = ٥ \\ ٣س - ٦ص = ٥ \end{cases}$$

$$٣س - ٦ص = ٥$$

بما أن معامل س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر إذاً اجمع المعادلتين

$$\begin{array}{r} ٣س - ٤ص = ٥ \\ ٣س - ٦ص = ٥ \\ \hline ١٠ص = ١٠ \end{array}$$

$$\underline{٣س - ٦ص = ٥}$$

$$١٠ص = ١٠$$

$$ص = ١$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س - ٤(١) = ٥$$

$$٣س - ٤ = ٥$$

$$\text{الحل هو: } \left(-\frac{١}{٣}, ١ \right)$$

$$(7) \quad 5س + 8ص = 1$$

$$-2س + 8ص = -6$$

بما أن معامل ص في المعادلتين متساوي

إذاً اطرح المعادلتين

$$5س + 8ص = 1$$

$$\underline{-2س + 8ص = -6}$$

$$7س = 7$$

$$س = 1$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$5(1) + 8ص = 1$$

$$8ص = -4$$

$$ص = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

الحل هو: $(1, -\frac{1}{2})$

$$(٨) \text{ ص} + ٤\text{س} = ٣$$

$$\text{ص} - ٤\text{س} = ١$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ ص

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-٤\text{س} + ١ = ٣$$

$$-٤\text{س} = ٢$$

ليس لها حل.

موقع واجباتك

(٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفاً، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفاً عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

افترض أن محافظة خميس مشيط س، محافظة بيشة ص

$$٧٢٠ = ص + س \quad \leftarrow \quad ٧٢٠ = ص + س$$

$$٨٠ = س - ٣ص \quad \leftarrow \quad ٨٠ = س - ٣ص$$

$$٨٠٠ = ٤ص$$

$$٢٠٠ = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٧٢٠ = ٢٠٠ + س$$

$$٥٢٠ = س$$

عدد سكان محافظة خميس مشيط = ٥٢٠ ألف.

عدد سكان محافظة بيشة = ٢٠٠ ألف.

(١٠) آثار: يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

افترض مساحة قصر ابن شعلان س ، مساحة قصر صاهود ص

$$س + ص = ١٣٠٠٠$$

$$\underline{- ٢س + ص = ٤٠٠٠} \quad \text{اطرح المعادلتين}$$

$$٩٠٠٠ = س٣$$

$$س = ٣٠٠٠$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٣٠٠٠ = ص + ٣٠٠٠$$

$$ص = ١٠٠٠٠$$

مساحة قصر ابن شعلان = ٣٠٠٠ متر مربع.

مساحة قصر صاهود = ١٠٠٠٠ متر مربع.



(١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و ٢٥ ريالاً تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علمًا أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

$$\text{ص} = ١٣٢٠٠ + ٢٥\text{س}$$

$$\text{ص} = ٤٠\text{س}$$

$$٤٠\text{س} = ١٣٢٠٠ + ٢٥\text{س}$$

$$١٥\text{س} = ١٣٢٠٠$$

$$\text{س} = ٨٨٠$$

$$٨٨٠ \times ٤٠ = ٣٥٢٠٠ \text{ ريالاً.}$$

عدد النسخ اللازم بيعها لتخطي نقطة التعادل = ٨٨٠ نسخة.

الكتلة المعاد تدويرها (كجم)		المادة
صالح	محمد	
٩	٩	البلاستيك
١١٥	٣٠	الورق

(١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالاً، وصالح على ٥٠ ريالاً مقابل ذلك.

(أ) عين المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

افترض البلاستيك س والورق ص

$$٩س + ٣٠ص = ٣٣$$

$$٩س + ١١٥ص = ٥٠$$

(ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

اطرح المعادلتين

$$-١٧ = ٨٥ص -$$

$$ص = ٢,٠$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٩س + ٣٠(٢,٠) = ٣٣$$

$$٩س = ٢٧$$

$$س = ٣$$

سعر كيلو البلاستيك = ٣ ريالاً.

(١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضاً؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالاً والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالاً، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالاً ثمناً لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

افترض ان عدد الكتب المجلده س والغير مجلده ص

$$٢٩٠ = ٣٠ص + ٤٠س$$

$$٨ = ص + س$$

حل المعادلة بالنسبة لـ ص

$$ص = ٨ - س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٢٩٠ = ٣٠(٨ - س) + ٤٠س$$

$$٢٩٠ = ٢٤٠ - ٣٠س + ٤٠س$$

$$٥٠ = ١٠س$$

$$٥ = س$$

عدد الكتب المجلدة = ٥ كتب.

(١٤) **قيادة سيارات:** قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومترًا، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة $(\frac{3}{4}ر)$ كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

المعادلة ١

$$١ن \times ر = ٩٠$$

$$٢ن \times ر \frac{٣}{٤} = ٩٠$$

$$٢ن \times ر = \frac{٤}{٣} \times ٩٠$$

المعادلة ٢

$$٢ن \times ر = ١٢٠$$

المعادلة ١ + ٢

$$(٢ن + ١ن)ر = ٢١٠$$

$$١,٧٥ \times ر = ٢١٠$$

الذهاب

$$ر = ١٢٠ \text{ كلم/ساعة}$$

العودة

$$ر = ١٢٠ \times \frac{٣}{٤} = ٩٠ \text{ كلم/ساعة}$$

(١٥) مسألة مفتوحة: كَوْن نظامًا من معادلتين يمثل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسّر معناه.

اشترك ٢٠٠ طالب من الصف الثالث في النشاط الصيفي وكان مثلي طلاب النشاط الفني يزيد عن ثلاثة أمثالي مشترك في النشاط الرياضي بـ ١٥ طالب فكم عدد المشتركين في كل نشاط؟

$$س + ص = ٢٠٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٥$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦س + ٣ص = ٦٠٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٥$$

$$٦١٥ = ٥س$$

$$١٢٣ = س$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٢٠٠ = ص + ١٢٣$$

$$٧٧ = ص$$

عدد طلاب النشاط الفني = ١٢٣ طالب.

عدد طلاب النشاط الرياضي = ٧٧ طالب.

(١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو (١-، ٧)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

عليك أن تتحقق دائماً من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة.

فالحل (٧ ، ١ -) غير صحيح؛ لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالباً. لذا يجب

إعادة الحل.

(١٧) **تحذُّر:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$٤س + ص = ١٣$$

$$٦س - ص = ٧$$

الطريقة الأولى:

بما ان معامل ص في كلا المعادلتين متعاكسين إذن يمكن جمع المعادلتين

$$٤س + ص = ١٣$$

$$٦س - ص = ٧$$

$$١٠س = ٢٠$$

$$س = ٢$$

$$٦س - ص = ٧$$

$$ص = ٥$$

إذن الحل (٢ ، ٥)

الطريقة الثانية:

بما أن معامل ص في المعادلة الأولى ويمكن استخدام التعويض

$$ص = -٤س + ١٣$$

عوض في المعادلة الثانية

$$٦س - (١٣ - ٤س) = ٧$$

$$٦س + ٤س - ١٣ = ٧$$

$$١٠س = ٢٠$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

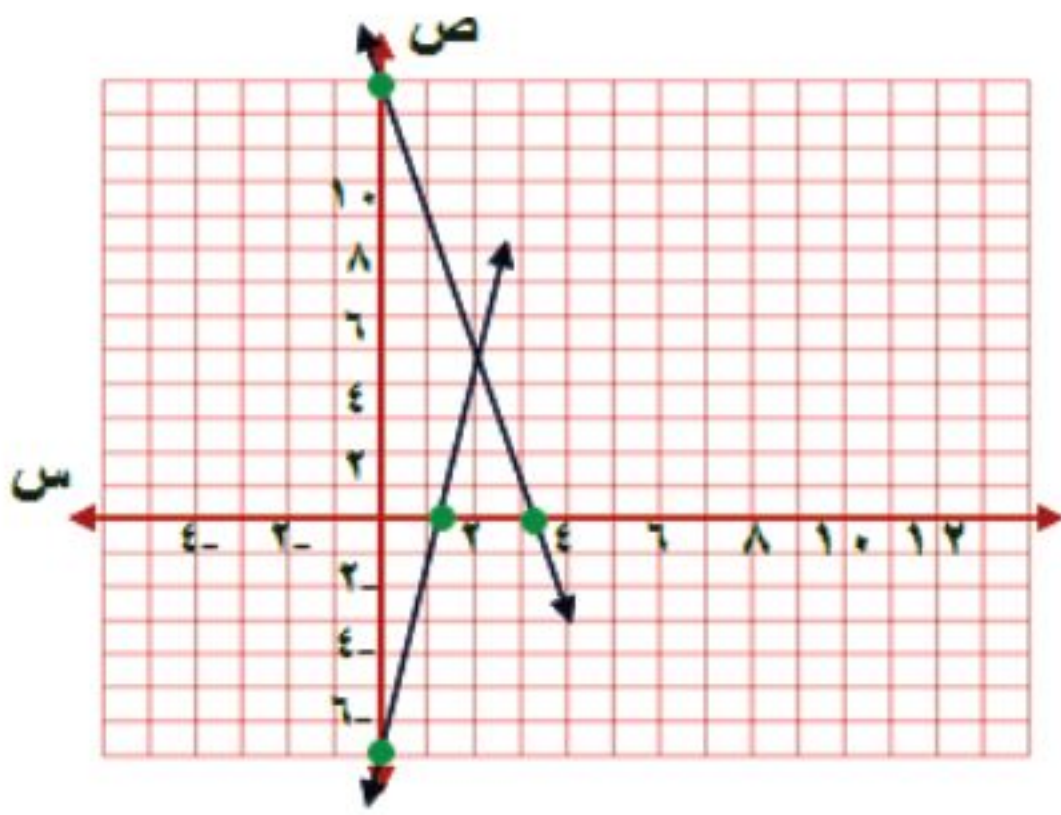
$$ص = -٤(٢) + ١٣$$

$$ص = ٥$$

الحل هو: (٢، ٥)



الطريقة الثالثة بيانياً:



$$٤س + ص = ١٣$$

$$\text{عند } س = ٠$$

$$ص = ١٣$$

إذن النقطة (١٣ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$س = ٣,٢٥$$

إذن النقطة (٠ ، ٣,٢٥)

$$٦س - ص = ٧$$

$$\text{عند } س = ٠$$

$$ص = ٧-$$

إذن النقطة (٧- ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$س = ١,٢$$

إذن النقطة (٠ ، ١,٢)

نقطة التقاطع (٥ ، ٢)

(١٨) اكتب سؤالاً: يدعي أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادعاء.

هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على

الصورة

$$ص = م س + ب؟$$

(١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{aligned} س - ص &= ٣ \\ س + \frac{١}{٣} ص &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -س + ص &= ٠ \\ ٥س = ٢ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص = س - ٤ \\ ص = \frac{٢}{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص = س + ١ \\ ص = ٣س \end{aligned}$$

النظام المختلف هو النظام الثاني؛ لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظاماً من معادلتين خطيتين.

(٢٠) اكتب: وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

يكون التمثيل البياني أمثل طريقة للحل في حالة طلب تقدير للحل أي غير دقيق لأنه في الغالب إجابته غير دقيقة.

أما في حالة الطريقة الجبرية يكون في حالة طلب الإجابة دقيقة فيكون الحل بإحدى طرق الحذف الجمع أو الطرح أو الضرب على حسب معادلات النظام.



(٢١) إذا كان $٥س + ٣ص = ١٢$ ، $٤س - ٥ص = ١٧$. فما قيمة $ص$ ؟

- (أ) ١ (ب) ٣ (ج) ١ (د) ٣

الإجابة (أ) - ١

بالضرب في ٤ $٥س + ٣ص = ١٢$

بالضرب في ٥ $٤س - ٥ص = ١٧$

$$٤٨ = ٢٠س + ١٢ص$$

$$٨٥ = ٢٠س - ٢٥ص$$

طرح المعادلتين

$$٣٧ص = ٣٧$$

$$ص = ١$$

(٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلاً له؟

(د) $٥س - ١٥ = ٣ص$
 $١٨ + ٢س = ١٥ص$

(ج) $٥س - ١٥ = ٣ص$
 $٧ + ٢س = ١٥ص$

(ب) $١١ + ٣س = ٢ص$
 $٥ - ٤س = ٣ص$

(أ) $١١ + ٣س = ٢ص$
 $٩ - ٥س = ٣ص$

الإجابة (أ) $١١ + ٣س = ٢ص$

$$٩ - ٥س = ٣ص$$

$$١١ + ٣س = ٢ص$$

$$٩ - ٥س = ٣ص$$

$$٩ - ٥س = ٣(١١ + ٣س)$$

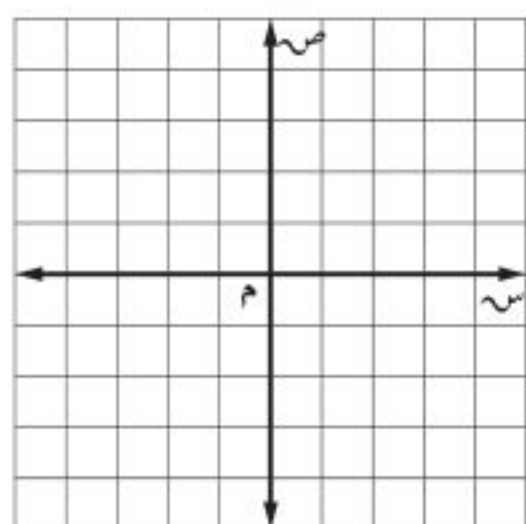
$$٩ - ٥س = ٣٣ + ٩ص$$

$$٤٢ = ١٤س - ٢٤ص$$

$$٣ = ٣ص$$

$$١١ + ٩ = ٢ص$$

$$٢ = ٢ص$$





حلّ كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

$$(23) \quad س + ص = 3$$

$$3س - 4ص = 12$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$س = 3 + ص$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$3(-ص + 3) - 4ص = 12$$

$$-3ص + 9 - 4ص = 12$$

$$-7ص = 3$$

$$ص = -\frac{3}{7}$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$س = 3 + (-\frac{3}{7}) = \frac{18}{7}$$

الحل هو: $(\frac{18}{7}, -\frac{3}{7})$

$$(٢٤) \quad ٠ = ٤س + ٢ص$$

$$١٦ = ٣ص - ٢س$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$٠ = ٤س + ٢ص \quad \leftarrow \quad ٠ = ٤س + ٢ص$$

$$٣٢ = ٦ص - ٤س \quad \leftarrow \quad ١٦ = ٣ص - ٢س$$

$$٣٢ = ٤ص -$$

$$٨ = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$١٦ = ٣(٨) - ٢س$$

$$٨ = ٢س$$

$$٤ = س$$

الحل هو: $(٨, ٤)$

$$(٢٥) \quad ١٠ = ٤س + ٢ص$$

$$٧ = ٥س - ٣ص$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$٤س + ٢ص = ١٠ \quad \times ٣$$

$$١٢س + ٦ص = ٣٠$$

$$٥س - ٣ص = ٧ \quad \times ٢$$

$$١٠س - ٦ص = ١٤$$

$$٢٢س = ٤٤$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٠ = ٤(٢) + ٢ص$$

$$٢ص = ٢$$

$$ص = ١$$

الحل هو: (٢، ١)



(٢٦) حل المتباينة: $|س - ٢| \geq ٣$. (مهارة سابقة)

$$س - ٢ \geq ٣ \quad س - ٢ \leq -٣$$

$$س \geq ٥ \quad س \leq -١$$

مجموعة الحل: $\{س \mid س \geq ٥ \text{ أو } س \leq -١\}$

حل كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

(٢٧) $٥ = ٤ت - ٧$

$$٥ = ٤ت - ٧$$

$$٥ + ٧ = ٤ت - ٧ + ٧$$

$$١٢ = ٤ت$$

$$٣ = ت$$

(٢٨) $١٩ = ١٠ + ٣س$

$$١٩ = ١٠ + ٣س$$

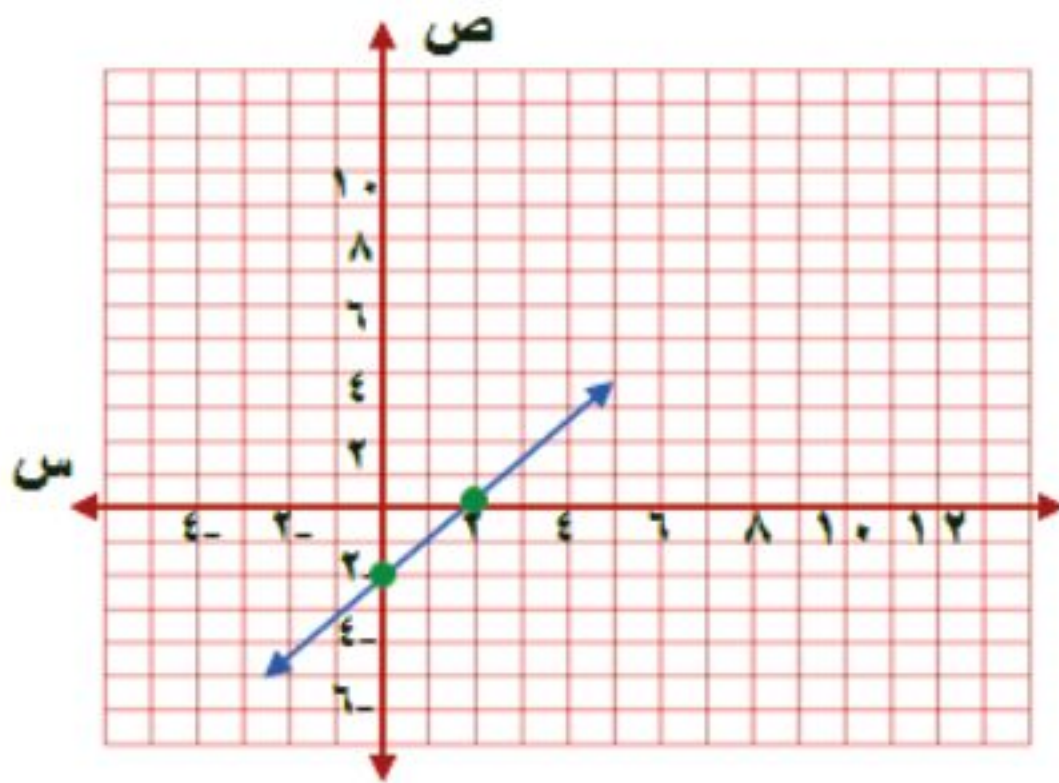
$$١٠ - ١٩ = ١٠ - ١٠ + ٣س$$

$$٩ = ٣س$$

$$٣ = س$$



(٢٩) حل المعادلة: $2s + 4 = 6$ بيانياً. (مهارة سابقة)



$$2s + 4 = 6$$

$$2s + 4 - 4 = 6 - 4$$

$$2s = 2$$

$$2 - 2 = 2 - 2$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

النقطة (٠، ٢)

النقطة (٢، ٠)

$$2 - 2 = 2 - 2$$

$$0 = 0$$

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وحدد عدد حلوله، وإن

كان له حل واحد فاكتبه:

$$(١) \text{ ص} = ٢ \text{ س}$$

$$\text{ص} = ٦ - \text{س}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$

$$\text{ص} = ٦ - \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

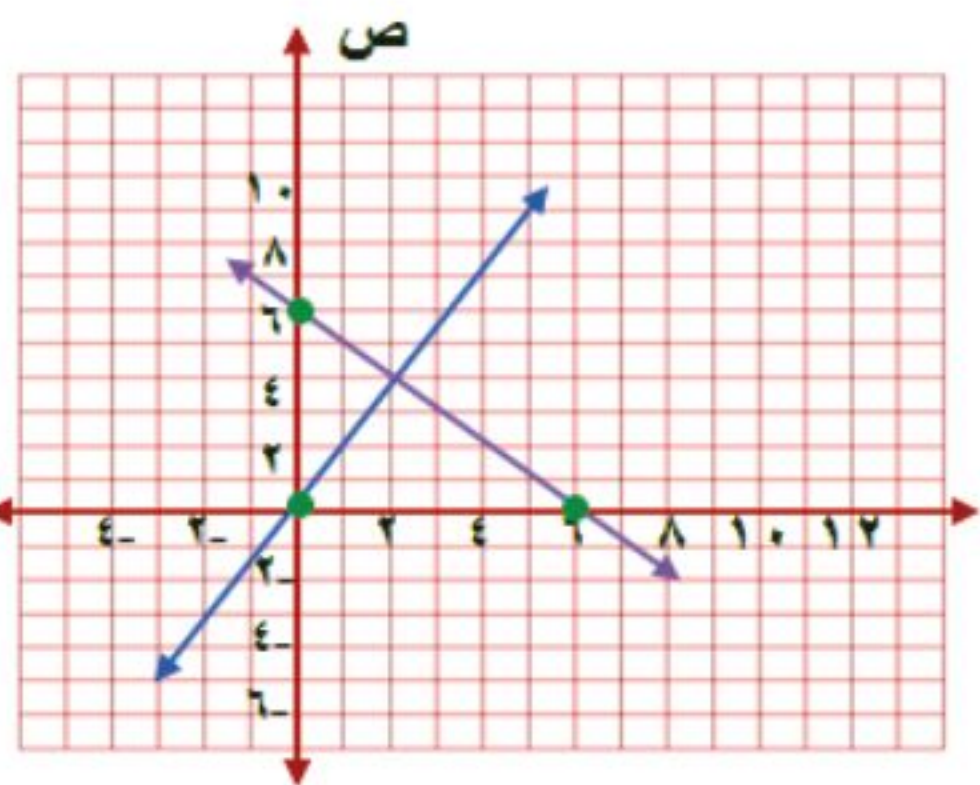
$$\text{إذن النقطة } (٦, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٦)$$

بما أن المستقيمين متقاطعين في نقطة

$$\text{إذاً الحل هو: } (٢, ٤)$$

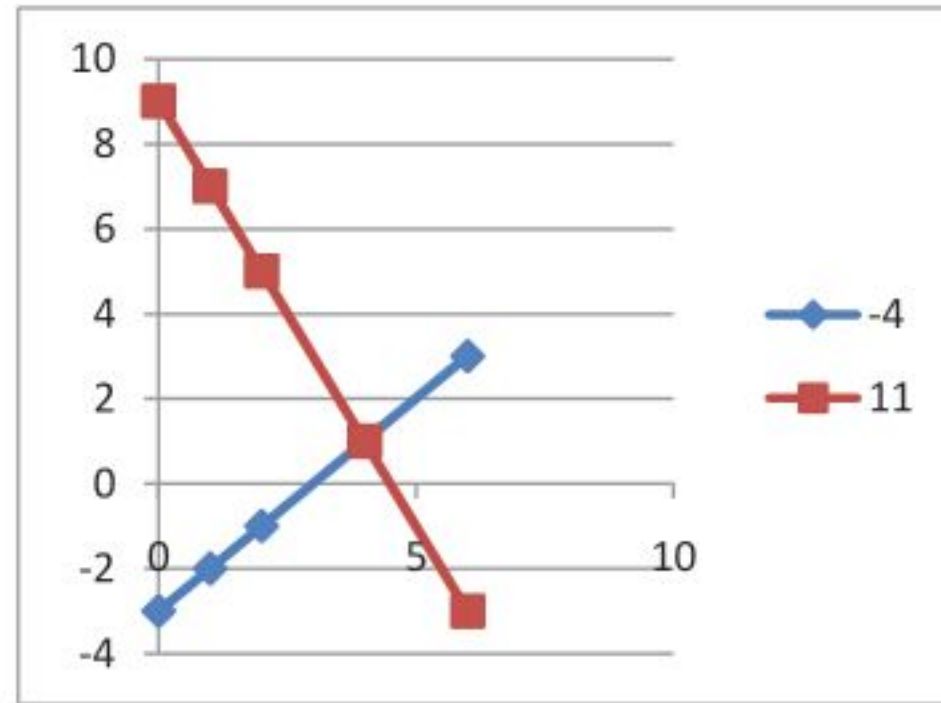


$$\text{ص} = ٠$$

$$\text{س} = ٠$$

$$\text{ص} = ٦$$

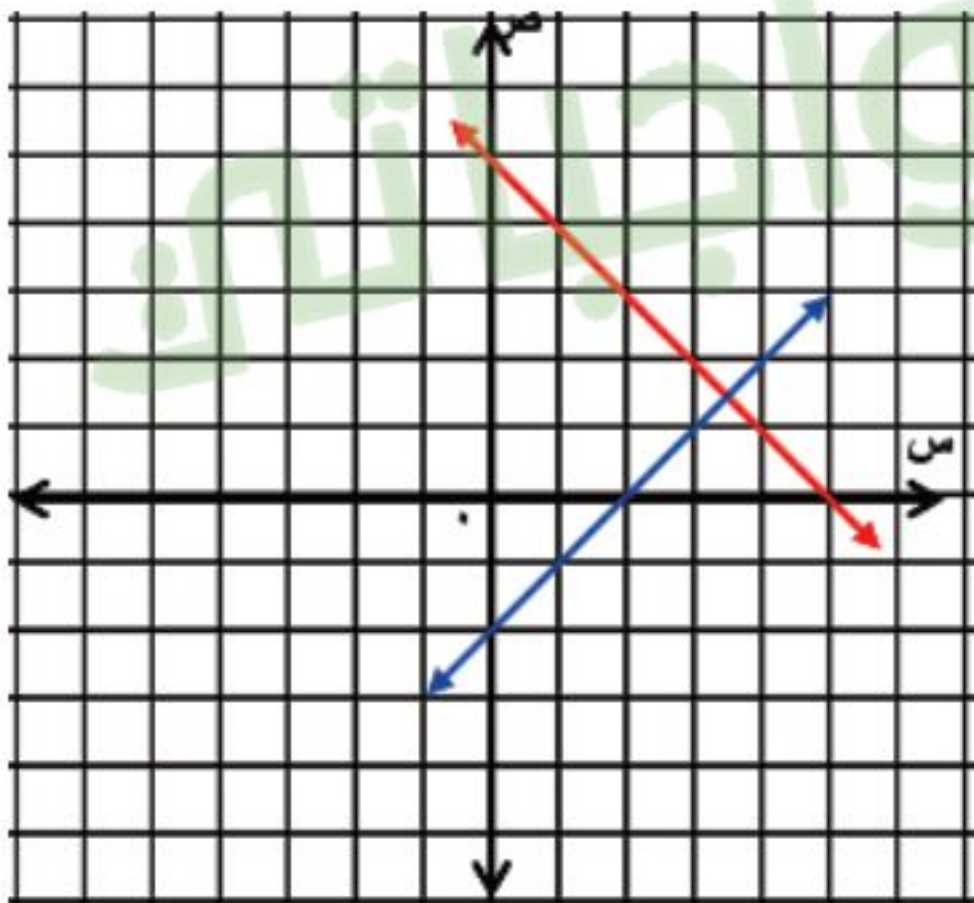
$$\text{س} = ٦$$



$$(2) \text{ ص} = \text{س} - 3$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 9$$

لها حل واحد وهو (٣ ، ٦)



$$\text{ص} = -4$$

$$\text{س} = 4$$

$$\text{ص} = 10$$

$$\text{س} = 10$$

$$(3) \text{ س} - \text{ص} = 4$$

$$\text{س} + \text{ص} = 10$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (٠ ، ٤)

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

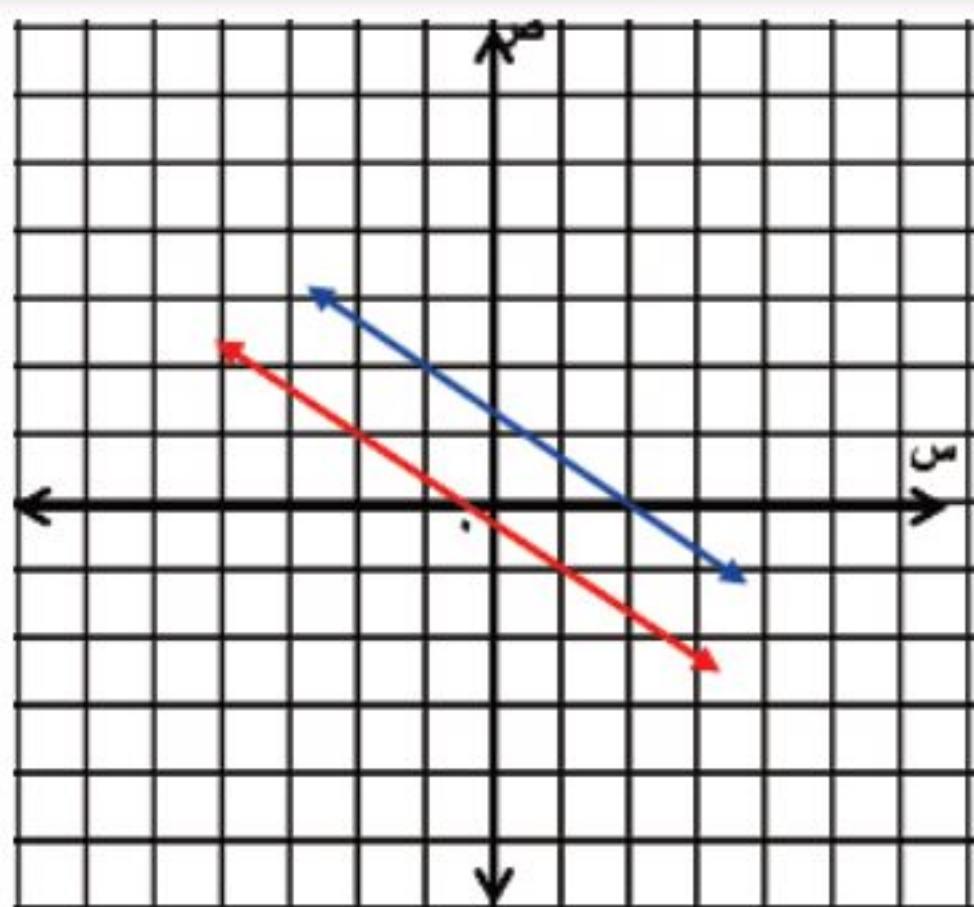
$$\text{س} + \text{ص} = 10$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (١٠ ، ٠)

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (٠ ، ١٠)



$$٤ = ٢س + ٣ص$$

$$١ - = ٢س + ٣ص$$

$$٤ = ٢س + ٣ص$$

$$ص = \frac{٤}{٣}$$

$$عند س = ٠$$

$$إذن النقطة (٠, \frac{٤}{٣})$$

$$س = ٢$$

$$عند ص = ٠$$

$$إذن النقطة (٢, ٠)$$

$$١ - = ٢س + ٣ص$$

$$ص = \frac{١}{٣}$$

$$عند س = ٠$$

$$إذن النقطة (٠, \frac{١}{٣})$$

$$س = \frac{١}{٢}$$

$$عند ص = ٠$$

$$إذن النقطة (\frac{١}{٢}, ٠)$$

لا يوجد حل.

حلّ كلّاً من النظامين الآتيين بالتعويض:

$$(٥) \text{ ص} = \text{س} + ٨$$

$$١٠ - = \text{ص} + ٢\text{س}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$١٠ - = ٨ + \text{س} + ٢\text{س}$$

$$١٠ - = ٨ + ٣\text{س}$$

$$١٨ - = ٣\text{س}$$

$$\text{س} = ٦ -$$

عوض في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = ٨ + ٦ -$$

$$\text{ص} = ٢$$

الحل هو: (٦-، ٢)

$$(٦) \text{ س} = -٤\text{ص} - ٣$$

$$٥ = ٣\text{س} - ٢\text{ص}$$

بالتعويض عن س في المعادلة ٢

$$٥ = ٣(-٤\text{ص} - ٣) - ٢\text{ص}$$

$$٥ = ١٢\text{ص} - ٩ - ٢\text{ص}$$

$$١٤ = ١٤\text{ص}$$

$$\text{ص} = ١ -$$

بالتعويض عن ص في المعادلة

$$\text{س} = ٣ - ١ - \times ٤ -$$

$$\text{س} = ١$$

$$\text{س} =$$

حل النظام هو (١، ١-)

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

$$٧) \text{ س} + \text{ص} = ١٣$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٥$$

$$\text{س} + \text{ص} = ١٣$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٥$$

اجمع

$$\text{س} = ١٨$$

$$\text{س} = ٩$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٣ = \text{ص} + ٩$$

$$\text{ص} = ٤$$

الحل هو: (٩، ٤)

$$(٨) \quad ٣س + ٧ص = ٢$$

$$٣س - ٤ص = ١٣$$

$$٣س + ٧ص = ٢$$

اطرح $٣س - ٤ص = ١٣$

$$١١ص = ١١$$

$$ص = ١$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٣س - ٤(١) = ١٣$$

$$٣س + ٤ = ١٣$$

$$٣س = ٩$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ١)

$$(9) \text{ س} + \text{ص} = 8$$

$$\text{س} - 3\text{ص} = -4$$

ب طرح المعادلتين

$$4\text{ص} = 12$$

$$\text{ص} = 3$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} + 3 = 8$$

$$\text{س} = 5$$

حل النظام هو (3, 5)

(10) اختيار من متعدد: ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًا للنظام الآتي؟

$$6\text{س} - 4\text{ص} = 6$$

$$-6\text{س} + 3\text{ص} = 0$$

(ج) (1, 0)

(أ) (5, 6)

(د) (4, -8)

(ب) (-3, -6)

$$6\text{س} - 4\text{ص} = 6$$

$$-6\text{س} + 3\text{ص} = 0$$

$$- \text{ص} = 6$$

$$\text{ص} = -6$$

$$6\text{س} + 24 = 6$$

$$6\text{س} = -18$$

$$\text{س} = -3$$

الإجابة (ب) (-3, -6)

(١٢) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار، فعرف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

الطول (ل)



العرض (ع)

افترض أن الطول س والعرض ص

$$س = ٢ص - ٣$$

$$٤٢ = ٢ص + ٢س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٤٢ = ٢ص + (٣ - ٢ص)٢$$

$$٤٢ = ٢ص + ٦ - ٤ص$$

$$٤٨ = ٢ص$$

$$ص = ٨$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$س = ٢(٨) - ٣$$

$$س = ١٣$$

طول الحديقة = ١٣ متر وعرضها = ٨ متر.

(١١) **تسوق:** اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالاً. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالاً، وثمان المجلة ٢٠ ريالاً، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

افترض أن عدد الكتب س وعدد المجلات ص

$$٨ = ص + س$$

$$١٧٥ = ٢٥س + ٢٠ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$٨ - ص = س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$١٧٥ = ٢٥(٨ - ص) + ٢٠ص$$

$$١٧٥ = ٢٠٠ - ٢٥ص + ٢٠ص$$

$$٢٥ - ٢٥ص = ٢٠٠ - ١٧٥$$

$$٥ = ٥ص$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٨ + ٥ = س$$

$$س = ٣$$

عدد الكتب = ٣، عدد المجلات = ٥

(١٣) **مجلات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.

افترض المجلة الرياضية س والمجلة العلمية ص

$$س + ص = ٢٤$$

اجمع

$$٢س - ص = ٦$$

$$٣س = ٣٠$$

$$س = ١٠$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٢٤ = ص + ١٠$$

$$ص = ١٤$$

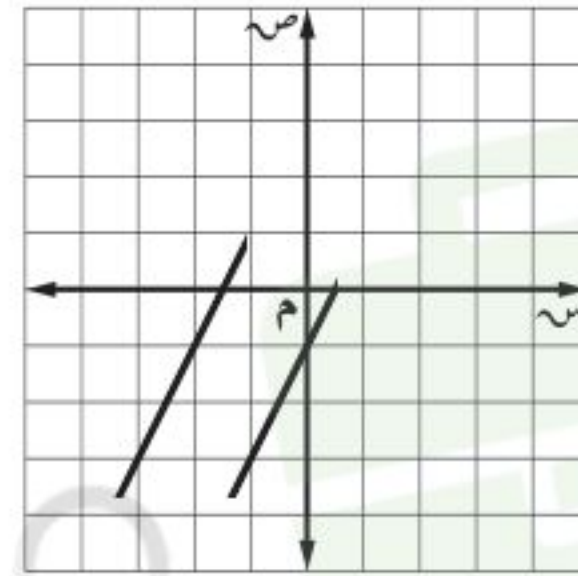
عدد نسخ المجلة الرياضية = ١٠ نسخ.

عدد نسخ المجلة العلمية = ١٤ نسخة.

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

(١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانياً؟



(أ) متسق

(ب) متسق ومستقل

(ج) متسق وغير مستقل

(د) غير متسق

بما أن المستقيمان متوازيان (الإجابة د) غير متسق.

(٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$\text{ص} = 4\text{س} - 7$$

$$\text{س}^3 - 2\text{ص} = 1$$

(أ) (٥، ٣)

(ب) (١، ٤)

(ج) (٢، ٥)

(د) (٢، ٦)

الإجابة: (أ) (٥، ٣)

$$\text{ص} = 4\text{س} - 7$$

$$\text{س}^3 - 2\text{ص} = 1$$

$$\text{س}^3 - 2(4\text{س} - 7) = 1$$

$$\text{س}^3 - 8\text{س} + 14 = 1$$

$$\text{س}^3 - 8\text{س} = -13$$

$$\text{س}^3 - 8\text{س} = -13$$

$$\text{س} = 3$$

$$\text{ص} = 12 - 7$$

$$\text{ص} = 5$$

اختيار من متعدد

(٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$٣س - ٨ص = ٥٠$$

$$٣س - ٥ص = ٣٨$$

(أ) $(\frac{٣}{٢}, \frac{٥}{٨})$

(ب) $(٤, ٦-)$

(ج) $(\frac{٤}{٩}, \frac{٢}{٧}-)$

(د) $(٩, ٤)$

الإجابة: (ب) $(٤, ٦-)$

$$٣س - ٨ص = ٥٠$$

$$٣س - ٥ص = ٣٨$$

بالطرح

$$١٢- = ٣ص$$

$$٤ = ص$$

$$٣س - ٢٠ = ٣٨$$

$$٣س = ١٨$$

$$٦- = س$$

(٤) ما حل المتباينة: $٢س \leq ٦$ ؟

(أ) $٣ \leq س$

(ب) $٣ \leq س$

(ج) $٣ \geq س$

(د) $٣- \geq س$

الإجابة (أ) $٣ \leq س$

(٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$٣س + ٢ص = ٢$$

$$٢س - ٢ص = ١٨$$

(أ) $(٣, ١)$

(ب) $(٤, ٧)$

(ج) $(٥, ٤-)$

(د) $(٣-, ٢-)$

الإجابة (ج) $(٥, ٤-)$

$$٣س + ٢ص = ٢$$

$$٢س - ٢ص = ١٨$$

$$٥س = ٢٠$$

$$٤ = س$$

$$٢س + ١٢- = ٢$$

$$١٠ = ٢ص$$

$$٥ = ص$$

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالاً يريدان أن يشتريا بها دفترين وعدداً من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمان قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

أ) ٣

ب) ٤

ج) ٥

د) ٦

الإجابة ب) ٤

نفرض أن أحمد س وشقيقة ص

$$٦س + ٠,٧٥ص = ١٥$$

$$٦ \times ٢ + ٠,٧٥ص = ١٥$$

$$١٢ + ٠,٧٥ص = ١٥$$

$$٠,٧٥ص = ١٥ - ١٢$$

$$ص = ٠,٧٥ \div ٣ = ٤$$

٦) ما حل المتباينة $٥ > ٢س + ٥ > ٧$ ؟

أ) $٠ > س > ٢$

ب) $٥ > س > ٦$

ج) $٠ > س > ٤$

د) $٠ > س > ١$

الإجابة د) $٠ > س > ١$

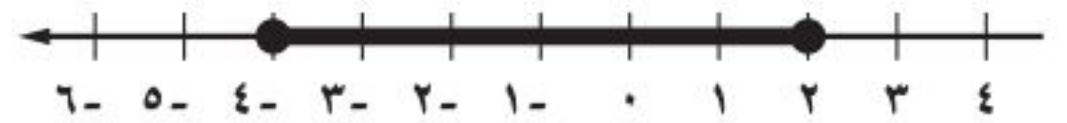
$$٥ > ٢س + ٥ > ٧$$

$$٥ - ٥ > ٢س + ٥ - ٥ > ٧ - ٥$$

$$٠ > ٢س > ٢ \text{ بالقسمة على } ٢$$

$$٠ > س > ١$$

٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني الآتي؟



أ) $٣ > |١ + س|$

ب) $٣ \geq |١ + س|$

ج) $٣ \leq |١ + س|$

د) $٣ < |١ + س|$

أجب عن الأسئلة الآتية:

(٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلومترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلومترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

المسافة الكلية = ١٠٨ كيلومتر، إذا نصفها = ٥٤ كيلومتر.

$$س + ١٢ \leq ٥٤$$

$$س \leq ٤٢$$

قطع عند وصوله للإشارة ٤٢ كيلومتر على الأقل.

(١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا و ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

الثمن بعد الخصم س ، قبل الخصم س + ١٥

$$٤٥ > س + ١٥ > ٨٩$$

$$١٥ - ٤٥ > س - ١٥ > ١٥ - ٨٩$$

$$٣٠ > س > ٧٤$$

يدفع ما بين ٣٠ و ٧٤ ريال.

(١١) عدنان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩، فما العدنان؟

$$س + ص = ٤١$$

اجمع المعادلتين

$$\underline{س - ص = ٩}$$

$$٢س = ٥٠$$

$$س = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٤١ = ص + ٢٥$$

$$ص = ١٦$$

العدنان هما ٢٥، ١٦

(١٢) حُلّ المتباينة $٢س \leq ١٠$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

$$٢س \leq ١٠$$

$$س \leq ٥$$



(١٣) حُلّ المتباينة $|١-س٣| \geq ٨$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

$$٨- \leq ١-س٣$$

$$٨ \geq ١-س٣$$

$$٧- \leq س٣$$

$$٩ \geq س٣$$

$$٢,٣- \leq س$$

$$٣ \geq س$$

$$٣ \geq س \geq ٢,٣-$$



(١٤) حُلّ المتباينة $١ > ٢ك - ٥ \geq ١٣$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

$$١٣ \geq ٥ - ٢ك > ١$$

$$١٣ \geq ٥ - ٢ك$$

$$٥ - ٢ك > ١$$

$$١٨ \geq ٢ك$$

$$٢ك > ٦$$

$$٩ \geq ك$$

$$ك > ٣$$

$$٩ \geq ك > ٣$$



إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

(١٥) **وجبات:** بيِّن الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (ريال)
٣ شطائر ، علبة عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

افترض الشطائر س، العصير ص

$$٣س + ٢ص = ١٣$$

$$٤س + ص = ١٤$$

ب) حُلِّ النظام الذي كتبته، وفسِّره في سياق المسألة.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص - ٤س + ١٤ =$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٢(-٤س + ١٤) = ١٣ \quad \text{بسط}$$

$$٣س - ٨س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ - ٢٨ = ١٣ - ٢٨ \quad \text{اطرح ٢٨ من الطرفين}$$

$$-٥س = -١٥ \quad \text{اقسم الطرفين على -٥}$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$ص - ٤(٣) + ١٤ =$$

$$ص - ١٢ + ١٤ = ٢$$

إذاً ثمن الشطيرة الواحدة = ٣ ريال.

وثنم العصير الواحد = ٢ ريال.

ج) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

المبلغ = (عدد الشطائر × ثمن الشطيرة) + (عدد العصير × ثمن الواحد)

$$= (٢ × ٣) + (١ × ٢)$$

$$= ٦ + ٢$$

$$= ٨ \text{ ريال.}$$