المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٤ - ٢٠٢٢

يُوزع مجانا ولا يُباع

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٤٣هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

وزارة التعليم

الرياضيات - الصف الثالث المتوسط - التعليم العام - الفصل الدراسي الثاني / وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٤٣هـ .

١٤٣ص ؛ ٢١ X ٢٧,٥ سم

ردمك : ٥-٢٥٠-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

١ ـ الرياضيات ـ تعليم - السعودية ٢ ـ التعليم المتوسط ـ السعودية

ـ كتب دراسية. أ.العنوان

ديوي ٧,٥١٠ **١٤٤٣/١٣١٢٢**

رقم الإيداع : ١٤٤٣/١٣١٢٢

ردمك :٥-٢٥٠-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"

IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي

FB.T4EDU.COM

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

الفصل ٧
التحليل والمعادلات التربيعية

فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحدّ وكثيرات الحدود.

والآن

- أحلّل وحيدات الحدّ.
- أحلّل ثلاثيات الحدود.
- أحلّل الفرق بين مربعين.
- أحلّ معادلات تربيعية.

لماذا؟

هندسة عمارة: يمكن استعمال المعادلات التربيعية لنماذج إنشاءات هندسية كأقواس مداخل بعض المباني الضخمة مثل مدخل مطار الملك خالد الدولي في الرياض.

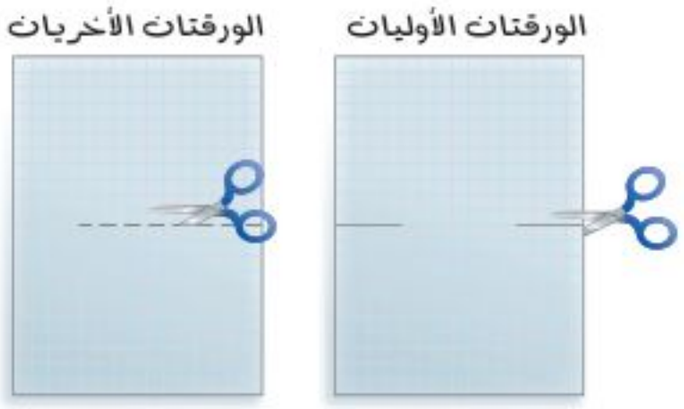
المفردات:

- الصيغة التحليلية ص (١٠٠)
- تحليل كثيرة الحدود ص (١٠٤)
- المعادلة التربيعية ص (١١٥)
- كثيرة الحدود الأولية ص (١٢٣)

المطويات منظم أفكار

التحليل والمعادلات التربيعية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول التحليل والمعادلات التربيعية، مبتدئًا بأربع أوراق مربعات.

١ **اطو** الأوراق الأربعة من المنتصف عرضيًّا، وقصَّ ٥ سم بدءًا من طرفي خط الطي لأول ورقتين، وقصّ الورقتين الأخريين من المركز، وتوقّف على بعد ٥ سم من طرفيها.



٢ **أدْخل** الورقتين الأوليين خلال الورقتين الأخريين، وسمِّ الورَقة الأولى "التحليل والمعادلات التربيعية"، وسمِّ الصفحات الأخرى بأرقام الدروس، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٧

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٥)

١) أ(أ + ٥)

$$أ(أ + ٥) = (أ \times أ) + (أ \times ٥)$$
$$= أ^{٢} + ٥أ$$

---

٢) ٢(٣ + س)

$$٢(٣ + س) = (٢ \times ٣) + (٢ \times س)$$
$$= ٦ + ٢س$$

---

٣) ن(ن − ٣ن^{٢} + ٢)

$$ن(ن - ٣ن^{٢} + ٢) = (ن \times ن) + ن(-٣ن^{٢}) + ن(٢)$$
$$= ن^{٢} - ٣ن^{٣} + ٢ن$$

---

٤) −٦(س^{٢} − ٥س + ٦)

$$-٦(س^{٢} - ٥س + ٦) = -٦(س^{٢}) - ٦(-٥س) - ٦(٦)$$
$$= -٦س^{٢} + ٣٠س - ٣٦$$

---

٥) **مال:** ذهب خمسة أصدقاء إلى متنزه ترفيهي، فاشترى كل منهم بطاقة دخول بِـ ٩ ريالات، وعلبة عصير بـ ٣ ريالات، وشطيرة بـ ٦ ريالات. فاكتب عبارة تمثّل المبلغ الإجمالي الذي دفعوه جميعًا.

$$٥ \times (٩ + ٣ + ٦) = ٩٠ \text{ ريالا}$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٧

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ٦)

٦) (س + ٢)(س − ٥)

(س + ٢) (س − ٥) = س(س) + س(−٥) + ٢(س) + ٢(−٥) طريقة التوزيع بالترتيب

= س^{٢} − ٥س + ٢س − ١٠ اضرب

= س^{٢} − ٣س − ١٠ اجمع الحدود المتشابهة

---

٧) (س + ٤)(س − ١)

(س + ٤) (س − ١) = س(س) + س(−١) + ٤(س) + ٤(−١) طريقة التوزيع بالترتيب

= س^{٢} − س + ٤س − ٤ اضرب

= س^{٢} + ٣س − ٤ اجمع الحدود المتشابهة

---

٨) (٢أ − ٣)(٥أ + ٤)

(٢أ − ٣) (٥أ + ٤) = ٢أ(٥أ) + ٢أ(٤) − ٣(٥أ) − ٣(٤) طريقة التوزيع بالترتيب

= ١٠أ^{٢} + ٨أ − ١٥أ − ١٢ اضرب

= ١٠أ^{٢} − ٧أ − ١٢ اجمع الحدود المتشابهة

---

٩) (٣س − ٤)(س + ٥)

(٣س − ٤) (س + ٥) = ٣س(س) + ٣س(٥) − ٤(س) − ٤(٥) طريقة التوزيع بالترتيب

= ٣س^{٢} + ١٥س − ٤س − ٢٠ اضرب

= ٣س^{٢} + ١١س − ٢٠ اجمع الحدود المتشابهة

---

١٠) (س + ٤)(س + ٧)

(س + ٤) (س + ٧) = س(س) + س(٧) + ٤(س) + ٤(٧) طريقة التوزيع بالترتيب

= س^{٢} + ٧س + ٤س + ٢٨ اضرب

= س^{٢} + ١١س + ٢٨ اجمع الحدود المتشابهة

موقع واجباتي

موقع واجباتي
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٧

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ٦)

١١) (٦أ - ٢ب)(٩أ + ب)

طريقة التوزيع بالترتيب

= ٦أ(٩أ) + ٦أ(ب) - ٢ب(٩أ) - ٢ب(ب)

اضرب

= ٥٤أ^{٢} + ٦أب - ١٨أب - ٢ب^{٢}

اجمع الحدود المتشابهة

= ٥٤أ^{٢} - ١٢ب - ٢ب^{٢}

---

١٢) **مِفْرش مائدة:** مِفْرش مائدة مستطيل الشكل إذا كان طوله (٢س+ ٣)، وعرضه (س+ ١)، فاكتب عبارة تُمثلُ مساحته.

المساحة = (٢س + ٣) (س + ١)

= ٢س(س) + ٢س(١) + ٣(س) + ٣(١)

= ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣

= ٢س^{٢} + ٥ س + ٣

أوجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ٧)

١٣) (٣ - أ)^{٢}

(٣ - أ)^{٢} = (٣ - أ) (٣ - أ)

مربع مجموع حدين

= ٩ - ٦أ + أ^{٢}

---

١٤) (س + ٥)^{٢}

(س + ٥)^{٢} = (س + ٥) (س + ٥)

مربع مجموع حدين

= س^{٢} + ١٠س + ٢٥

موقع واجباتي

موقع واجباتي
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٧

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦ - ٧)

١٥) $(٣س - ٢ص)^{٢}$

$(٣س - ٢ص)^{٢} = (٣س - ٢ص)(٣س + ٢ص)$

$= ٩س^{٢} - ١٢س ص + ٤ص^{٢}$ مربع مجموع حدين

---

١٦) $(٢س + ٥ص)(٢س - ٥ص)$

$(٢س + ٥ص)(٢س - ٥ص) = ٤س^{٢} + ١٠ س ص - ١٠ س ص - ٥ ص^{٢}$

$= ٤س^{٢} - ٢٥ص$ مربع مجموع حدين

---

١٧) تصوير : صورة بُعداها: (س+ ٦) سم، (س- ٦) سم. فما مساحتها؟

المساحة $= (س + ٦)(س - ٦)$

$= (س^{٢} - ٣٦)$ سم^{٢}

مربع مجموع حدين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-٧ تحليل وحيدات الحد

لماذا ؟

تعمل هند قلائد خرز، فإذا كان لديها ٦٠ خرزة فضية اللون، و١٥ خرزة ذهبية اللون، وترغب في أن تحتوي القلادة الواحدة على نوع واحد من الخرز، وفي كلٍّ منها العدد نفسه، وتحوي كلٍّ منها أكبر عدد من الخرز، فستحتاج هند إلى تحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين ٦٠ وَ ١٥

تحليل وحيدات الحدّ: تحليل وحيدات الحدّ يشبه تحليل الأعداد الكلية. وتكون وحيدة الحدّ **بالصيغة التحليلية** إذا عُبّر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأُسّ ١

عند كتابة وحيدة الحد بالصيغة التحليلية نقول: إننا حللنا وحيدة الحد تحليلاً تامًّا.

تحليل وحيدة الحدّ

حلّل: $-٢٠س^{٣}ص^{٢}$ تحليلًا تامًّا.

$-٢٠س^{٣}ص^{٢} = -١ \times ٢٠س^{٣}ص^{٢}$ $\quad -٢٠ = -١ \times ٢٠$

$= -١ \times ٢ \times ١٠ \times س \times س \times س \times ص \times ص$ $\quad ٢٠ = ٢ \times ١٠$، $س^{٣} = س \times س \times س$،

$ص^{٢} = ص \times ص$

$= -١ \times ٢ \times ٢ \times ٥ \times س \times س \times س \times ص \times ص$ $\quad ١٠ = ٢ \times ٥$

لذا، فإن التحليل للعوامل لوحيدة الحد $-٢٠ س^{٣}ص^{٢}$ هو: $-١ \times ٢ \times ٢ \times ٥ \times س \times س \times س \times ص \times ص$.

فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحدّ وقسمة كثيرة حدود على وحيدة حدّ.

والآن

- أحلّل وحيدة الحدّ إلى عواملها.
- أجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحدّ.

المفردات

الصيغة التحليلية

القاسم المشترك الأكبر (ق. م. أ)

تحقق من فهمك

حلّل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

١أ) $٣٤س^{٤}ص^{٣}$

$٣٤س^{٤}ص^{٣} = ٢ \times ١٧ \times س \times س \times س \times س \times ص \times ص \times ص$

١ب) $-٥٢أ^{٢}ب$

$-٥٢ أ^{٢}ب = -١ \times ٢ \times ٢ \times ١٣ \times أ \times أ \times ب$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحدّ الآتية:

٢أ) ٦س ص^{٣}، ١٨ص ع

٦ س ص^{٣} = ٢ × ٣ × س × ص × ص × ص

حلل كل وحيدة حد تحليلا تاما

١٨ص ع = ٢ × ٣ × ٣ × ص × ع

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ × ٣ × ص = ٦ص

٢ب) ١١أ^{٢}ب، ٢١أب^{٢}

١١أ^{٢}ب = ١ × ١١ × أ × أ × ب

حلل كل وحيدة حد تحليلا تاما

٢١أب^{٢} = ٣ × ٧ × أ × ب × ب

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو أ × ب = أب

٢جـ) ٣٠ك^{٣}ر^{٢}ن، ٥٠ك^{٢}رن

٣٠ك^{٣}ر^{٢}ن = ٢ × ٣ × ٥ × ك × ك × ك × ر × ر × ن

٥٠ك^{٢}رن = ٢ × ٥ × ٥ × ك × ك × ر × ن

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ × ٥ × ك × ك × ر × ن

= ١٠ك^{٢}رن

تحقق من فهمك

٣) ما أكبر قيمة يمكن أن تمثّل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ٨٤سم^{٢}، ٧٠سم^{٢}، علمًا بأن بُعديْ كل منهما عددان كليان؟

٨٤ = ٢ × ٢ × ٣ × ٧

٧٠ = ٢ × ٥ × ٧

إذن (ق. م. أ) = ٢ × ٧ = ١٤

أكبر قيمة = ١٤ سم

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حلّل كلَّ وحيدة حد فيما يأتي تحليلاً تامًّا:

١) ١٢جـ^{٢}هـ^{٤}

$$١٢جـ^{٢}هـ^{٤} = ٢ \times ٢ \times ٣ \times جـ \times جـ \times هـ \times هـ \times هـ \times هـ$$

٢) $-٣٨ر ب^{٢}ن^{٢}$

$$-٣٨ر ب^{٢}ن^{٢} = -١ \times ٢ \times ١٩ \times ر \times ب \times ب \times ن \times ن$$

٣) $-١٧س^{٣}ص^{٢}ع$

$$-١٧س^{٣}ص^{٢}ع = -١ \times ١٧ \times س \times س \times س \times ص \times ص \times ع$$

٤) ٢٣أب^{٣}

$$٢٣أب^{٣} = ٢٣ \times أ \times ب \times ب \times ب$$

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحدّ الآتية:

٥) ٢٤جـ د^{٣}، ٤٨جـ^{٢}د

$$٢٤ جـ د^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times جـ \times د \times د \times د$$

$$٤٨ جـ^{٢}د = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times جـ \times جـ \times د$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times جـ \times د = ٢٤جـ د$

٦) ٧جـ هـ، ١١م ب

$$٧ جـ هـ = ٧ \times جـ \times هـ$$

$$١١م ب = ١١ \times م \times ب$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو $١ \times ١ = ١$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

٧) ٨س^{٢}ص^{٥}، ٣١س ص^{٣}

٨س^{٢}ص^{٥} = ٢ × ٢ × ٢ × س × س × ص × ص × ص × ص × ص

٣١س ص^{٣} = ١ × ٣١ × س × ص × ص × ص

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ١ × س × ص × ص × ص = س ص^{٣}

٨) ١٠أ ب، ٢٥أ

١٠أ ب = ٢ × ٥ × أ × ب

٢٥أ = ٥ × ٥ × أ

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد هو ٥أ

٩) **هندسة:** ما أكبر قيمة يمكن أن تمثِّل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ١٥سم^{٢}، ١٦سم^{٢}، علمًا بأن بُعديْ كلٍّ منهما عددان كليان.

١٥ = ٣ × ٥

١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

إذن أكبر قيمة هي ١سم

تدرب وحل المسائل

حلِّل كل وحيدة حدٍّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

١٠) ٩٥س ص^{٢}

٩٥س ص^{٢} = ٥ × ١٩ × س × ص × ص

١١) −٣٥أ^{٣}جـ^{٢}

−٣٥ أ^{٣}جـ^{٢} = −١ × ٥ × ٧ × أ × أ × أ × جـ × جـ

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٢) ٤٢جـ^{٣}هـ^{٣}

$$٤٢ جـ^{٣} هـ^{٣} = ٢ \times ٣ \times ٧ \times جـ \times جـ \times جـ \times هـ \times هـ \times هـ$$

---

١٣) ٨١ن^{٥}ب

$$٨١ ن^{٥} ب = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ن \times ن \times ن \times ن \times ن \times ب$$

---

١٤) −١٠٠ك^{٤}ر

$$-١٠٠ ك^{٥} ر = -١ \times ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ \times ك \times ك \times ك \times ك \times ر$$

---

١٥) ١٢١أب جـ^{٣}

$$١٢١ أ ب جـ^{٣} = ١١ \times ١١ \times أ \times ب \times جـ \times جـ \times جـ$$

أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حد مما يأتي:

١٦) ٢٥س^{٣}، ٤٥س^{٤}، ٦٥س^{٢}

$$٢٥س^{٣} = ٥ \times ٥ \times س \times س \times س$$

$$٤٥س^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٥ \times س \times س \times س \times س$$

$$٦٥س^{٢} = ٥ \times ١٣ \times س \times س$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو $٥ \times س \times س = ٥س^{٢}$

---

١٧) ٢٦ع^{٢}، ٣٢ع، ٤٤ع^{٤}

$$٢٦ع^{٢} = ٢ \times ١٣ \times ع \times ع$$

$$٣٢ع = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ع$$

$$٤٤ع^{٤} = ٢ \times ٢ \times ١١ \times ع \times ع \times ع \times ع$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ع

وزارة التعليم
Ministry of Education

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٨) ٣٠جـ هـ^{٢}، ٤٢جـ^{٢}هـ، ٦٦جـ

٣٠جـ هـ^{٢} = ٥ × ٢ × ٣ × جـ × هـ × هـ

٤٢جـ^{٢} هـ = ٢ × ٣ × ٧ × جـ × جـ × هـ

٦٦جـ = ٢ × ٣ × ١١ × جـ

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ × ٣ × جـ = ٦جـ

---

١٩) ١٢كـ ر، ٨ر^{٢}، ١٦ر ن

١٢كـ ر = ٢ × ٢ × ٣ × كـ × ر

٨ر^{٢} = ٢ × ٢ × ٢ × ر × ر

١٦ر ن = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ر × ن

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ × ٢ × ر = ٤ر

---

٢٠) ٤٢أ^{٢}ب، ٦أ^{٢}، ١٨أ^{٣}

٤٢ أ^{٢}ب = ٢ × ٣ × ٧ × أ × أ × ب

٦ أ^{٢} = ٢ × ٣ × أ × أ

١٨ أ^{٣} = ٢ × ٣ × ٣ × أ × أ × أ

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو ٢ × ٣ × أ × أ = ٦ أ^{٢}

---

٢١) ١٥ر^{٢}ن، ٣٥ن^{٢}، ٧٠ر ن

١٥ر^{٢}ن = ٣ × ٥ × ر × ر × ن

٣٥ ن^{٢} = ٥ × ٧ × ن × ن

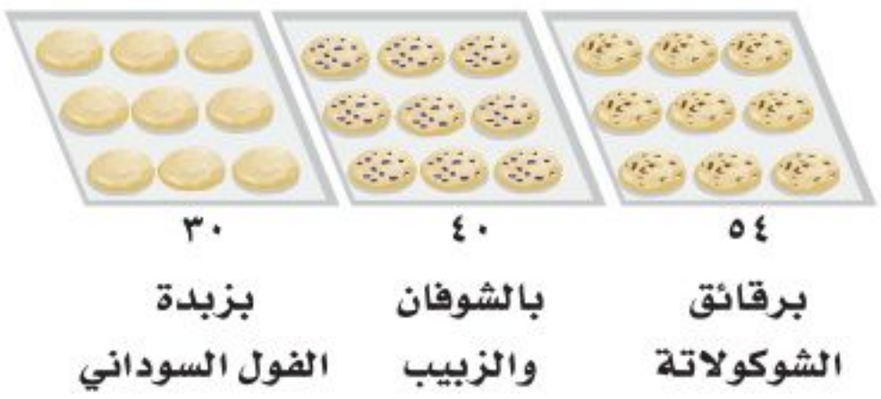
٧٠رن = ٢ × ٥ × ٧ × ر × ن

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد هو ٥ × ن = ٥ن

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٢) **كعك:** يريد حامد وضع العدد نفسه من كل نوع من الكعك في كلّ كيس، بحيث يحتوي الكيس على أنواع الكعك جميعها. ما أكبر عدد ممكن من الأكياس يلزمه؟



$٣ \times ٣ \times ٣ \times ٢ = ٥٤$

$٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٤٠$

$٥ \times ٣ \times ٢ = ٣٠$

(ق. م. أ) $= ٢$

كيسان بحيث يحتوي كل كيس على ١٥ بزبده الفستق، ١٠ بالشوفان والزبيب، ٢٧ برقائق الشوكولاتة.

---

٢٣) **هندسة:** مساحة مثلث ٢٨سم^{٢}، كم يمكن أن يكون طول كلّ من قاعدته وارتفاعه بالأعداد الكلية؟

الارتفاع ١سم والقاعدة ٥٦ سم،
لارتفاع ٢ سم والقاعدة ٢٨ سم،
الارتفاع ٤سم والقاعدة ١٤سم،
الارتفاع ٧سم والقاعدة ٨ سم،
الارتفاع ٨سم والقاعدة ٧سم
الارتفاع ١٤سم والقاعدة ٤سم،
الارتفاع ٢٨سم والقاعدة ٢سم،
الارتفاع ٥٦سم والقاعدة ١سم.

---

٢٤) **كتب:** بكم طريقة تستطيع أسماء تنظيم ٣٦ كتابًا على رفين على الأقل، بحيث يوضع على كلّ رفّ العدد نفسه من الكتب، ولا يقل عن ٤؟

رفان و١٨ كتاباً،
٣رفوف و١٢ كتاباً
٤ رفوف و٩ كتب،
٦ رفوف و٦ كتب،
٩ رفوف و٤ كتب.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٥) **معلبات:** بكم طريقة يستطيع سعيد ترتيب ٨٠ علبة على أربعة رفوف على الأقل، بحيث يكون عدد العلب متساويًا على كل رفٍّ ولا يقل عن ٥؟

٥ علب على ١٦ رفاً، أو
٨ علب على ١٠ رفوف، أو
١٠ علب على ٨ رفوف، أو
١٦ علبة على ٥ رفوف، أو
٢٠ علبة على ٤ رفوف.

٢٦) **تبرّع:** اشترى صقر مجموعة اللوازم المدرسية التالية: ٢٠ قلم رصاص، ١٥٠ ورقة ملونة، ١٢٠ ملف أوراق، ويريد وضعها في حزم متماثلة؛ ليتبرع بها لأكبر عدد ممكن من الطلاب. كم حزمة يمكنه عملها؟ وكم قطعة من كل نوع ستكون في كل حزمة؟

$٢٠ = ٢ \times ٢ \times ٥$
$١٥٠ = ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٥$
$١٢٠ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٥$
(ق. م. أ) $= ٢ \times ٥ = ١٠$
١٠ حزم،
تحتوي كل حزمة على قلمين رصاص و١٥ ورقة ملونة و١٢ ملفا

٢٧) **نظرية الأعداد:** العددان الأوليان التوأمان هما عددان أوليان فرديّان متتاليان. أول زوجين منهما هما: ٣ وَ٥، ٥ وَ٧. اكتب الأزواج الخمسة التالية لهما.

١١ و١٣، ١٧و١٩، ٢٩ و٣١، ٤١ و٤٣، ٥٩ و٦١

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٨) **تمثيلات متعددة :** ستكتشف في هذا السؤال طريقة تحليل عدد إلى عوامله الأولية.

أ) تحليليًا : انسخ مخطط السلم المُبيِّن جانبًا ٦ مرات، وسجِّل في الجزء العلوي الأيمن من كل شكل عددًا كليًّا، بحيث يكون اثنان منها أوليين.

١٢ | ٣	
٤ | ٢	
٢ | ٢	
١	

العدد ١٢ يكتب على الشكل $٢^{٢} \times ٣$ عند تحليله لعوامله الأولية

١٧ | ١٧	٢٣ | ٢٣
١	١
٢ | ١٨	٣ | ٢١
٣ | ٩	٧ | ٧
٣ | ٣	١
١	
٢ | ١٦	٢ | ١٤
٢ | ٨	٧ | ٧
٢ | ٤	١
٢ | ٢	
١	

ب) تحليليًا : اختر عاملاً أوليًّا لأحد الأعداد. وسجّل العامل إلى يسار هذا العدد في الشكل، ثم قسّم العددين واكتب الناتج تحت العدد، كرر الخطوات السابقة حتى يصبح ناتج القسمة ١ . وأضف أو احذف أجزاءً من الشكل إذا تطلب الأمر ذلك، ثم كرّر هذه العملية مع جميع الأعداد.

متروك للطالب

جـ) لفظيًا : ما التحليل للعوامل الأولية لكل عدد من الأعداد الستة؟

متروك للطالب

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٩) **تحدّ :** أوجد أصغر زوج من الأعداد يحقّق الشروط الآتية:(ق. م .أ) للعددين يساوي ١١، أحدهما زوجي والآخر فردي، وأحدهما ليس من مضاعفات الآخر.

٢٢ (زوجي) = ٢ × ١١

٣٣ (فردي) = ٣ × ١١

ق. م. أ = ١١

أصغر زوج يحقق الشروط هو: ٢٢، ٣٣

---

٣٠) **تبرير:** المضاعف المشترك الأصغر (م. م. أ) لعددين أو أكثر هو أصغر عدد يكون مضاعفًا لكل عدد منها. اكتب أوجه الشبه والاختلاف بين(ق .م .أ) وَ (م. م. أ) لعددين أو أكثر.

نجد كلاً من (م. م. أ)، (ق. م. أ) باستعمال العوامل الأولية للأعداد:
لإيجاد (ق. م. أ) نضرب العوامل الأولية المشتركة بين الأعداد فقط
لإيجاد (م. م. أ) نضرب جميع العوامل الأولية.

---

٣١) **تبرير:** هل العبارة "القاسم المشترك الأكبر لأي وحيدتي حد لا يساوي ١ أبدًا" صحيحة أم خاطئة؟ ادعم إجابتك بمثال أو مثال مضاد.

العبارة خاطئة،

(ق. م. أ) لوحيدتي الحد ٩٩س٥ص١١ع٣٠، ١٠١أب جـ يساوي ١

---

٣٢) **تحدَ :** يُسمّى العددان الصحيحان أو وحيدتا الحدّ أوليين فيما بينهما، إذا كان (ق. م .أ) لهما هو العدد ١ . انقل الجدول المجاور، ثم أكمله لتحدّد أزواج وحيدات الحدّ التي تكون أولية فيما بينها.

وحيدة الحد	التحليل إلي العوامل الأولية
١٥أ٢ب جـ٣	٣ × ٥ × أ٢ ب جـ٣
٦ب٣جـ٣د	٢ × ٣ × ب٣ جـ٣ د
١٢جـ د٢ف	٢٢ × ٣ × جـ د٢ف
٢٢ د٣ف ل٢	٢ × ١١ × د٣ ف ل٢
٣٠ف٢ل هـ٢	٢ × ٣ × ٥ × ف٢ ل هـ٢

١٥أ٢ب جـ٣، ٢٢د٣ف ل٢

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٣) **مسألة مفتوحة :** اكتب ثلاث وحيدات حد على أن يكون (ق. م. أ) لها ٦ص^{٣}. فسّر إجابتك.

٦ص^{٣}، ١٢ص^{٤} ،١٨ص^{٥}،

٦ هو أكبر عامل عددي مشترك بين وحيدات الحد الثلاث ص^{٣}

أعلى قوة مشتركة لـ ص.

---

٣٤) **اكتب :** عرّف التحليل إلى العوامل الأولية بكلماتك الخاصة، وفسّر كيف تحلّل وحيدة الحدّ إلى عواملها الأوليَّة، وكيف يساعدك هذا التحليل على تحديد (ق. م .أ) لوحيدتي حدّ أو أكثر.

لتحليل عدد إلى عوامله الأولية نكتب قائمة العوامل الأولية للعدد ويوجد لذلك ثلاث طرق:

الطريقة الأولي: هي إيجاد العوامل الأولية الصغرى، والاستمرار في قسمة العدد على أعداد أولية صغيرة حتى نوجد جميع الأعداد الأولية ثم كتابة هذه العوامل كحاصل ضرب.

الطريقة الثانية: يمكن استعمال الرسم الشجري وذلك بالبدء باختيار أي عاملين للعدد، ثم الاستمرار بإيجاد العوامل الأخرى لكل فرع من الشجرة، والانتهاء بالعوامل الأولية. ويمكن وضع دائرة حول العوامل الأولية لمتابعتها.

الطريقةالثالثة: استعمال مخطط السلم وذلك بالبدء بقسمة العدد على عامل أولي والاستمرار بالقسمة على عوامل أولية للوصول إلى الناتج ١

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٥) ما قيمة هـ في المعادلة ٤هـ−٢٧= ١٩+ ٢هـ ؟

أ) −٤ **جـ) ٢٣**

ب) ٤ د) ٤٦

٤هـ − ٢٧ = ١٩ + ٢هـ

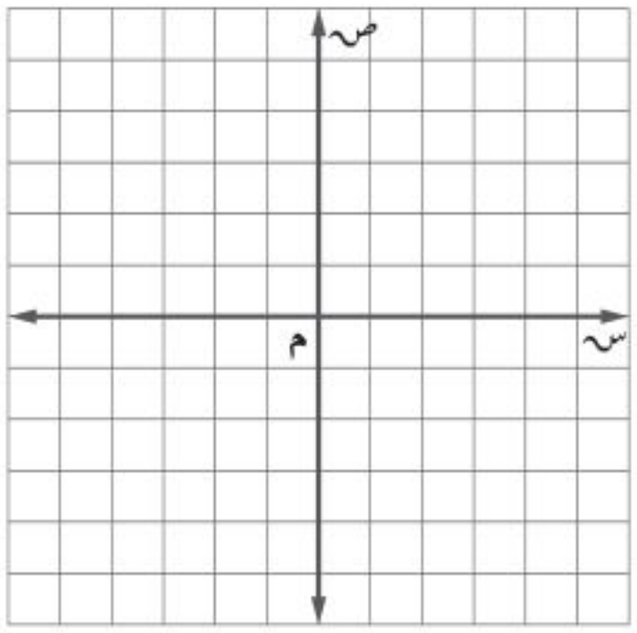
٤هـ − ٢هـ = ١٩ + ٢٧ = ٤٦

٢هـ = ٤٦

هـ = ٢٣

الاختيار الصحيح: جـ) ٢٣

٣٧) ما معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم المُبيَّن في الشكل؟



أ) ص = ٢س + ٤

ب) ص = −٢س − ٥

جـ) ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٦

د) ص = − $\frac{١}{٢}$ س + ٣

ميل المستقيم في التمثيل البياني = $\frac{-٤}{٢}$ = −٢

الميل = معامل س

الإجابة الصحيحة: ب) ص = −٢س − ٥

حيث الميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1443

موقع واجباتي

موقع واجباتي

أوجد ناتج كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦- ٧)

٣٨) $(أ - ٤)^{٢}$

$(أ - ٤)^{٢} = (أ - ٤)(أ - ٤)$
$= أ^{٢} - ٨أ + ١٦$

٣٩) $(جـ + ٦)^{٢}$

$(جـ + ٦)^{٢} = (جـ + ٦)(جـ + ٦)$
$= جـ^{٢} + ١٢جـ + ٣٦$

٤٠) $(ع - ٥)^{٢}$

$(ع - ٥)^{٢} = (ع - ٥)(ع - ٥)$
$= ع^{٢} - ١٠ع + ٢٥$

٤١) $(ن - ٣)(ن + ٣)$

$(ن - ٣)(ن + ٣) = ن^{٢} - ٣ن + ٣ن - ٩$
$= ن^{٢} - ٩$

٤٢) $(ص + ٢)^{٢}$

$(ص + ٢)^{٢} = (ص + ٢)(ص + ٢)$
$= ص^{٢} + ٤ص + ٤$

٤٣) $(د - ٧)(د + ٧)$

$(د - ٧)(د + ٧) = د^{٢} - ٧د + ٧د - ٤٩$
$= د^{٢} - ٤٩$

أوجد ناتج الضرب في كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦- ٦)

٤٤) $(٢م - ٣)(م + ٤)$

$(٢م - ٣)(م + ٤) = ٢م^{٢} - ٣م + ٨م - ١٢$
$= ٢م^{٢} + ٥م - ١٢$

٤٥) $(هـ - ٢)(٣هـ - ٥)$

$(هـ - ٢)(٣هـ - ٥) = ٣هـ^{٢} - ٦هـ + ٥هـ + ١٠$
$= ٣هـ^{٢} - ١١هـ + ١٠$

٤٦) $(ن + ٢)(ن + ٩)$

$(ن + ٢)(ن + ٩) = ن^{٢} + ٢ن + ٩ن + ١٨$
$= ن^{٢} + ١١ن + ١٨$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مراجعة تراكمية

أوجد ناتج الضرب في كلّ ممّا يأتي: (الدرس ٦- ٦)

٤٧) (٨ر – ١)(ر – ٦)

(٨ ر – ١) (ر – ٦) = ٨ ر^{٢} – ر – ٤٨ ر + ٦

= ٨ر^{٢} – ٤٩ر + ٦

---

٤٨) (ف + ٣ك)(ف + ٣ك)

(ف + ٣ك) (ف + ٣ك) = ف^{٢} + ٣ف ك + ٣ك ف + ٩ك^{٢}

= ف^{٢} + ٦ف ك + ٩ك^{٢}

---

٤٩) (ن – ٤)(ن + ٢)(ن + ١)

[(ن – ٤) (ن + ٢)] (ن + ١) = (ن^{٢} + ٢ن – ٤ن – ٨) (ن + ١)

= (ن^{٢}– ٢ن – ٨) (ن + ١)

= ن^{٣} – ٢ن^{٢} – ٨ن + ن^{٢}– ٢ن – ٨

= ن^{٣} – ن^{٢} – ١٠ن – ٨

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة ممَّا ياتي:

٥٠) ٢ (٤س – ٧)

٢(٤س – ٧) = ٢(٤س) – ٢(٧)

= ٨س – ١٤

٥١) $\frac{١}{٢}$ د (٢ د + ٦)

$\frac{١}{٢}$د(٢د + ٦) = $\frac{١}{٢}$د(٢د) + د$\frac{١}{٢}$(٦)

= د^{٢} + ٣د

٥٢) –هـ (٦ هـ – ١)

– هـ(٦هـ – ١) = (– هـ)(٦هـ) – (– هـ)١

= –٦هـ^{٢} + هـ

٥٣) ٩ م – ٩ ب

٩م – ٩ب = ٩(م – ب)

٥٤) ٥ ص – ١٠

٥ص – ١٠ = ٥(ص – ٢)

٥٥) ٣ع – ٦ س

٣ع – ٦س = ٣(ع – ٢س)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٧-٢ استعمال خاصية التوزيع

لماذا ؟

تُحدَّد أجرة متجر حسب مساحته. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة م= ٦ , ١ ض^{٢} + ٦ض، حيث تمثِّل ض عرض المتجر بالأمتار، ويمكننا استعمال التحليل إلى العوامل وخاصية الضّرب الصفري لإيجاد أبعاد المتجر الممكنة.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل: استعملت خاصية التوزيع في الفصل السابق لضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود كما في المثال الآتي:

٥ع (٤ع + ٧) = ٥ع (٤ع) + ٥ع (٧)

= ٢٠ع^{٢} + ٣٥ع

ويمكنك الإفادة من ذلك في العمل عكسيًّا للتعبير عن كثيرة الحدود بصورة حاصل ضرب عاملين: وحيدة الحد، وكثيرة الحدود.

٦ , ١ض^{٢} + ٦ ض= ٦ , ١ض (ض) + ٦(ض) = ض (٦ , ١ض + ٦)

كذلك ٥ع (٤ع + ٧) يمثِّل تحليل ثنائية الحدّ ٢٠ع^{٢} + ٣٥ع. ويشتمل **تحليل كثيرة الحدود** تحليلها إلى عواملها الأوليّة.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل

استعمل خاصيّة التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

أ) ٢٧ص^{٢} + ١٨ص

أوجد (ق .م. أ) لجميع الحدود.

٢٧ص^{٢} = ٣ × ٣ × ٣ × ص × ص — حلّل كل حد.

١٨ص = ٢ × ٣ × ٣ × ص — ضع دائرة حول العوامل المشتركة.

(ق .م. أ) = ٣ × ٣ × ص = ٩ص

اكتب كل حدّ على صورة حاصل ضرب (ق .م. أ) في باقي العوامل. واستعمل خاصيّة التوزيع لإخراج (ق .م. أ).

٢٧ص^{٢} + ١٨ص = ٩ص(٣ص) + ٩ص(٢) — أعد كتابة كلّ حدّ باستعمال (ق .م. أ).

= ٩ص(٣ص + ٢) — خاصية التوزيع.

ب) -٤أ^{٢}ب - ٨أب^{٢} + ٢أب

-٤أ^{٢}ب = -١ × ٢ × ٢ × أ × أ × ب — حلّل كلّ حدّ.

-٨أب^{٢} = -١ × ٢ × ٢ × ٢ × أ × ب × ب — ضع دائرة حول العوامل المشتركة .

٢أب = ٢ × أ × ب

(ق .م. أ) = ٢ × أ × ب = ٢أب

-٤أ^{٢}ب - ٨أب^{٢} + ٢أب = ٢أب(-٢أ) - ٢أب(٤ب) + ٢أب(١) — أعد كتابة كلّ حدّ باستعمال (ق .م. أ).

= ٢أب(-٢أ - ٤ب + ١) — خاصيّة التوزيع

فيما سبق

درست إيجاد (ق .م. أ) لمجموعة من وحيدات الحدّ.

والآن

- أستعمل خاصيّة التوزيع لتحليل كثيرة حدود.
- أحلّ معادلات تربيعيّة على الصورة: أس^{٢} + ب س = ٠

المفردات

تحليل كثيرة حدود

التحليل بتجميع الحدود

خاصية الضرب الصفري

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

١أ) ١٥و – ٣ف

١٥و = ٣ × ٥ × و

–٣ف = –١ × ٣ × ف

(ق. م. أ) = ٣

١٥و – ٣ف = ٣(٥و) – ٣ف = ٣(٥و – ف)

١ب) ٧ل^{٢}ن^{٢} + ٢١ل ن^{٢} – ل ن

٧ل^{٢} ن^{٢} = ٧ × ١ × ل × ل × ن × ن

٢١ل ن^{٢} = ٣ × ٧ × ل × ن × ن

– ل ن = –١ × ل × ن

(ق. م. أ) = ل × ن = ل ن

٧ل^{٢}ن^{٢} + ٢١ ل ن^{٢} – ل ن = ل ن (٧ل ن + ٢١ن – ١)

تحقق من فهمك

حلّل كلاًّ من كثيرات الحدود الآتية :

٢أ) رن + ٥ن – ر – ٥

رن + ٥ن – ر – ٥ = (رن – ر) + (٥ن – ٥)

= ر (ن – ١) + ٥(ن – ١)

= (ر + ٥) (ن – ١)

٢ب) ٣ن ك + ١٥ك – ٤ن – ٢٠

٣ن ك + ١٥ ك – ٤ ن – ٢٠ = ٣ك (ن + ٥) – ٤(ن + ٥)

= (ن + ٥) (٣ك – ٤)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية :

٣أ) جـ – ٢جـ د + ٨ د – ٤

جـ – ٢ جـ د – ٤ = جـ (١ – ٢د) + ٤(٢د – ١)

= – جـ (٢د – ١) + ٤(٢د – ١)

= (– جـ + ٤) (٢د – ١)

= (٤ – جـ) (٢د – ١)

٣ب) ٣ف – ٢ف^{٢} – ١٨ف + ٢٧

٣ف – ٢ف^{٢} – ١٨ف + ٢٤ = –٢ف^{٢} – ١٨ف + ٣ف + ٢٧

= –٢ف (ف + ٩) + ٣(ف + ٩)

= (٣ – ٢ف) (ف + ٩)

٤أ) ٣ن(ن + ٢) = ٠

ن = ٠ أو ن + ٢ = ٠ خاصية الضرب الصفري

ن = –٢ حل كل معادلة

ن = ٠ أو –٢ تحقق بتعويض كل من صفر، –٢ بدلا من ن

الجذران هما ٠، –٢

٤ب) ٨ب^{٢} – ٤٠ب = ٠

٨ب٢ – ٤٠ب = ٨ب (ب – ٥) = ٠ خاصية الضرب الصفري

٨ب = ٠ أو ب – ٥ = ٠ حل كل معادلة

ب = ٠ أو ب = ٥ تحقق بتعويض كل من صفر، ٥ بدلا من ب

الجذران هما ٠، ٥

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٤جـ) $س^{٢} = -١٠س$

$س^{٢} + ١٠س = ٠$

$س (س + ١٠) = ٠$

خاصية الضرب الصفري

$س = ٠$ أو $س + ١٠ = ٠$

حل كل معادلة

$س = -١٠$

تحقق بتعويض كل من صفر، -١٠ بدلا من س

الجذران هما ٠، -١٠

تأكد

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

١) $٢١ب - ١٥أ$

$٢١ب = ٣ \times ٧ \times ب$

$-١٥أ = -٣ \times ٥ \times أ$

(ق. م. أ) $= ٣$

$٢١ب - ١٥أ = ٣ (٧ب - ٥أ)$

٢) $١٤جـ^{٢} + ٢جـ$

$١٤جـ^{٢} = ٢ \times ٧ \times جـ \times جـ$

$٢جـ = ٢ \times جـ$

(ق. م. أ) $= ٢ \times جـ$

$١٤جـ^{٢} + ٢جـ = ٢جـ (٧جـ + ١)$

٣) $١٢ل ك^{٢} + ٦ل^{٢} ك + ٢ل^{٢} ك^{٢}$

$١٢ل ك^{٢} = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ل \times ك \times ك$

$٦ل^{٢} ك = ٢ \times ٣ \times ل \times ل \times ك$

$٢ل^{٢} ك^{٢} = ٢ \times ل \times ل \times ك \times ك$

(ق. م. أ) $= ٢ \times ل \times ك$

$١٢ل ك^{٢} + ٦ل^{٢} ك + ٢ل^{٢} ك^{٢} = ٢ل ك (٦ك + ٣ل + ل ك)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حلّل كلاً من كثيرات الحدود الآتية:

٤) ن م + ٢ن + ٨م + ١٦

ن م + ٢ن + ٨م + ١٦ = ن (م + ٢) + ٨(م + ٢)

= (ن + ٨) (م + ٢)

---

٥) س ص – ٧س + ٧ص – ٤٩

س ص – ٧س + ٧ص – ٤٩ = س (ص – ٧) + ٧(ص – ٧)

= (س + ٧) (ص – ٧)

---

٦) ٣ب جـ – ٢ب – ١٠ + ١٥جـ

٣ب جـ – ٢ب – ١٠ + ١٥ جـ = ب (٣جـ – ٢) + ٥(٣جـ – ٢)

= (ب + ٥) (٣جـ – ٢)

حُلّ كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٧) ٣ك(ك + ١٠) = ٠

ك = ٠ إذن ك = ٠

ك + ١٠ = ٠ إذن ك = – ١٠

الجذران هما ٠، – ١٠

التحقق ← ٣(–١٠) (–١٠ + ١٠) = –٣٠ × ٠ = ٠ ✓

٣ × ٠ (٠ + ١٠) = ٠ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) $(٤م + ٢)(٣م - ٩) = ٠$

$٤م + ٢ = ٠$

$٤م = -٢$ إذن $م = \frac{-١}{٢}$

$٣م - ٩ = ٠$

$٣م = ٩$ إذن $م = ٣$

الجذران هما $-\frac{١}{٢}$ ، ٣

التحقق ← $[٤(٣) + ٢][٣(٣) - ٩] = ١٤ \times ٠ = ٠$ ✓

$[٤(-\frac{١}{٢}) + ٢][٣(-\frac{١}{٢}) - ٩] = ٠ \times -\frac{٢١}{٢} = ٠$ ✓

---

٩) $ر^{٢} = ١٤ر$

$ر^{٢} - ١٤ر = ٠$

$ر(ر - ١٤) = ٠$

الجذران هما ٠، ١٤

التحقق ← $١٤^{٢} = ١٤ \times ١٤$ ✓

$٠^{٢} = ١٤ \times ٠$ ✓

---

١٠) **صواريخ:** أُطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م/ ثانية. وتمثّل المعادلة $ع = ٤٢ن - ٥ن^{٢}$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

أ) ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض، $ع = ٠$

$٠ = ٤٢ن - ٥ن^{٢}$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

ب) حلّ المعادلة ٤٢ ن – ٥ ن^{٢} = ٠

٤٢ ن – ٥ ن^{٢} = ٠	المعادلة الأصلية
ن (٤٢ – ٥ ن) = ٠	حلل باستعمال (ق. م. أ)
ن = ٠ أو ٤٢ – ٥ ن = ٠	خاصية الضرب الصفري
ن = ٠ أو – ٥ ن = –٤٢	طرح ٤٢
ن = ٠ أو $ن = \frac{-٤٢}{-٥}$	القسمة على –٥
ن = ٠ أو ن = ٨,٤	حل كل معادلة

الجذران هما ٠، ٨,٤

جـ) كم ثانية يحتاج إليها الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟

٥ن^{٢} = ٤٢ن

٥ن = ٤٢

ن = ٤٢ ÷ ٥ = ٨,٤

الزمن اللازم كي يعود الصاروخ إلى الأرض هو: ٨,٤ ثانية

تدرب وحل المسائل

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كلّ من كثيرات الحدود الآتية:

١١) ١٦ن – ٤٠ص

١٦ ن – ٤٠ ص	العبارة الأصلية
١٦ ن = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ن	حلل كل حد
– ٤٠ ص = – ١ × ٢ × ٢ × ٢ × ٥ × ص	حدد العوامل المشتركة
ق. م. أ = ٢ × ٢ × ٢ = ٨	
١٦ ن – ٤٠ ص = ٨ (٢ ن) + ٨ (–٥ ص)	أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)
١٦ ن – ٤٠ ص = ٨ (٢ ن – ٥ ص)	خاصية التوزيع

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٢) ٣٠ ف + ٥٠ س

٣٠ ف + ٥٠ س	العبارة الأصلية
٣٠ ف = ٢ × ٣ × ٥ × ف	حلل كل حد
٥٠ س = ٢ × ٥ × ٥ × س	حدد العوامل المشتركة
ق. م. أ = ٢ × ٥ = ١٠	
٣٠ ف + ٥٠ س = ١٠ (٣ ف) + ١٠ (٥ س)	أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)
٣٠ ف + ٥٠ س = ١٠ (٣ ف + ٥ س)	خاصية التوزيع

١٣) ٢ ك^{٢} + ٤ ك

٢ ك^{٢} + ٤ ك	العبارة الأصلية
٢ ك^{٢} = ٢ × ك × ك	حلل كل حد
٤ ك = ٢ × ٢ × ك	حدد العوامل المشتركة
ق. م. أ = ٢ × ك = ٢ ك	
٢ك^{٢} + ٤ك = ٢ك (ك) + ٢ك (٢)	أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)
٢ ك^{٢} + ٤ ك = ٢ ك (ك + ٢)	خاصية التوزيع

١٤) ٥ ع^{٢} + ١٠ ع

٥ ع^{٢} + ١٠ ع	العبارة الأصلية
٥ ع^{٢} = ٥ × ع × ع	حلل كل حد
١٠ ع = ٢ × ٥ × ع	حدد العوامل المشتركة
ق. م. أ = ٥ × ع = ٥ ع	
٥ ع^{٢} + ١٠ ع = ٥ ع (ع) + ٥ ع (٢)	أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)
٥ ع^{٢} + ١٠ ع = ٥ ع (ع + ٢)	خاصية التوزيع

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٥) ٤أ^{٢}ب^{٢} + ٢أ^{٢}ب − ١٠أب^{٢}

٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٢ أ^{٢} ب − ١٠ أ ب^{٢} العبارة الأصلية

٤ أ^{٢} ب^{٢} = ٢ × ٢ × أ × أ × ب × ب

٢ أ^{٢}ب = ٢ × أ × أ × ب حلل وحدد العوامل المشتركة

− ١٠ أ ب^{٢} = ٢ × ٥ × أ × ب × ب

ق. م. أ = ٢ × أ × ب = ٢ أ ب

٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٢ أ^{٢} ب − ١٠ أ ب^{٢} =

= ٢ أ ب (٢ أ ب) + ٢ أ ب (أ) + ٢ أ ب (−٥ ب) أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)

٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٢ أ^{٢} ب − ١٠ أ ب^{٢} = ٢ أ ب (٢ أ ب + أ − ٥ ب) خاصية التوزيع

---

١٦) ٥جـ^{٢}ف − ١٥جـ^{٢}ف^{٢} + ٥جـ^{٢}ف^{٣}

٥ جـ^{٢} ف − ١٥ جـ^{٢} ف^{٢} + ٥ جـ^{٢} ف^{٣} العبارة الأصلية

٥ جـ^{٢} ف = ٥ × جـ × جـ × ف

− ١٥ جـ^{٢} ف^{٢} = ٥ × جـ × جـ × ف × ف حلل كل حد وحدد العوامل المشتركة

٥ جـ^{٢} ف^{٣} = ٥ × جـ × جـ × ف × ف × ف

ق. م. أ = ٥ × جـ × جـ × ف = ٥ جـ^{٢} ف

٥ جـ^{٢} ف − ١٥ جـ^{٢} ف^{٢} + ٥ جـ^{٢} ف^{٣} =

= ٥ جـ^{٢} ف (١) + ٥ جـ^{٢} ف (−٣ ف) + ٥ جـ^{٢}ف (ف^{٢}) كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ)

٥ جـ^{٢} ف − ١٥ جـ^{٢} ف^{٢} + ٥ جـ^{٢} ف^{٣} = ٥ جـ^{٢} ف (١ − ٣ ف + ف^{٢}) خاصية التوزيع

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية:

١٧) $أ^{٢} - ٤أ - ٢٤ + ٦أ$

$$أ^{٢} - ٤ أ + ٦ أ - ٢٤ = (أ^{٢} - ٤ أ) + (٦ أ - ٢٤)$$

$$= أ (أ - ٤) + ٦ (أ - ٤)$$

$$= (أ - ٤) (أ + ٦)$$

$$أ^{٢} - ٤ أ + ٦ أ - ٢٤ = (أ - ٤) (أ + ٦)$$

---

١٨) $هـ ل - ٢هـ + ٥ ل - ١٠$

$$هـ ل - ٢هـ + ٥ل - ١٠ = (هـ ل - ٢هـ) + (٥ ل - ١٠)$$

$$= هـ (ل - ٢) + ٥ (ل - ٢)$$

$$هـ ل - ٢هـ + ٥ ل - ١٠ = (هـ + ٥) (ل - ٢)$$

---

١٩) $س ص - ٢س - ٢ + ص$

$$س ص - ٢ س - ٢ + ص = (س ص - ٢ س) + (-٢ + ص)$$

$$= س (ص - ٢) + (١) (ص - ٢)$$

$$س ص - ٢ س - ٢ + ص = (س + ١) (ص - ٢)$$

---

٢٠) $٢٤ن ص - ١٨ن + ٤ص - ٣$

$$٢٤ ن ص - ١٨ ن + ٤ ص - ٣ = (٢٤ ن ص - ١٨ ن) + (٤ ص - ٣)$$

$$= ٦ ن (٤ ص - ٣) + (١) (٤ ص - ٣)$$

$$٢٤ ن ص - ١٨ ن + ٤ ص - ٣ = (٦ ن + ١) (٤ ص - ٣)$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢١) ٣دن − ٢١د + ٣٥ − ٥ن

$$٣دن - ٢١د + ٣٥ - ٥ن = (٣دن - ٢١د) + (٣٥ - ٥ن)$$

$$= ٣د(ن - ٧) + ٥(٧ - ن)$$

$$= ٣د(ن - ٧) - ٥(ن - ٧)$$

$$٣دن - ٢١د + ٣٥ - ٥ن = (٣د - ٥)(ن - ٧)$$

---

٢٢) ٨ر^{٢} + ١٢ر

$$٨ر^{٢} + ١٢ر = ٤ر(٢ر) + ٤ر(٣)$$

$$٨ر^{٢} + ١٢ر = ٤ر(٢ر + ٣)$$

---

٢٣) ٢١نهـ − ٣ن − ٣٥هـ + ٥

$$٢١نهـ - ٣ن - ٣٥هـ + ٥ = (٢١نهـ - ٣ن) + (-٣٥هـ + ٥)$$

$$= ٣ن(٧هـ - ١) + ٥(-٧هـ + ١)$$

$$= ٣ن(٧هـ - ١) - ٥(٧هـ - ١)$$

$$٢١نهـ - ٣ن - ٣٥هـ + ٥ = (٣ن - ٥)(٧هـ - ١)$$

---

٢٤) لف + ١٢ل + ٨ف + ٩٦

$$لف + ١٢ل + ٨ف + ٩٦ = (لف + ١٢ل) + (٨ف + ٩٦)$$

$$= ل(ف + ١٢) + ٨(ف + ١٢)$$

$$لف + ١٢ل + ٨ف + ٩٦ = (ل + ٨)(ف + ١٢)$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٥) ٥ب ر – ٢٥ب + ٢ر – ١٠

٥ ب ر – ٢٥ ب + ٢ ر – ١٠ = (٥ ب ر – ٢٥ ب) + (٢ ر – ١٠)

= ٥ ب (ر – ٥) + ٢ (ر – ٥)

٥ ب ر – ٢٥ ب + ٢ ر – ١٠ = (٥ ب + ٢) (ر – ٥)

---

٢٦) ٢ن و – ٨و + ٣ن – ١٢

٢ن و – ٨ و + ٣ن – ١٢ = (٢ ن و – ٨ و) + (٣ ن – ١٢)

= ٢ و (ن – ٤) + ٣ (ن – ٤)

٢ن و – ٨ و + ٣ن – ١٢ = (٢ و + ٣) (ن – ٤)

---

٢٧) ٥جـ ف^{٢} + جـ^{٢}ف + ١٥جـ ف

٥ جـ ف^{٢} + جـ^{٢} ف + ١٥ جـ ف = جـ ف (٥ ف) + جـ ف (جـ) + جـ ف (١٥)

٥ جـ ف^{٢} + جـ^{٢} ف + ١٥ جـ ف = جـ ف (٥ ف + جـ + ١٥)

---

٢٨) رف – ٩ر + ٩ف – ٨١

ر ف – ٩ ر + ٩ ف – ٨١ = (ر ف – ٩ ر) + (٩ ف – ٨١)

= ر (ف – ٩) + ٩ (ف – ٩)

ر ف – ٩ ر + ٩ ف – ٨١ = (ر + ٩) (ف – ٩)

---

٢٩) ١٨ر^{٣}ن^{٢} + ١٢ر^{٢}ن^{٢} – ٦ر^{٢}ن

١٨ر^{٣}ن^{٢} + ١٢ر^{٢}ن^{٢} – ٦ر^{٢}ن =

٦ر^{٢}ن (٣ر ن) + ٦ر^{٢}ن (٢ن) + ٦ر^{٢}ن (– ١)

١٨ر^{٣}ن^{٢} + ١٢ر^{٢}ن^{٢} – ٦ر^{٢}ن = ٦ ر^{٢}ن (٣ ر ن + ٢ن – ١)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تدرب وحل المسائل

٣٠) ١٦جـ هـ + ٢٤جـ − ٢هـ − ٣

$$١٦\,جـ\,هـ + ٢٤\,جـ - ٢هـ - ٣ = (١٦\,جـ\,هـ + ٢٤\,جـ) + (-٢\,هـ - ٣)$$

$$= ٨\,جـ\,(٢\,هـ + ٣) - ١\,(٢\,هـ + ٣)$$

$$١٦\,جـ\,هـ + ٢٤\,جـ - ٢هـ - ٣ = (٨\,جـ - ١)\,(٢\,هـ + ٣)$$

تدرب وحل المسائل

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣١) ٣ب(٩ب − ٢٧) = ٠

$$٣\,ب\,(٩\,ب - ٢٧) = ٠$$

$$٣ب = ٠ \quad \text{أو} \quad ٩\,ب - ٢٧ = ٠$$

$$ب = ٠ \quad \text{أو} \quad ٩\,ب = ٢٧$$

$$ب = ٠ \quad \text{أو} \quad ب = ٣$$

الجذران هما: ٠، ٣ **التحقق** ← ٣(٣) [٩(٣) − ٢٧] = ٩ × ٠ = ٠ ✓

٣٢) ٢ن(٣ن + ٣) = ٠

$$٢\,ن\,(٣\,ن + ٣) = ٠$$

$$٢\,ن = ٠ \quad \text{أو} \quad ٣\,ن + ٣ = ٠$$

$$ن = ٠ \quad \text{أو} \quad ٣\,ن = -٣$$

$$ن = ٠ \quad \text{أو} \quad ن = -١$$

الجذران هما: ٠ وَ −١

التحقق ← ٢(−١) [٣(−١) + ٣] = −٢ × ٠ = ٠ ✓

٢ × ٠ [٣(٠) + ٣] = ٠ × ٣ = ٠ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٣) $(٨ع + ٤)(٥ع + ١٠) = ٠$

$(٨ ع + ٤)\ (٥ ع + ١٠) = ٠$

$٨ ع + ٤ = ٠$ أو $٥ ع + ١٠ = ٠$

$٨ ع = -٤$ أو $٥ ع = -١٠$

$ع = -\frac{١}{٢}$ أو $ع = -٢$

الجذران هما: $-\frac{١}{٢}$ وَ -٢

التحقق ← $[٨(-٢) + ٤]\ [٥(-٢) + ١٠] = (-١٢)\ (٠) = ٠$ ✓

$[٨(-\frac{١}{٢}) + ٤]\ [٥(-\frac{١}{٢}) + ١٠] = ٠ \times \frac{١٥}{٢} = ٠$ ✓

---

٣٤) $(٧س + ٣)(٢س - ٦) = ٠$

$(٧ س + ٣)\ (٢ س - ٦) = ٠$

$٧ س + ٣ = ٠$ أو $٢ س - ٦ = ٠$

$٧ س = -٣$ أو $٢ س = ٦$

$س = -\frac{٣}{٧}$ أو $س = ٣$

الجذران هما: $-\frac{٣}{٧}$ ، ٣

التحقق ← $[٧(٣) + ٣]\ [٢(٣) - ٦] = (٢٤)\ (٠) = ٠$ ✓

$[٧(-\frac{٣}{٧}) + ٣]\ [٢(-\frac{٣}{٧}) - ٦] = ٠ \times -\frac{٤٨}{٧} = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٥) $ب^{٢} = -٣ب$

$ب^{٢} = -٣ ب$

$ب^{٢} + ٣ ب = ٠$

$ب (ب + ٣) = ٠$

$ب = ٠$ أو $ب + ٣ = ٠$

$ب = ٠$ أو $ب = -٣$

الجذران هما: ٠، -٣

التحقق ← $(-٣)^{٢} = -٣ (-٣)$ ✓

$٠^{٢} = -٣ \times ٠$ ✓

---

٣٦) $أ^{٢} = ٤أ$

$أ^{٢} = ٤أ$

$أ^{٢} - ٤ أ = ٠$

$أ (أ - ٤) = ٠$

$أ = ٠$ أو $أ - ٤ = ٠$

$أ = ٠$ أو $أ = ٤$

الجذران هما: ٠، ٤

التحقق ← $(٤)^{٢} = ٤(٤)$ ✓

$(٠)^{٢} = ٤(٠)$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٧) فروسية: يمكن تمثيل ارتفاع قفزة فرس في سباق الحواجز بالمعادلة ع = −٥ن^{٢} + ٥ن؛ حيث (ن) تمثل الزمن بالثواني.

أ) اكتب عبارة تمثّل الارتفاع على صورة حاصل ضرب عوامل.

$$ع = -٥ن^{٢} + ٥ن$$

$$= ٥ن(-ن + ١)$$

ب) أوجد قيم ن عندما ع = ٠؟

عندما ع = ٠

$$٥ن(-ن + ١) = ٠$$

$$٥ن = ٠ \quad \text{أو} \quad -ن + ١ = ٠$$

$$ن = ٠ \quad \text{أو} \quad -ن = -١$$

$$ن = ٠ \quad \text{أو} \quad ن = ١$$

قيم ن عندما ع = ٠ هي ١، ٠

جـ) ما الارتفاع الذي يكون عليه الفارس بعد ٣ ثوانٍ من بداية القفز؟ وهل هذا ممكن؟ فسِّر إجابتك.

$$ع = -٥ن^{٢} + ٥ن$$

$$ع = -٥ \times (٣)^{٢} + ٥(٣)$$

$$= -٥ \times ٩ + ١٥$$

$$= -٤٥ + ١٥$$

$$= -٣٠$$

وهذا غير ممكن لأن الأرتفاع لا يمكن أن يكون سالب

موقع واجباتي

موقع واجباتي

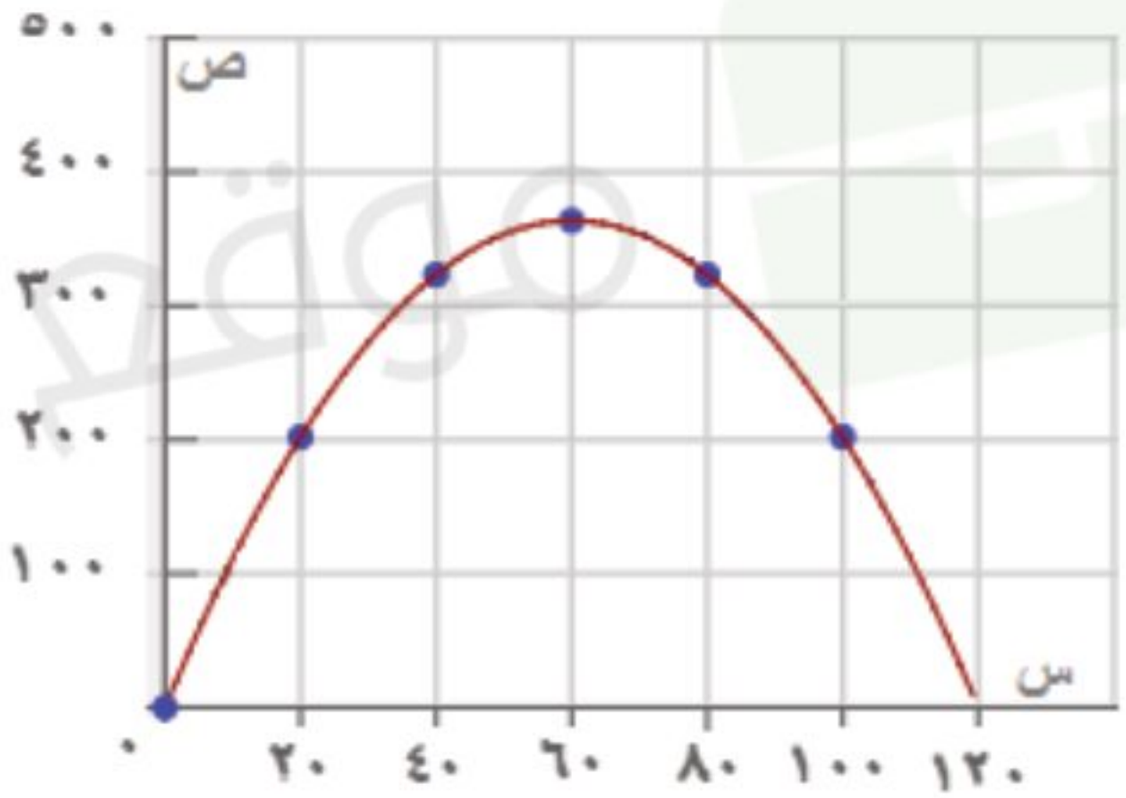
٣٨) **هندسة عمارة:** يمكن تمثيل إطار قوس بوابة بالمعادلة ص= −١ , ٠ س^{٢} + ١٢ س؛ حيث س، ص بالسنتمتر. ومحور السينات يمر بطرفي القوس على الأرض.

أ) كوّن جدولًا لارتفاع القوس إذا كان س= ٠، ٢٠، ٤٠، ٦٠، ٨٠، ١٠٠ سم.

ص = −١, ٠ س^{٢} + ١٢ س

س	٠	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠	١٠٠
ص	٠	٢٠٠	٣٢٠	٣٦٠	٣٢٠	٢٠٠

ب) مثّل نقاط الجدول في المستوى الإحداثي، وصِل بين النقاط لتكوّن منحنى يمثّل القوس.



جـ) ما أقصى ارتفاع لقوس البوابة؟

ارتفاع القوس = ٣٦٠ سم

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٩) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة طريقة الصندوق للتحليل، ممثلاً لتحليل $س^{٢} + س - ٦$، اكتب أول حد في الزاوية اليمنى العليا من الصندوق، ثم اكتب آخر حد في الزاوية السفلى اليسرى.

؟	؟
؟	$س^{٢}$
؟	-٦

أ) تحليليًا: حدّد عددين ناتج ضربهما -٦، وناتج جمعهما ١.

$$٣ \times -٢ = -٦$$

$$٣ + (-٢) = ١$$

العاملين هما -٢، ٣

ب) رمزيًا: اكتب كل عامل منهما في المربع الفارغ، متضمنًا المتغير وإشارته الموجبة أو السالبة.

؟	؟
$٣س$	$س^{٢}$
-٦	$-٢س$

جـ) تحليليًا: أوجد عوامل كل صف وعمود في الصندوق، ثم أوجد عوامل $س^{٢} + س - ٦$.

؟	؟
$٣ \times س$	$س \times س$
-٢×٣	$-٢ \times س$

د) لفظيًا: صف كيف تستعمل طريقة الصندوق لتحليل $س^{٢} - ٣س - ٤٠$.

ضع $س^{٢}$ في الزاوية العليا اليمني و-٤٠ في الزاوية السفلي ليسرى وحدد أي عاملين ناتج ضربهما -٤٠ ومجموعهما -٣ ثم ضع العوامل في الصندوق مع المتغير وأوجد العوامل لكل صف وعمود

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٠) **اكتشف الخطأ:** يحلّ كل من حمد وراشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر ذلك.

راشد

٢م^{٢} = ٤م

٢م^{٢} − ٤م = ٠

٢م(م − ٢) = ٠

٢م = ٠ أو م − ٢ = ٠

م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢م^{٢} = ٤م

$\frac{٢م^{٢}}{٢م} = \frac{٤م}{٢م}$

م = ٢

إجابة راشد هي الصحيحة

لأنه لا بد أن يجعل أحد طرفي المعادلة صفراً، وأيضاً لا يصح القسمة على متغير لأنه قد تكون قيمة هذا المتغير صفراً.

---

٤١) **مسألة مفتوحة:** اكتب كثيرة حدود بأربعة حدود، يمكن تحليلها بتجميع الحدود، ثم حلّلها.

س^{٢} + ٢ س ص + ٣ س + ٦ ص

= (س^{٢} + ٢ س ص) + (٣ س + ٦ ص) — جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

= س (س + ٢ ص) + ٣ (س + ٢ ص) — حلل كل عامل بإخراج (ق. م. أ)

= (س + ٣) (س + ٢ ص) — خاصية التوزيع

---

٤٢) **تبرير:** في المعادلة جـ = أ^{٢} − أ ب، ما قيم أ، ب التي تجعل جـ = ٠؟

جـ = أ^{٢} − أ ب

أ^{٢} − أ ب = ٠ — نضع جـ = ٠

أ (أ − ب) = ٠ — التحليل باستخراج (ق. م. أ)

أ = ٠ أو أ − ب = ٠ — خاصية الضرب الصفري

أ = ٠ أو أ = ب — حل كل معادلة

القيم التي تجعل جـ = ٠ هي: أ = ٠ أو أ = ب لأي عدد حقيقي أ

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٣) **اكتب:** وضِّح كيف تحل معادلة تربيعية باستعمال خاصيّة الضرب الصفري.

أعيد كتابة المعادلة وأجعل أحد طرفيها صفراً ثم أحلل الطرف الآخر إلى عوامله، وأساوي أي عامل بالصفر، ثم أحل كل معادلة من المعادلتين الناتجتين عن ذلك

تدريب على اختبار

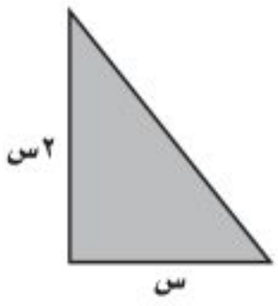
٤٤) أي مما يأتي يمثِّل عاملاً لكثيرة الحدود:
$٦ع^{٢} - ٣ع - ٢ + ٤ع$؟

أ) $٢ع + ١$
ب) $٣ع - ٢$
جـ) $ع + ٢$
د) $٢ع - ١$

$٦ع^{٢} - ٣ع - ٢ + ٤ع = ٦ع^{٢} + ع - ٢$

$= (٢ع - ١)(٣ع + ٢)$

٤٥) **هندسة:** إذا كانت مساحة المثلث القائم الزاوية المبين أدناه ٥ س سم^{٢}، فما ارتفاعه؟



أ) ٢ سم
ب) ٥ سم
جـ) ٨ سم
د) ١٠ سم

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع

$\frac{١}{٢}$ س × ٢س $= ٥$س

$س^{٢} = ٥س$

$س^{٢} - ٥س = ٠$

$س(س - ٥) = ٠$

$س = ٠$ أو $س = ٥$

الارتفاع لا يمكن أن يساوي صفر إذن $= ٥$

مراجعة تراكمية

أوجد (ق .م. أ) لكل مجموعة وحيدات حدود مما يأتي: (الدرس ٧- ١)

٤٦) $٣٠أ^{٢}$، $٥٠أب^{٢}$

$٣٠أ^{٢} = ٢ \times ٣ \times ٥ \times أ \times أ$

$٥٠أب^{٢} = ٢ \times ٥ \times ٥ \times أ \times ب \times ب$

(ق. م. أ) $= ١٠أ$

موقع واجباتي

أوجد (ق .م. أ) لكل مجموعة وحيدات حدود مما يأتي: (الدرس ٧- ١)

٤٧) ٨جـ^{٢}د^{٣}، ١٦جـ^{٣}د

٨ جـ^{٢}د^{٣} = ٢ × ٢ × ٢ × جـ × جـ × د × د × د

١٦جـ^{٣} د = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × جـ × جـ × جـ × د

(ق. م. أ) = ٢ × ٢ × ٢ × جـ × جـ × د = ٨جـ^{٢}د

٤٨) ٤ص، ١٨ص^{٢}، ٦ص^{٣}

٤ص = ٢ × ٢ × ص

١٨ص^{٢} = ٢ × ٣ × ٣ × ص × ص

٦ص^{٣} = ٢ × ٣ × ص × ص × ص

(ق. م. أ) = ٢ص

بسّط كلّ عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦- ١)

٤٩) (أب^{٤})(أب^{٢})

(أ ب^{٤}) (أ ب^{٢})

= أ$^{١+١}$ ب$^{٤+٢}$

= أ^{٢} ب^{٦}

٥٠) (-٧جـ^{٣}د^{٤})(٤جـ د^{٣})

(-٧ جـ^{٣} د^{٤}) (٤ جـ د^{٣})

= -٧ × ٤ جـ$^{٣+١}$ د$^{٤+٣}$

= -٢٨جـ^{٤} د^{٧}

٥١) (٩س ص^{٧})^{٢}

(٩س ص^{٧})^{٢} = ٩^{٢}س^{٢}ص^{١٤}

= ٨١ س^{٢}ص^{١٤}

٥٢) [(٤^{٢})^{٣}]^{٢}

[(٤^{٢})^{٣}]^{٢} = ٤$^{٢×٣×٢}$

= ١٦٧٧٧٢١٦

موقع واجباتي

٥٣) حلّ المتباينة ٣ص− ٤ > −٣٧، وتحقق من صحة الحل. (مهارة سابقة)

٣ص − ٤ > −٣٧

٣ص > −٣٧ + ٤

٣ص > −٣٣

ص > −١١

التحقق ← ٣(−١٠) > −٣٧ + ٤

−٣٠ > −٣٣ ✓

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

٥٤) (ب + ٢) (ب + ٥)

= ب^{٢} + ٧ب + ١٠

٥٥) (د + ٤) (د + ١٠)

= د^{٢} + ١٤د + ٤٠

٥٦) (ع − ١) (ع − ٨)

= ع^{٢} − ٩ع + ٨

٥٧) (جـ + ٩) (جـ − ٣)

= جـ^{٢} + ٦جـ − ٢٧

٥٨) (س − ٧) (س − ٦)

= س^{٢} − ١٣س + ٤٢

٥٩) (هـ − ٢) (هـ + ١١)

= هـ^{٢} + ٩هـ − ٢٢

موقع واجباتي

تحليل ثلاثية الحدود

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

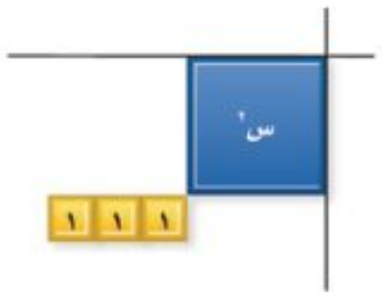
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتحليل ثلاثية الحدود. فإذا مثّلت كثيرة الحدود مساحة مستطيل مُكوّن من بطاقات الجبر، فإن بعديه يمثّلان عاملين لكثيرة الحدود، أما إذا لم يكن بالإمكان تكوين مستطيل يمثّل ثلاثية الحدود، فإن ثلاثية الحدود تكون غير قابلة للتحليل.

نشاط ١ تحليل العبارة: س^{٢} + ب س + جـ

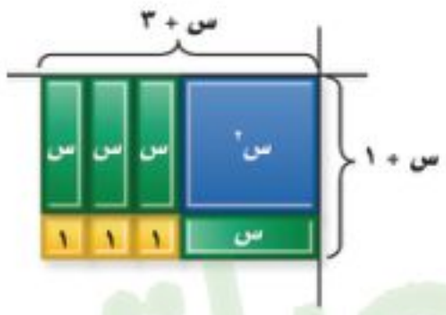
استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: س^{٢} + ٤س + ٣

الخطوة ١: مثّل س^{٢} + ٤س + ٣ ببطاقات الجبر.

الخطوة ٢: ضع البطاقة س^{٢} في زاوية لوحة الضرب، ورتّب بطاقات العدد ١ كما في الشكل المجاور، لتكوّن مستطيلاً. بما أن ٣ عدد أولي، فإنه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمستطيل بطريقة واحدة، هي ١ في ٣.



الخطوة ٣: أكمل تكوين المستطيل ببطاقات س، فيكون بذلك عرض المستطيل س+ ١، وطوله س+ ٣
إذن: س^{٢} + ٤س + ٣ = (س+ ١) (س+ ٣).

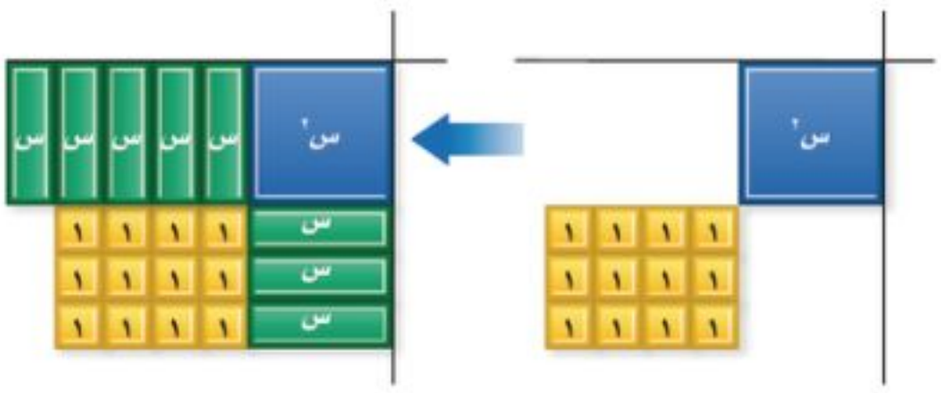


نشاط ٢ تحليل العبارة: س^{٢} + ب س + جـ

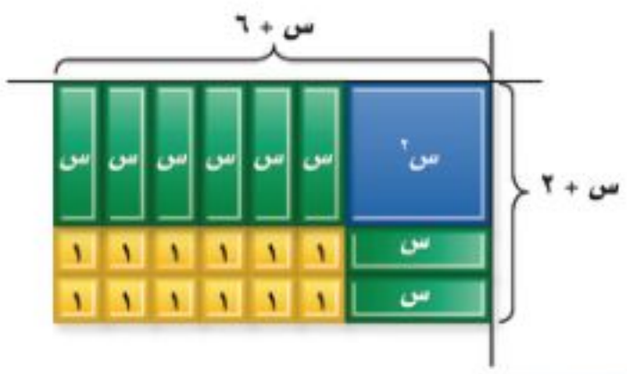
استعمل بطاقات الجبر لتحليل العبارة: س^{٢} + ٨س + ١٢

الخطوة ١: مثّل س^{٢} + ٨س + ١٢ ببطاقات الجبر.

الخطوة ٢: ضع بطاقة س^{٢} في زاوية لوحة الضرب، ورتّب بطاقات العدد ١ لتكوّن مستطيلاً. وبما أن ١٢ = ٣ × ٤، فحاول إنشاء مستطيل أبعاده ٣ وَ ٤، وحاول إكمال الشكل العام لمستطيل باستعمال بطاقات س، ثم لاحظ أن هناك بطاقات إضافية.



الخطوة ٣: رتّب بطاقات العدد ١ بمستطيل أبعاده ٢ وَ ٦ ثم أكمل المستطيل، وفي هذه الحالة تكون قد استعملت جميع بطاقات س لتكوين المستطيل. ويكون عرض المستطيل س+ ٢، وطوله س+ ٦
إذن س^{٢} + ٨س + ١٢ = (س + ٢) (س + ٦).



موقع واجباتي

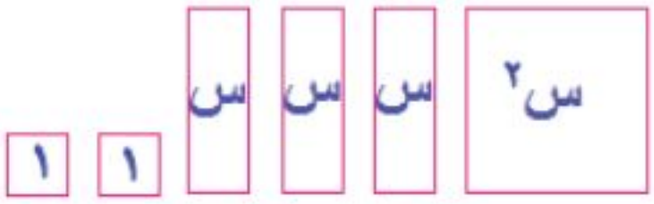
استكشاف ٣-٧

تحليل ثلاثية الحدود

التمثيل والتحليل:

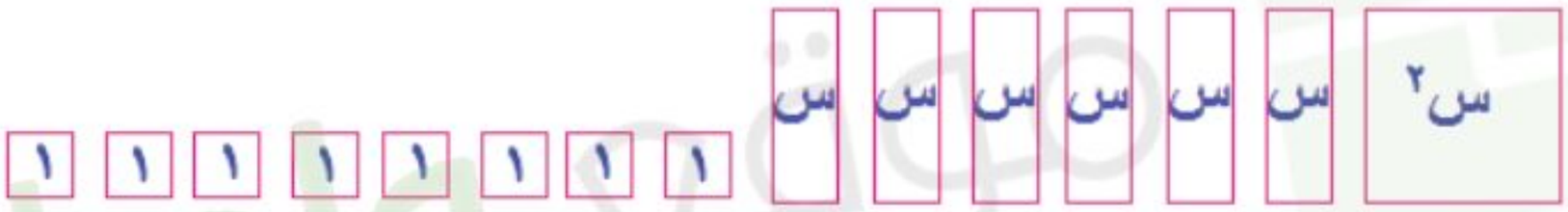
استعمل بطاقات الجبر لتحليل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

١) $س^{٢} + ٣س + ٢$



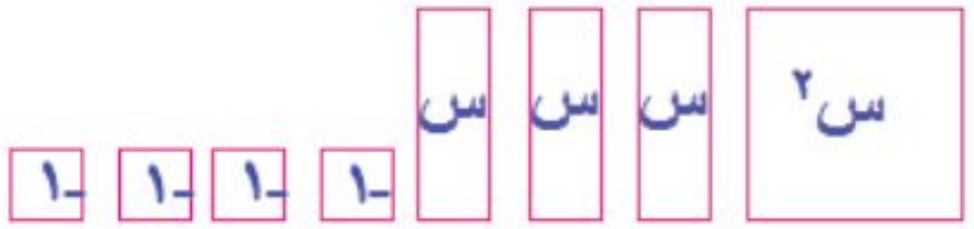
$س^{٢} + ٣س + ٢ = (س + ١)(س + ٢)$

٢) $س^{٢} + ٦س + ٨$



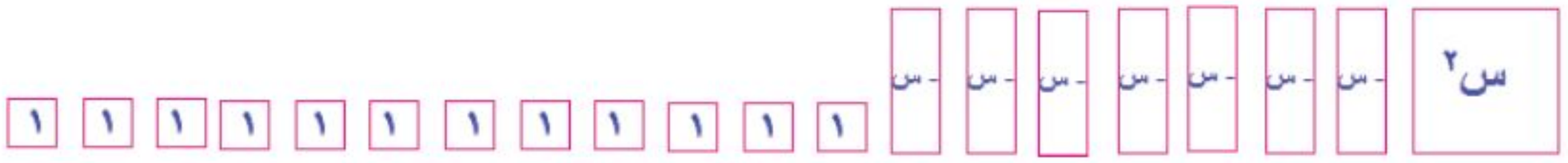
$س^{٢} + ٣س + ٢ = (س + ٢)(س + ٤)$

٣) $س^{٢} + ٣س - ٤$



$س^{٢} + ٣س - ٤ = (س - ١)(س + ٤)$

٤) $س^{٢} - ٧س + ١٢$



$س^{٢} - ٧س + ١٢ = (س - ٣)(س - ٤)$

موقع واجباتي

استكشاف ٣-٧

تحليل ثلاثية الحدود

استعمل الرسم بمخطط لتبيّن إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي قابلة للتحليل أم لا :

٥) $س^{٢} + ٣س + ٦$

لا يمكن رسم مستطيل يحقق المطلوب

---

٦) $س^{٢} - ٥س - ٦$

نعم،

$س^{٢}$	-س	-س	-س	-س	-س	-س
س	-١	-١	-١	-١	-١	-١

س + ١

---

٧) $س^{٢} - ٤$

نعم،

$س^{٢}$	س	س
-س	-١	-١
-س	-١	-١

س - ٢

---

٨) $س^{٢} - س - ٤$

لا يمكن رسم مستطيل يحقق المطلوب

---

٩) **اكتب** كيف يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتحدد إذا كانت ثلاثية حدود قابلة للتحليل؟

يمكن تحليل ثلاثية الحدود إذا أمكن تمثيلها بمستطيل

مثال: $س^{٢} + ٤س + ٤$ **قابلة للتحليل**

$س^{٢} + س + ٤$ **غير قابلة للتحليل**

موقع واجباتي

موقع واجباتي

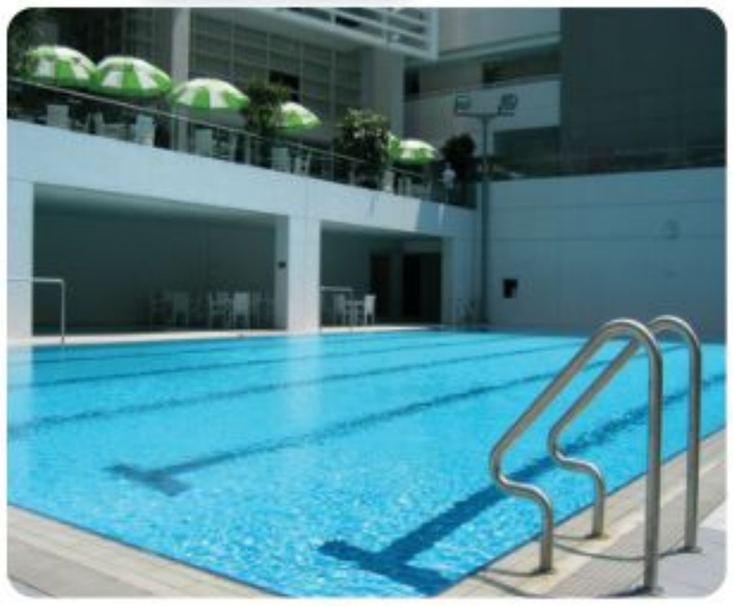
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٧

المعادلات التربيعية: $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

لماذا؟



بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م^{٢}، فما بعداها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ وَمجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$: تعلمت كيف تضرب ثنائيتي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حد منهما عاملاً لناتج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيتي الحد لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.

$(س + ٣)(س + ٤) = س^{٢} + ٤س + ٣س + ٣ \times ٤$ طريقة التوزيع بالترتيب

$= س^{٢} + (٤ + ٣)س + ٣ \times ٤$ خاصية التوزيع

$= س^{٢} + ٧س + ١٢$ بسّط.

لاحظ أن معامل الحدّ الأوسط ٧ هو مجموع العددين ٣ و٤، والحد الأخير ١٢ هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$(س + ٣)(س + ٤) = س^{٢} + (٤ + ٣)س + (٣ \times ٤)$

$(س + م)(س + ن) = س^{٢} + (ن + م)س + م ن$ لتكن ٣ = م، ٤ = ن

$= س^{٢} + (م + ن)س + م ن$ الإبدال (+)

$س^{٢} + ب س + جـ$ ب = م + ن، جـ = م ن

لاحظ أن معامل الحد الأوسط هو مجموع م وَ ن، والحدّ الأخير هو ناتج ضربهما.

تستعمل هذه القاعدة لتحليل ثلاثيات الحدود على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$.

مطويتك

تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما جـ، ثم اكتب $س^{٢} + ب س + جـ$ على الصورة $(س + م)(س + ن)$.

الرموز: $س^{٢} + ب س + جـ = (س + م)(س + ن)$، حيث م + ن = ب، م ن = جـ

مثال: $س^{٢} + ٦س + ٨ = (س + ٢)(س + ٤)$. لأن ٢ + ٤ = ٦، ٢ × ٤ = ٨

يكون لعاملي جـ الإشارة نفسها عندما تكون موجبة. ويعتمد كون العاملين موجبين أو سالبين على إشارة ب. فإذا كانت ب موجبة فالعاملان موجبان، وإذا كانت سالبة فالعاملان سالبان.

هيما سبق

درستُ ضرب ثنائيات الحد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

والآن

- أحلّل ثلاثية حدود على الصورة: $س^{٢} + ب س + جـ$.
- أحلّ المعادلات على الصورة: $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

المفردات

المعادلة التربيعية

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٧-٣

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

١أ) $د^{٢} + ١١د + ٢٤$

$د^{٢} + ١١ د + ٢٤$

عاملين موجبين مجموعهما ١١ وناتج ضربهما ٢٤

$(٣ \times ٨ = ٢٤ ، ٣ + ٨ = ١١)$

$د^{٢} + ١١ د + ٢٤ = (د + ٣) (د + ٨)$

١ب) $٩ + ١٠ن + ن^{٢}$

$٩ + ١٠ ن + ن^{٢}$

عاملين موجبين مجموعهما ١٠ وناتج ضربهما ٩

$١ \times ٩ = ٩ ، \quad ١ + ٩ = ١٠$

$٩ + ١٠ ن + ن^{٢} = (١ + ن) (٩ + ن)$

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

٢أ) $٢١ - ٢٢م + م^{٢}$

$٢١ - ٢٢ م + م^{٢} = م^{٢} - ٢٢ م + ٢١$

عاملين سالبين مجموعهما ـ ٢٢ وناتج ضربهما ٢١

$[- ١ \times - ٢١ = ٢١ ، \quad - ١ + (-٢١) = - ٢٢]$

$م^{٢} - ٢٢ م + ٢١ = (م - ١) (م - ٢١)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٧-٣

٢ب) و^{٢} − ١١و + ٢٨

و^{٢} − ١١ و + ٢٨

عاملين سالبين مجموعهما − ١١ وناتج ضربهما ٢٨

− ٤ × − ٧ = ٢٨ ، − ٤ + (− ٧) = − ١١

و^{٢} − ١١ و + ٢٨ = (و − ٤) (و − ٧)

تحقق من فهمك

٣أ) ص^{٢} + ١٣ص − ٤٨

ص^{٢} + ١٣ ص − ٤٨

عاملين مجموعهما ١٣ وناتج ضربهما − ٤٨

− ٣، ١٦ (إشارتان مختلفتان)

ص^{٢} + ١٣ ص − ٤٨ = (ص − ٣) (ص + ١٦)

٣ب) ر^{٢} − ٢ ر − ٢٤

ر^{٢} − ٢ ر − ٢٤

عاملين مجموعهما − ٢ وناتج ضربهما − ٢٤

− ٨، ٦ (إشارتان مختلفتان)

ر^{٢} − ٢ ر − ٢٤ = (ر − ٨) (ر + ٦)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٤أ) $ع^{٢} - ٣ع = ٧٠$

$ع^{٢} - ٣ع - ٧٠ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$ع^{٢} - ٣ع - ٧٠ = ٠$ — طرح ٧٠

$(ع - ١٠)(ع + ٧) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$ع - ١٠ = ٠$ أو $ع + ٧ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$ع = ١٠$ أو $ع = -٧$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ١٠، -٧

التحقق: $١٠^{٢} - ٣(١٠) = ١٠٠ - ٣٠ = ٧٠$ ✓

$(-٧)^{٢} - ٣(-٧) = ٤٩ + ٢١ = ٧٠$ ✓

٤ب) $س^{٢} + ٣س - ١٨ = ٠$

$س^{٢} + ٣س - ١٨ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٣)(س + ٦) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٦ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٣$ $س = -٦$ — حل كل معادلة

التحقق: $٣^{٢} + ٣(٣) - ١٨ = ٩ + ٩ - ١٨ = ٠$ ✓

$(-٦)^{٢} + ٣(-٦) - ١٨ = ٣٦ - ١٨ - ١٨ = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٥) **هندسة :** متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بِـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^{٢}. فما ارتفاعه؟

طول القاعدة = س، الارتفاع = س ـ ١٨

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

س (س ـ ١٨) = ١٧٥

س^{٢} ـ ١٨س = ١٧٥ — المعادلة

س^{٢} ـ ١٨س ـ ١٧٥ = ٠ — طرح ١٧٥

(س ـ ٢٥) (س + ٧) = ٠ — حلل إلى عوامل

س ـ ٢٥ = ٠ أو س + ٧ = ٠ — خاصية الضرب الصفري

س = ٢٥ أو س = ـ٧ — حل كل معادلة

وبما أن الأبعاد موجبة دائماً فإن س (طول القاعدة) = ٢٥ سم

الارتفاع = ٢٥ ـ ١٨ = ٧سم

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١) س^{٢} + ١٤س + ٢٤

س^{٢} + ١٤ س + ٢٤

عاملين موجبين مجموعهما ١٤ وناتج ضربهما ٢٤

٢ × ١٢ = ٢٤ ، ٢ + ١٢ = ١٤

س^{٢} + ١٤ س + ٢٤ = (س + ٢) (س + ١٢)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢) $ص^{٢} - ٧ص - ٣٠$

$ص^{٢} - ٧ ص - ٣٠$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما -٧ وناتج ضربهما -٣٠

$(-١٠ \times ٣ = -٣٠ \quad ، \quad -١٠ + (٣) = -٧)$

$ص^{٢} - ٧ ص - ٣٠ = (ص - ١٠) (ص + ٣)$

٣) $ن^{٢} + ٤ن - ٢١$

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما ٤ وناتج ضربهما -٢١

$٧ \times -٣ = -٢١ \quad ، \quad ٧ + (-٣) = ٤$

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١ = (ن + ٧) (ن - ٣)$

٤) $م^{٢} - ١٥م + ٥٠$

$م^{٢} - ١٥ م + ٥٠$

عاملين سالبين مجموعهما -١٥ وناتج ضربهما ٥٠

$-١٠ \times -٥ = ٥٠ \quad ، \quad -١٠ + (-٥) = -١٥$

$م^{٢} - ١٥م + ٥٠ = (م - ١٠) (م - ٥)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٥) $س^{٢} - ٤س - ٢١ = ٠$

$س^{٢} - ٤ س - ٢١ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٧)(س + ٣) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٧ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٧$ $\quad$ $س = -٣$ — حل كل معادلة

الجذران هما: $-٣، ٧$

التحقق: $٧^{٢} - ٤(٧) - ٢١ = ٤٩ - ٢٨ - ٢١ = ٠$ ✓

$(-٣)^{٢} - ٤(-٣) - ٢١ = ٩ + ١٢ - ٢١ = ٠$ ✓

---

٦) $ن^{٢} - ٣ن + ٢ = ٠$

$ن^{٢} - ٣ ن + ٢ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(ن - ٢)(ن - ١) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$ن - ٢ = ٠$ أو $ن - ١ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$ن = ٢$ $\quad$ أو $\quad$ $ن = ١$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ١، ٢

التحقق: $٢^{٢} - ٣(٢) + ٢ = ٤ - ٦ + ٢ = ٠$ ✓

$(١)^{٢} - ٣(١) + ٢ = ١ - ٣ + ٢ = ٠$ ✓

٧) $س^{٢} - ١٥س + ٥٤ = ٠$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٧) $س^{٢} - ١٥س + ٥٤ = ٠$

$س^{٢} - ١٥ س + ٥٤ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٩)(س - ٦) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٩ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٩$ $س = ٦$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٦، ٩

التحقق: ← $٩^{٢} - ١٥(٩) + ٥٤ = ٨١ - ١٣٥ + ٥٤ = ٠$ ✓

$(٦)^{٢} - ١٥(٦) + ٥٤ = ٣٦ - ٩٠ + ٥٤ = ٠$ ✓

---

٨) $س^{٢} + ١٢س = -٣٢$

$س^{٢} + ١٢ س = -٣٢$ — المعادلة الأصلية

$س^{٢} + ١٢ س + ٣٢ = ٠$ — إضافة ٣٢

$(س + ٨)(س + ٤) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س + ٨ = ٠$ أو $س + ٤ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = -٨$ $س = -٤$ — حل كل معادلة

الجذران هما: -٤، -٨

التحقق: ← $(-٤)^{٢} + ١٢(-٤) = ١٦ - ٤٨ = -٣٢$ ✓

$(-٨)^{٢} + ١٢(-٨) = ٦٤ - ٩٦ = -٣٢$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٩) $س^{٢} - س - ٧٢ = ٠$

$س^{٢} - س - ٧٢ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٩)(س + ٨) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٩ = ٠$ أو $س + ٨ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٩$ أو $س = -٨$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٩، -٨

التحقق: $(٩)^{٢} + (٩) - ٧٢ = ٨١ - ٩ - ٧٢ = ٠$ ✓

$(-٨)^{٢} - (-٨) = ٦٤ + ٨ - ٧٢ = ٠$ ✓

---

١٠) $س^{٢} - ١٠س = -٢٤$

$س^{٢} - ١٠س = -٢٤$ — المعادلة الأصلية

$س^{٢} - ١٠س + ٢٤ = ٠$ — إضافة ٢٤

$(س - ٤)(س - ٦) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٤ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٤$ أو $س = ٦$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٤، ٦

التحقق: $(٤)^{٢} - ١٠(٤) = ١٦ - ٤٠ = -٢٤$ ✓

$(٦)^{٢} - ١٠(٦) = ٣٦ - ٦٠ = -٢٤$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١١) **إطار صورة:** اشترت لطيفة إطارًا لصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعدا الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعدا الصورة المصغَّرة؟

مساحة الصورة بعد التصغير = $\frac{١}{٢}$ مساحتها الأصلية

$= \frac{١}{٢}$ (١٢ × ١٦) $= \frac{١}{٢} \times ١٩٢ = ٩٦$ سم^{٢}

طول الصورة بعد التصغير = ١٦ ـ ص، عرضها = ١٢ ـ ص

مساحة الصورة بعد التصغير = (١٦ ـ ص) (١٢ ـ ص) = ٩٦

١٩٢ ـ ٢٨ ص + ص^{٢} = ٩٦	كتابة المعادلة
ص^{٢} ـ ٢٨ ص + ٩٦ = ٠	طرح ٩٦ وترتيب المعادلة
(ص ـ ٤) (ص ـ ٢٤) = ٠	حلل إلى عوامل
ص ـ ٤ = ٠ أو ص ـ ٢٤ = ٠	خاصية الضرب الصفري
ص = ٤ أو ص = ٢٤	حل كل معادلة

البعد دائماً موجب لذا قيمة ص = ٤

طول الصورة بعد التصغير = ١٦ ـ ٤ = ١٢

عرض الصورة بعد التصغير = ١٢ ـ ٤ = ٨

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١٢) $س^{٢} + ١٧س + ٤٢$

$س^{٢} + ١٧ س + ٤٢$

عاملين موجبين مجموعهما ١٧ وناتج ضربهما ٤٢

$٣ \times ١٤ = ٤٢$ ، $٣ + ١٤ = ١٧$

$س^{٢} + ١٧ س + ٤٢ = (س + ٣)(س + ١٤)$

---

١٣) $ص^{٢} - ١٧ص + ٧٢$

$ص^{٢} - ١٧ ص + ٧٢$

عاملين سالبين مجموعهما -١٧ وناتج ضربهما ٧٢

$-٨ \times -٩ = ٧٢$ ، $-٨ + (-٩) = -١٧$

$ص^{٢} - ١٧ ص + ٧٢ = (ص - ٨)(ص - ٩)$

---

١٤) $أ^{٢} + ٨أ - ٤٨$

$أ^{٢} + ٨ أ - ٤٨$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما ٨ وناتج ضربهما -٤٨

$١٢ \times -٤ = -٤٨$ ، $١٢ + (-٤) = ٨$

$أ^{٢} + ٨ أ - ٤٨ = (أ + ١٢)(أ - ٤)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٥) $ن^{٢} - ٢ن - ٣٥$

$ن^{٢} - ٢ ن - ٣٥$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما -٢ وناتج ضربهما -٣٥

$-٧ \times ٥ = -٣٥$ ، $-٧ + ٥ = -٢$

$ن^{٢} - ٢ ن - ٣٥ = (ن - ٧)(ن + ٥)$

١٦) $٤٤ + ١٥هـ + هـ^{٢}$

$٤٤ + ١٥هـ + هـ^{٢} = هـ^{٢} + ١٥هـ + ٤٤$

عاملين موجبين مجموعهما ١٥ وناتج ضربهما ٤٤

$١١ \times ٤ = ٤٤$ ، $١١ + ٤ = ١٥$

$هـ^{٢} + ١٥ هـ + ٤٤ = (هـ + ١١)(هـ + ٤)$

١٧) $٤٠ - ٢٢س + س^{٢}$

$٤٠ - ٢٢ س + س^{٢} = س^{٢} - ٢٢ س + ٤٠$

عاملين سالبين مجموعهما -٢٢ وناتج ضربهما ٤٠

$-٢٠ \times -٢ = ٤٠$ ، $-٢٠ + (-٢) = -٢٢$

$س^{٢} - ٢٢ س + ٤٠ = (س - ٢٠)(س - ٢)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٨) $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

$س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٤)(س - ٣) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٤ = ٠$ أو $س - ٣ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٤$ أو $س = ٣$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٣، ٤

التحقق: $(٤)^{٢} - ٧(٤) + ١٢ = ١٦ - ٢٨ + ١٢ = ٠$ ✓

$(٣)^{٢} - ٧(٣) + ١٢ = ٩ - ٢١ + ١٢ = ٠$ ✓

---

١٩) $ص^{٢} + ص = ٢٠$

$ص^{٢} + ص = ٢٠$ — المعادلة الأصلية

$ص^{٢} + ص - ٢٠ = ٠$ — طرح ٢٠

$(ص - ٤)(ص + ٥) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$ص - ٤ = ٠$ أو $ص + ٥ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$ص = ٤$ أو $ص = -٥$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٤، -٥

التحقق: $(٤)^{٢} + (٤) = ١٦ + ٤ = ٢٠$ ✓

$(-٥)^{٢} + (-٥) = ٢٥ - ٥ = ٢٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٠) $س^{٢} - ٦س = ٢٧$

$س^{٢} - ٦ س = ٢٧$ — المعادلة الأصلية

$س^{٢} - ٦ س - ٢٧ = ٠$ — طرح ٢٧

$(س - ٩)(س + ٣) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$س - ٩ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٩$ ، $س = -٣$ — حل كل معادلة

الجذران هما: ٩، - ٣

التحقق: $(٩)^{٢} - ٦(٩) - ٢٧ = ٨١ - ٥٤ - ٢٧ = ٠$ ✓

$(-٣)^{٢} - ٦(-٣) - ٢٧ = ٩ + ١٨ - ٢٧ = ٠$ ✓

---

٢١) $ج^{٢} + ١٠ ج + ٩ = ٠$

$ج^{٢} + ١٠ ج + ٩ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(ج + ٩)(ج + ١) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$ج + ٩ = ٠$ أو $ج + ١ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$ج = -٩$ ، $ج = -١$ — حل كل معادلة

الجذران هما: -٩، - ١

التحقق: $(-٩)^{٢} + ١٠(-٩) + ٩ = ٨١ - ٩٠ + ٩ = ٠$ ✓

$(-١)^{٢} + ١٠(-١) + ٩ = ١ - ١٠ + ٩ = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٢) $ن^{٢} - ١٢٠ = ٧ ن$

$ن^{٢} - ١٢٠ = ٧ ن$	المعادلة الأصلية
$ن^{٢} - ٧ ن - ١٢٠ = ٠$	طرح ٧ ن
$(ن - ١٥)(ن + ٨) = ٠$	حلل إلى عوامل
$ن - ١٥ = ٠$ أو $ن + ٨ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$ن = ١٥$ أو $ن = -٨$	حل كل معادلة

الجذران هما: ١٥، ـ ٨

التحقق: ← $(-٨)^{٢} - ١٢٠ = ٧ (-٨) = -٥٦$ ✓

$(١٥)^{٢} - ١٢٠ = ٧ (١٥) = ١٠٥$ ✓

---

٢٣) $هـ^{٢} + ٤٨ = ١٦ هـ$

$هـ^{٢} + ٤٨ = ١٦ هـ$	المعادلة الأصلية
$هـ^{٢} - ١٦ هـ + ٤٨ = ٠$	طرح ١٦ هـ
$(هـ - ٤)(هـ - ١٢) = ٠$	حلل إلى عوامل
$هـ - ٤ = ٠$ أو $هـ - ١٢ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$هـ = ٤$ أو $هـ = ١٢$	حل كل معادلة

الجذران هما: ٤، ١٢

التحقق: ← $(٤)^{٢} + ٤٨ = ١٦ (٤) = ٦٤$ ✓

$(١٢)^{٢} + ٤٨ = ١٦ (١٢) = ١٩٢$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٤) **هندسة :** مساحة مثلث ٣٦سم^{٢}، ويزيد ارتفاعه ٦سم على طول قاعدته. فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

بفرض القاعدة ق

الارتفاع (ع) = ق + ٦

م = $\frac{١}{٢}$ ق (ق + ٦)

٣٦ = $\frac{١}{٢}$ ق^{٢} + ٣ق — خاصية التوزيع

ق^{٢} + ٦ ق − ٧٢ = ٠ — الضرب في ٢ والترتيب

(ق + ١٢) (ق − ٦) = ٠ — حلل إلى عوامل

(ق + ١٢) = ٠ أو ق − ٦ = ٠ — خاصية الضرب الصفري

ق = − ١٢ أو ق = ٦

القاعدة = ٦ سم

الارتفاع = ٦ + ٦ = ١٢ سم

---

٢٥) **هندسة :** تمثّل العبارة (س^{٢} − ٤س − ١٢) سم^{٢} مساحة مستطيل طوله (س + ٢) سم. فما عرضه؟

مساحة المستطيل = الطول × العرض

س^{٢} − ٤ س − ١٢ = ض (س + ٢)

(س − ٦) (س + ٢) = ض (س + ٢)

س − ٦ = ض — القسمة على (س + ٢)

العرض = س − ٦

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢٦) $ك^{٢} + ١١ك ر + ١٨ر^{٢}$

$ك^{٢} + ١١ ك ر + ١٨ ر^{٢}$

عاملين موجبين مجموعهما ١١ر وناتج ضربهما ١٨ $ر^{٢}$

$٩ر \times ٢ر = ١٨ ر^{٢}$ ، $٩ر + ٢ر = ١١ر$

$ك^{٢} + ١١ ك ر + ١٨ ر^{٢} = (ك + ٩ر)\ (ك + ٢ر)$

---

٢٧) $س^{٢} - ٦س ص + ٥ص^{٢}$

$س^{٢} - ٦ س ص + ٥ ص^{٢}$

عاملين سالبين مجموعهما $-$ ٦ ص وناتج ضربهما ٥ $ص^{٢}$

$-ص \times -٥ص = ٥ ص^{٢}$ ، $-ص + (-٥ص) = -٦ ص$

$س^{٢} - ٦ س ص + ٥ ص^{٢} = (س - ص)\ (س - ٥ ص)$

---

٢٨) $أ^{٢} + ١٠أب - ٣٩ب^{٢}$

$أ^{٢} + ١٠ أ ب - ٣٩ ب^{٢}$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما ١٠ ب وناتج ضربهما $-$٣٩ $ب^{٢}$

$١٣ ب \times -٣ ب = -٣٩ ب^{٢}$ ، $١٣ ب + (-٣ ب) = ١٠ ب$

$أ^{٢} + ١٠ أ ب - ٣٩ ب^{٢} = (أ + ١٣ ب)\ (أ - ٣ ب)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٩) **سباحة:** يزيد طول حوض سباحة دولي مستطيل الشكل ٢٩ مترًا عن عرضه، ومساحة سطحه ١٠٥٠ م^{٢}

أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة تمثل مساحة سطحه.

بفرض العرض س

الطول = س + ٢٩

مساحة المستطيل = الطول × العرض

١٠٥٠ = س (س + ٢٩)

ب) حل المعادلة.

١٠٥٠ = س (س + ٢٩)

١٠٥٠ = س^{٢} + ٢٩ س — خاصية التوزيع

س^{٢} + ٢٩ س − ١٠٥٠ = ٠ — ترتيب المعادلة

(س + ٥٠) (س − ٢١) = ٠ — حلل إلى عوامل

س + ٥٠ = ٠ أو س − ٢١ = ٠ — خاصية الضرب الصفري

س = − ٥٠ س = ٢١ — حل كل معادلة

العرض = ٢١

الطول = ٢١ + ٢٩ = ٥٠

جـ) فسّر الإجابتين، وهل هناك معنى لكلٍّ منهما؟

العرض = ٢١ لأن البعد لا يمكن أن يكون سالب لذا س = ٢١

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٠) **هندسة:** اكتب عبارة تمثّل محيط المستطيل الذي مساحته م = س^{٢} + ١٣س − ٩٠ .

م = س^{٢} + ١٣ س − ٩٠

= (س − ٥) (س + ١٨) حلل إلى عوامل

بعدا المستطيل هما: س − ٥ ، س + ١٨

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

= ٢ [(س − ٥) + (س + ١٨)]

= ٢ [(س + س) + (−٥ + ١٨)]

= ٢ (٢ س + ١٣)

= ٤ س + ٢٦

---

٣١) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال، طريقة التحليل عندما يكون المعامل الرئيس للعبارة التربيعية لا يساوي ١.

أ) **جدوليًا:** انقل الجدول الآتي، ثمّ أكمله:

ضرب ثنائيتي الحد	أس + م س + ن س + جـ	أس^{٢} + ب س + جـ	م × ن	أ × جـ
(٢س + ٣) (س + ٤)	٢س^{٢} + ٨س + ٣س + ١٢	٢س^{٢} + ١١س + ١٢	٢٤	٢٤
(س + ١) (٣س + ٥)	٣س^{٢} + ٥س + ٣س + ٥	٣س^{٢} + ٨س + ٥	١٥	١٥
(٢س − ١) (٤س + ١)	٨س^{٢} + ٢س − ٤س − ١	٨س^{٢} − ٢س − ١	−٨	−٨
(٣س + ٥) (٤س − ٢)	١٢س^{٢} − ٦س + ٢٠س − ١٠	١٢س + ١٤س − ١٠	−١٢٠	−١٢٠

ب) **تحليليًا:** كيف يرتبط العددان م، ن بالعددين أ ، جـ؟

م × ن = أ × جـ

موقع واجباتي

موقع واجباتي

جـ) تحليليًا: كيف يرتبط العددان م، ن بالعدد ب؟

م + ن = ب

د) لفظيًا: صف إجراءً يمكن استعماله لتحليل كثيرة حدود على الصورة أس^{٢} + ب س + جـ .

ابحث عن عددين صحيحين م، ن حيث يكون: م ن = أ جـ ، م + ن = ب

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٢) اكتشف الخطأ: حلّل كلٌّ من خليل وماجد العبارة: س^{٢} + ٦ س − ١٦ . فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر ذلك.

ماجد	خليل
س^{٢} + ٦ س − ١٦ = (س + ٢) (س − ٨)	س^{٢} + ٦ س − ١٦ = (س − ٢) (س + ٨)

إجابة خليل هي الصحيحة لأنه حلل إلى عاملين مجموعهما ٦ وناتج ضربهما − ١٦

− ٢ × ٨ = ١٦ ، − ٢ + ٨ = ٦

أما ماجد فحاصل جمع العاملين = − ٦

تحد: أوجد جميع قيم هـ التي تجعل كل كثيرة حدود في كلّ مما يأتي قابلة للتحليل باستعمال الأعداد الصحيحة:

٣٣) س^{٢} + هـ س − ١٩

س^{٢} + هـ س − ١٩

هـ = ١٨

٣٤) س^{٢} + هـ س + ١٤

س^{٢} + هـ س + ١٤

هـ = ٩

٣٥) س^{٢} − ٨ س + هـ ، هـ > ٠

س^{٢} − ٨ س + هـ ، هـ > ٠

هـ = ١٦

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٦) تحدّ: حلّل العبارة: $(٤ص - ٥)^{٢} + ٣(٤ص - ٥) - ٧٠$.

$$(٤ ص - ٥)^{٢} + ٣ (٤ ص - ٥) - ٧٠$$

نوجد عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما ٣ وناتج ضربهما − ٧٠ (١٠، −٧)

$= [(٤ ص - ٥) - ٧] [(٤ ص - ٥) + ١٠]$ حلل إلى عوامل

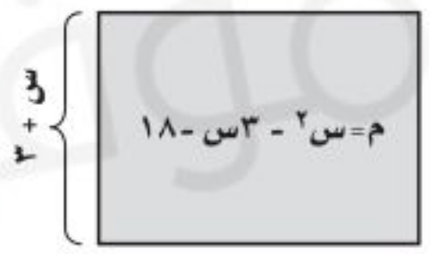
$= (٤ ص - ٥ - ٧) (٤ ص - ٥ + ١٠)$ تجميع

$= (٤ ص - ١٢) (٤ ص + ٥)$ تبسيط

$= (٤) (ص - ٣) (٤ ص + ٥)$ ق. م. أ

تدريب على اختبار

٣٧) هندسة: ما العبارة التي تمثّل طول المستطيل في الشكل المجاور؟



أ) س + ٥ **جـ)** س − ٦

ب) س + ٦ د) س − ٥

$س^{٢} - ٣س - ١٨ = (س - ٦) (س + ٣)$

٣٨) إذا كان الفرق بين ٢١ والعدد ن هو ٦، فما المعادلة التي تبين هذه العلاقة؟

أ) ٢١ − ن = ٦ جـ) ٢١ + ن = ٦

ب) ٢١ن = ٦ د) ٦ن = −٢١

مراجعة تراكمية

حلّل كلَّ كثيرة حدودٍ ممَّا يأتي: (الدرس ٧ - ٢)

٣٩) $٢م^{٣}ل^{٢} - ١٦م ل^{٢} + ٨ م ل$

$٢م^{٣}ل^{٢} = ٢ \times م \times م \times م \times ل \times ل$

$١٦م ل^{٢} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times م \times ل \times ل$

$٨ م ل = ٢ \times ٢ \times ٢ \times م \times ل$

ق. م. أ = ٢ م ل

$٢م^{٣}ل^{٢} - ١٦م ل^{٢} + ٨ م ل = ٢م ل (م^{٢}ل - ٨ل + ٤)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٠) ٢أ س + ٦س جـ + ب أ + ٣ب جـ

٢أ س + ٦س جـ + ب أ + ٣ب جـ = (٢أ س + ٦س جـ) + (ب أ + ٣ب جـ)
= ٢س (أ + ٣جـ) + ب (أ + ٣جـ)
= (٢س + ب) (أ + ٣جـ)

---

٤١) $س^{٢} - س ص - س ص + ص^{٢}$

$س^{٢} - س ص - س ص + ص^{٢} = س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢}$
= س (س – ص) – ص (س – ص)
= (س – ص) (س – ص)

---

٤٢) **تبليط:** يريد خالد تبليط غرفة معيشة بُعداها ٤٢٠ سم ، ٣٣٠ سم، ولديه قطع بلاط أبعادها ٢٠ سم × ٢٠ سم ، ٣٠ سم × ٣٠ سم ، ٢٠ سم × ١٥ سم ، ٢٢ سم × ٣٠ سم. فأيّ الأنواع يمكنه استعمالها دون قص أي قطعة؟ فسّر إجابتك. (الدرس ٧-١)

مساحة الغرفة = ٤٢٠ × ٣٣٠ = ١٣٨٦٠٠ $سم^{٢}$
مساحة قطع البلاط: ٤٠٠ $سم^{٢}$، ٩٠٠ $سم^{٢}$، ٣٠٠ $سم^{٢}$، ٦٦٠ $سم^{٢}$
١٣٨٦٠٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ٥ × ٥ × ٧ × ١١
٤٠٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٥ × ٥
٩٠٠ = ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ٥ × ٥
٣٠٠ = ٢ × ٢ × ٣ × ٥ × ٥
٦٦٠ = ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ٥ × ٥
واضح ان كل العوامل لمساحات البلاط موجودة بعوامل مساحة الغرفة عدا ٤٠٠ بها عامل زائد.
لذا البلاط الممكن استخدامه هو ٣٠، ٣٠؛ ٢٠، ١٥؛ ٢٢، ٣٠

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مهارة سابقة :

حلل كلَّ كثيرة حدودٍ مما يأتي:

٤٣) ٦م س – ٤م + ٣ر س – ٢ر

= (٦م س + ٣رس) – (٤م + ٢ر)

= ٣س(٢م + ١) – ٢(٢م + ١)

= (٢م + ١)(٣س – ٢)

---

٤٤) ٣ أس – ٦ ب س + ٨ ب – ٤ أ

= (٣أس – ٦ب س) – (٤أ – ٨ب)

= ٣س(أ – ٢ب) – ٤(أ – ٢ب)

= (أ – ٢ب)(٣س – ٤)

---

٤٥) ٢ د^{٢} جـ + ٢ ف جـ + ٤ د^{٢} هـ + ٤ ف هـ

= (٢د^{٢}جـ + ٢ف ج) + (٤د^{٢}هـ + ٤فـه)

= ٢جـ (د^{٢} + ف) + ٤ هـ (د^{٢} + ف)

= (د^{٢} + ف)(٢جـ + ٤ هـ)

موقع واجباتي

حلّل كل وحيدة حدٍّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا: (الدرس ٧-١)

١) ١٦س^{٣}ص^{٢}

= ١ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × س × س × س × ص × ص

٢) ٣٥ب جـ^{٤}

= ١ × ٥ × ٧ × ب × ج × ج × ج × ج

٣) −٢٠م^{٥}ن^{٢}

= −١ × ٢ × ٢ × ٥ × م × م × م × م × م × ن × ن

٤) −١٣س ص^{٣}

= −١ × ١٣ × س × ص × ص × ص

٥) **مساحة ممرٍّ:** تبلغ مساحة ممرٍّ ١٢م^{٢}، أوجد جميع أزواج الأعداد الكلية التي يمكن أن تمثل طولًا وعرضًا للممرِّ.

(الدرس ٧-١)

(١، ١٢) ، (٢، ٦) ، (٣، ٤)

أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حدٍّ فيما يأتي:

٦) ١٠ب، ٢٠ب^{٢}، ٢٥ب

١٠ب = ٢ × ٥ × ب

٢٠ب^{٢} = ٢ × ٢ × ٥ × ب × ب

٢٥ب = ٥ × ٥ × ب

ق. م. أ = ٥ × ب = ٥ب

٧) ١٣جـ، ٢٥د

١٣ج = ١٣ × ج

٢٥د = ٥ × ٥ × د

ق. م. أ = ١

٨) ٢١ب جـ، ٣٥ب، ٥٦ب جـ^{٣}

٢١ب ج = ٣ × ٧ × ب × ج

٣٥ب = ٥ × ٧ × ب

٥٦ب ج^{٣} = ٢ × ٢ × ٢ × ٧ × ب × ج × ج × ج

ق. م. أ = ٧ب

٩) **ترتيبٌ:** يريد عامل ترتيب ٢٤ زوجًا من الأحذية على أرفف محلٍّ، بحيث يضع نفس عدد الأزواج على كل رفٍّ، ويضع على الأقل ٤ أزواج على كل رفٍّ، ويستخدم رفين على الأقل، اذكر عدد الأزواج الممكنة على كل رفٍّ، وعدد الأرفف.

(٢، ١٢) ، (٣، ٨) ، (٤، ٦)

عدد الأزواج	عدد الأرفف
١٢	٢
٨	٣
٦	٤

موقع واجباتي

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود التالية:

(الدرس ٧-٢)

١٠) ٣س ص – ٩س

= ٣س(ص – ٣)

١١) ٦ب جـ + ١٢ب جـ^{٢} + ١٨جـ

= ٦ جـ (ب + ٢ب جـ + ٣)

١٢) **اختيار من متعدد:** إذا كانت مساحة المستطيل أدناه تساوي ٣س^{٢} + ٦س – ١٢ وحدةً مربعةً، فكم وحدةً عرضه؟

(الدرس ٧-٢)

س^{٢} + ٢س - ٤

أ) وحدتان
جـ) ٤ وحداتٍ
ب) ٣ وحداتٍ
د) ٦ وحدات

٣س^{٢} + ٦س – ١٢ = ٣(س^{٢} + ٢س – ٤)

عرض المستطيل = $\frac{٣(\text{س}^{٢}+٢\text{س}-٤)}{\text{س}^{٢}+٢\text{س}-٤}$

= ٣ وحدات

حلّل كلَّ كثيرة حدودٍ ممَّا يأتي: (الدرس ٧-٢)

١٣) ٥هـ + ٤٠جـ

= ٥(هـ + ٨ جـ)

١٤) ٣س^{٢} + ٦س + س + ٢

= (٣س^{٢} + ٦س) + (س + ٢)

= ٣س(س + ٢) + (س + ٢)

= (س + ٢) (٣س + ١)

١٥) ٥ب^{٢} – ٢٥ب – ب + ٥

= (٥ب٢ – ٢٥ب) – (ب – ٥)

= ٥ب(ب – ٥) – (ب – ٥)

= (ب – ٥)(٥ب – ١)

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٧-٣)

١٦) ٢س (س – ٥) = ٠

٢س = ٠ س – ٥ = ٠

س = ٠ س = ٥

التحقق:

٢(٠)(٠ – ٥) = ٠(– ٥) = ٠ ✓

٢(٥)(٥ – ٥) = ١٠ × ٠ = ٠ ✓

موقع واجباتي

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٧-٣)

١٧) $٦ب^{٢} - ٣ب = ٠$

$٣ب(٢ب - ١) = ٠$

$٣ب = ٠$ $\quad$ $٢ب - ١ = ٠$

$ب = ٠$ $\quad$ $ب = \frac{١}{٢}$

التحقق:

$٦(٠)^{٢} - ٣(٠) = ٠$ ✓

$٦\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} - ٣\left(\frac{١}{٢}\right) = ٦\left(\frac{١}{٤}\right) - \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٢} = ٠$ ✓

١٨) $جـ^{٢} = ١٥جـ$

$ج^{٢} - ١٥ج = ٠$

$ج(ج - ١٥) = ٠$

$ج = ٠$ $\quad$ $ج - ١٥ = ٠$

$ج = ١٥$

التحقق:

$(٠)^{٢} = ١٥(٠)$

$٠ = ٠$ ✓

$(١٥)^{٢} = ١٥(١٥)$

$٢٢٥ = ٢٢٥$ ✓

حلّل كلَّ كثيرة حدودٍ ممَّا يأتي: (الدرس ٧-٣)

١٩) $س^{٢} - ٤س - ٢١$

عددان حاصل ضربهما ٢١ و الفرق بينهما ٤ ← ٣، ٧

$= (س - ٧)(س + ٣)$

٢٠) $س^{٢} - ١٠س + ٢٤$

عددان حاصل ضربهما ٢٤ و مجموعهما ١٠ ← ٤، ٦

$= (س - ٤)(س - ٦)$

٢١) $س^{٢} + ٤س - ٢١$

عددان حاصل ضربهما ٢١ و الفرق بينهما ٤ ← ٣، ٧

$= (س + ٧)(س - ٣)$

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٧-٣)

٢٢) $س^{٢} - ٥س = ١٤$

$س^{٢} - ٥س - ١٤ = ٠$

$(س - ٧)(س + ٢) = ٠$

$س - ٧ = ٠$ $\quad$ $س + ٢ = ٠$

$س = ٧$ $\quad$ $س = -٢$

التحقق:

$(٧)^{٢} - ٥(٧) \stackrel{؟}{=} ١٤$

$٤٩ - ٣٥ = ١٤$ ✓

$(-٢)^{٢} - ٥(-٢) \stackrel{؟}{=} ١٤$

$٤ + ١٠ = ١٤$ ✓

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٣) $س^{٢} - ٣س - ١٨ = ٠$

$(س - ٦)(س + ٣) = ٠$

$س - ٦ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س = ٦$ أو $س = -٣$

التحقق:

$(٦)^{٢} - ٣(٦) - ١٨ \stackrel{؟}{=} ٠$

$٣٦ - ١٨ - ٣٦ = ٣٦ - ٣٦ = ٠$ ✓

$(-٣)^{٢} - ٣(-٣) - ١٨ \stackrel{؟}{=} ٠$

$٩ + ٩ - ١٨ = ١٨ - ١٨ = ٠$ ✓

٢٤) $٢٤ + س^{٢} = ١٠س$

$س^{٢} - ١٠س + ٢٤ = ٠$

$(س - ٤)(س - ٦) = ٠$

$س - ٤ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$

$س = ٤$ أو $س = ٦$

التحقق:

$٢٤ + (٤)^{٢} \stackrel{؟}{=} ١٠(٤)$

$٢٤ + ١٦ = ٤٠$ ✓

$٢٤ + (٦)^{٢} \stackrel{؟}{=} ١٠(٦)$

$٢٤ + ٣٦ = ٦٠$ ✓

٢٥) **اختيار من متعدد:** يزيد طول مستطيل على عرضه بمقدار ٢سم، فما طول المستطيل، إذا كانت مساحته ٤٨سم^{٢}؟

أ) ٤٨سم

جـ) ٦سم

ب) ٨سم

د) ٢سم

نفرض عرض المستطيل = س

∴ طول المستطيل = س + ٢

$س(س + ٢) = ٤٨$

$س^{٢} + ٢س - ٤٨ = ٠$

$(س + ٨)(س - ٦) = ٠$

$س + ٨ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$

$س = -٨$ أو $س = ٦$

موقع واجباتي

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٧-٤ المعادلات التربيعية: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

لماذا؟

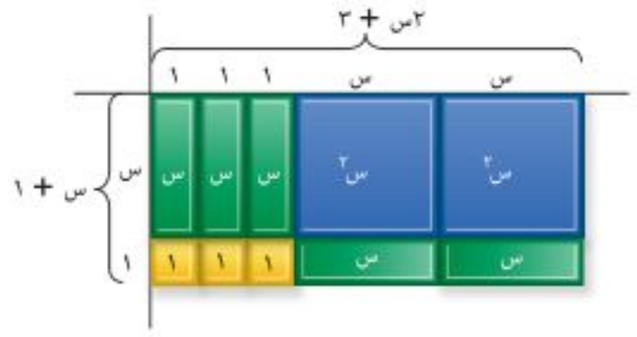
يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعبارة ٥ن^{٢} − ٢ن + ٣٠؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى.

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ: حللت في الدرس السابق عبارات تربيعية على الصورة: أ س^{٢} + ب س + جـ، أ = ١.

ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها أ ≠ ١.

في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما (س + ١)، (٢س + ٣)، وهما عاملا ٢س^{٢} + ٥س + ٣.

يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه العبارة.



الخطوة ١: طبِّق القاعدة:

٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣.

الخطوة ٢: أوجد عددين ناتج ضربهما ٢ × ٣ = ٦ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
١، ٦	٧
٢، ٣	٥

الخطوة ٣: استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣	اكتب القاعدة
= ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣	م = ٢، ن = ٣
= (٢س^{٢} + ٢س) + (٣س + ٣)	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة
= ٢س(س + ١) + ٣(س + ١)	حلّل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)
= (٢س + ٣)(س + ١)	(س+١) عامل مشترك

إذن: ٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١).

مفهوم أساسي — تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أ س^{٢} + ب س + جـ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ جـ، ثم اكتب أ س^{٢} + ب س + جـ على الصورة أ س^{٢} + م س + ن س + جـ، ثم حلّل بتجميع الحدود.

مثال:

٥س^{٢} − ١٣س + ٦ = ٥س^{٢} − ١٠س − ٣س + ٦	م = −١٠، ن = −٣
= ٥س(س − ٢) + (−٣)(س − ٢)	
= (٥س − ٣)(س − ٢)	

فيما سبق

درستُ تحليل ثلاثية حدود على الصورة س^{٢} + ب س + جـ.

والآن

- أحلّل ثلاثية حدود على الصورة: أس^{٢} + ب س + جـ.
- أحلّ معادلات على الصورة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

المفردات

كثيرة الحدود الأولية

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

١أ) ٥س^{٢} + ١٣س + ٦

٥س^{٢} + ١٣ س + ٦

أ = ٥، ب = ١٣، جـ = ٦

أجد عددين ناتج ضربهما ٥ × ٦ = ٣٠ ومجموعهما ١٣

١٠ × ٣ = ٣٠ ، ١٠ + ٣ = ١٣

٥ س^{٢} + ١٣ س + ٦ = ٥ س^{٢} + ١٠ س + ٣ س + ٦

= (٥ س^{٢} + ١٠ س) + (٣ س + ٦)

= ٥ س (س + ٢) + ٣ (س + ٢)

= (س + ٢) (٥ س + ٣)

١ب) ٦س^{٢} + ٢٢س − ٨

٦ س^{٢} + ٢٢ س − ٨

أ = ٦، ب = ٢٢، جـ = −٨

أجد عددين ناتج ضربهما ٦ × −٨ = −٤٨ ومجموعهما ٢٢

٢٤ × −٢ = −٤٨ ، ٢٤ + (−٢) = ٢٢

٦ س^{٢} + ٢٢ س − ٨ = ٦ س^{٢} −٢ س + ٢٤ س − ٨

= (٦ س^{٢} −٢ س) + (٢٤ س − ٨)

= ٢ س (٣ س −١) + ٨ (٣ س −١)

= (٢ س + ٨) (٣ س −١)

= ٢(س + ٤) (٣ س −١)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٢أ) ٢ن^{٢} – ن – ١

٢ن^{٢} – ن – ١

أ = ٢، ب = –١، جـ = –١

أجد عددين ناتج ضربهما ٢ × –١ = –٢ ومجموعهما – ١

(–٢ × ١ = – ٢ ، – ٢ + ١ = – ١)

٢ن^{٢} – ن – ١ = ٢ن^{٢} – ٢ن + ن – ١

= (٢ن^{٢} – ٢ ن) + (ن – ١)

= ٢ن (ن – ١) + (ن – ١)

= (ن – ١) (٢ن + ١)

٢ب) ١٠ص^{٢} – ٣٥ص + ٣٠

١٠ ص^{٢} –٣٥ ص + ٣٠

أ = ١٠، ب = –٣٥، جـ = ٣٠

أجد عددين ناتج ضربهما ١٠×٣٠ = ٣٠٠ ومجموعهما –٣٥

– ١٥ × – ٢٠ = ٣٠٠ ، – ١٥ + (– ٢٠) = – ٣٥

١٠ ص^{٢} –٣٥ ص + ٣٠ = ١٠ ص^{٢} –١٥ ص –٢٠ ص + ٣٠

= (١٠ ص^{٢} –١٥ ص) + (–٢٠ ص + ٣٠)

= ٥ ص (٢ ص – ٣) + ١٠ (–٢ ص + ٣)

= ٥ ص (٢ ص – ٣) –١٠ (٢ ص – ٣)

= (٥ ص – ١٠) (٢ ص – ٣)

= ٥ (ص – ٢) (٢ ص – ٣)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٣أ) $٤ر^{٢} - ر + ٧$

$٤ر^{٢} - ر + ٧$

أ = ٤، ب = -١، جـ = ٧

أجد عددين ناتج ضربهما ٤ × ٧ = ٢٨ ومجموعهما -١

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ٢٨ ومجموعهما -١

لذا فالعبارة $٤ر^{٢} - ر + ٧$ **أولية**

٣ب) $٢س^{٢} + ٣س - ٥$

$٢س^{٢} + ٣س - ٥$

أ = ٢، ب = ٣، جـ = -٥

أجد عددين ناتج ضربهما ٢ × -٥ = -١٠ ومجموعهما ٣

$-٢ \times ٥ = -١٠$ ، $-٢ + ٥ = ٣$

$٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٢س^{٢} - ٢س + ٥س - ٥$

$= (٢س^{٢} - ٢س) + (٥س - ٥)$

$= ٢س (س - ١) + ٥ (س - ١)$

$= (س - ١) (٢س + ٥)$

تحقق من فهمك

٤) فيزياء: قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة $ع = -٥ن^{٢} + ١٦ن + ٢٠$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

$ل = -٥ن^{٢} + ١٦ن + ٢٠$	معادلة الارتفاع
$٤ = -٥ن^{٢} + ١٦ن + ٢٠$	عوض عن ل = ٤
$-٥ن^{٢} + ١٦ن + ٢٠ - ٤ = ٠$	طرح ٤
$٥ن^{٢} - ١٦ن - ٢٠ + ٤ = ٠$	الضرب في -١
$٥ن^{٢} - ١٦ن - ١٦ = ٠$	جمع الحدود المتشابهة
$(٥ن + ٤)(ن - ٤) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٥ن + ٤ = ٠$ أو $ن - ٤ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٥ن = -٤$ أو $ن = ٤$	
$ن = -\frac{٤}{٥}$ أو $ن = ٤$	حل كل معادلة

بقيت الكرة في الهواء ٤ ثوان لأن الزمن لا يمكن أن يكون سالباً

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

١) $٢س^{٢} + ٢٢س + ٥٦$

$٢س^{٢} + ٢٢ س + ٥٦$

أ = ٢، ب = ٢٢، جـ = ٥٦

أجد عددين ناتج ضربهما ٢ × ٥٦ = ١١٢ ومجموعهما ٢٢

١٤ × ٨ = ١١٢ ، ١٤ + ٨ = ٢٢

$٢ س^{٢} + ١٣ س + ٥٦ = ٢ س^{٢} + ١٤ س + ٨ س + ٥٦$

$= (٢ س^{٢} + ١٤ س) + (٨ س + ٥٦)$

$= ٢ س (س + ٧) + ٨ (س + ٧)$

$= (٢ س + ٨) (س + ٧)$

$= ٢(س + ٤) (س + ٧)$

---

٢) $٥س^{٢} - ٣س + ٤$

$٥ س^{٢} - ٣ س + ٤$

أ = ٥، ب = −٣، جـ = ٤

أجد عددين ناتج ضربهما ٥ × ٤ = ٢٠ ومجموعهما −٣

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ٢٠ ومجموعهما − ٣

لذا $٥ س^{٢} - ٣ س + ٤$ أولية

---

٣) $٣س^{٢} - ١١س - ٢٠$

$٣ س^{٢} - ١١ س - ٢٠$

أ = ٣، ب = −١١، ج = −٢٠

أجد عددين ناتج ضربهما ٣ × −٢٠ = −٦٠ ومجموعهما − ١١

−١٥ × ٤ = −٦٠ ، −١٥ + ٤ = −١١

$٣ س^{٢} - ١١ س - ٢٠ = ٣ س^{٢} - ١٥ س + ٤ س - ٢٠$

$= (٣ س^{٢} - ١٥ س) + (٤ س - ٢٠)$

$= ٣ س (س - ٥) + ٤ (س - ٥)$

$= (٣ س + ٤) (س - ٧)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٤) $٢س^{٢} + ٩س + ٩ = ٠$

$٢ س^{٢} + ٩ س + ٩ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٢س + ٣)(س + ٣) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$٢س + ٣ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٢س = -٣$ أو $س = -٣$ — حل كل معادلة

$س = -\frac{٣}{٢}$ أو $س = -٣$

الجذران هما: $-\frac{٣}{٢}$، -٣

التحقق: $\leftarrow \left(-\frac{٣}{٢}\right)^{٢} ٢ + \left(-\frac{٣}{٢}\right) ٩ + ٩ = ٠$ ✓

$٢(-٣)^{٢} + ٩(-٣) + ٩ = ٠$ ✓

---

٥) $٣س^{٢} - ١٠س + ٨ = ٠$

$٣ س^{٢} - ١٠ س + ٨ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٣ س - ٤)(س - ٢) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$٣ س - ٤ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٣ س = ٤$ $س = ٢$ — حل كل معادلة

$س = \frac{٤}{٣}$ $س = ٢$

الجذران هما: $\frac{٤}{٣}$، ٢

التحقق: $\leftarrow \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} ٣ - \left(\frac{٤}{٣}\right) ١٠ + ٨ = ٠$ ✓

$٣(٢)^{٢} - ١٠(٢) + ٨ = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٦) $٢س^{٢} - ١٧س + ٣٠ = ٠$

$٢ س^{٢} - ١٧ س + ٣٠ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٢ س - ٥)(س - ٦) = ٠$ — حلل إلى عوامل

$٢ س - ٥ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٢ س = ٥$ ، $س = ٦$ — حل كل معادلة

$س = \frac{٥}{٢}$ ، $س = ٦$

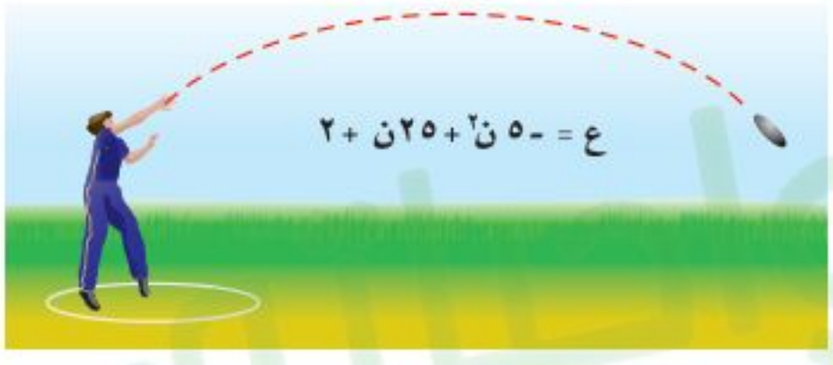
الجذران هما: $\frac{٥}{٢}$ ، ٦

التحقق: $\leftarrow \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} ٢ - \left(\frac{٥}{٢}\right) ١٧ + ٣٠ = ٠$ ✓

$٢(٦)^{٢} - ١٧(٦) + ٣٠ = ٠$ ✓

---

٧) **رمي القرص:** يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.



أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

الارتفاع الابتدائي للقرص عند ن = ٠

$ع = -٥ ن^{٢} + ٢٥ ن + ٢$ — معادلة الارتفاع

$ع = -٥ (٠)^{٢} + ٢٥ (٠) + ٢$ — عوض عن ن = ٠

ع = ٢ (الارتفاع الابتدائي للقرص = ٢)

ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

$-٥ ن^{٢} + ٢٥ ن + ٢ = ٢$ — طرح ٢ من كلا الطرفين

$-٥ ن^{٢} + ٢٥ ن = ٠$

$٥ ن (-ن + ٥)$ — حلل إلى عوامل

$٥ ن = ٠$ أو $ن = ٥$ — حل كل معادلة

يصل القرص لنفس الارتفاع بعد ٥ ثوان

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

٨) ٥س^{٢} + ٣٤س + ٢٤

٥ س^{٢} + ٣٤ س + ٢٤

أ = ٥، ب = ٣٤، جـ = ٢٤

أجد عددين ناتج ضربهما ٥ × ٢٤ = ١٢٠ ومجموعهما ٣٤

٣٠ × ٤ = ١٢٠ ، ٣٠ + ٤ = ٣٤

٥ س^{٢} + ٣٤ س + ٢٤ = ٥ س^{٢} + ٣٠ س + ٤ س + ٢٤

= (٥ س^{٢} + ٣٠ س) + (٤ س + ٢٤)

= ٥ س (س + ٦) + ٤(س + ٦)

= (س + ٦) (٥ س + ٤)

---

٩) ٤س^{٢} + ٣٨س + ٧٠

٤ س^{٢} + ٣٨ س + ٧٠

أ = ٤، ب = ٣٨ ، جـ = ٧٠

أجد عددين ناتج ضربهما ٤ × ٧٠ = ٢٨٠ ومجموعهما ٣٨

٢٨ × ١٠ = ٢٨٠ ، ٢٨ + ١٠٤ = ٣٨

٤ س^{٢} + ٣٨ س + ٧٠ = ٤ س^{٢} + ٢٨ س + ١٠ س + ٧٠

= (٤ س^{٢} + ٢٨ س) + (١٠ س + ٧٠)

= ٤ س (س + ٧) + ١٠(س + ٧)

= (٤ س + ١٠) (س + ٧)

= ٢ (٢ س + ٥) (س + ٧)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٠) $٢س^{٢} - ٣س - ٩$

$٢س^{٢} - ٣س - ٩$

أ = ٢، ب = -٣، جـ = -٩

أجد عددين ناتج ضربهما ٢ × -٩ = -١٨ ومجموعهما -٣

$-٦ \times ٣ = -١٨$ ، $-٦ + ٣ = -٣$

$٢س^{٢} - ٣س - ٩ = ٢س^{٢} - ٦س + ٣س - ٩$

$= (٢س^{٢} - ٦س) + (٣س - ٩)$

$= ٢س(س - ٣) + ٣(س - ٣)$

$= (س - ٣)(٢س + ٣)$

---

١١) $٤س^{٢} - ١٣س + ١٠$

$٤س^{٢} - ١٣س + ١٠$

أ = ٤، ب = -١٣، جـ = ١٠

أجد عددين ناتج ضربهما ٤ × ١٠ = ٤٠ ومجموعهما -١٣

$-٨ \times -٥ = ٤٠$ ، $-٨ + (-٥) = -١٣$

$٤س^{٢} - ١٣س + ١٠ = ٤س^{٢} - ٨س - ٥س + ١٠$

$= (٤س^{٢} - ٨س) + (-٥س + ١٠)$

$= ٤س(س - ٢) + ٥(-س + ٢)$

$= ٤س(س - ٢) - ٥(س - ٢)$

$= (س - ٢)(٤س - ٥)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٢) ٢س^{٢} + ٣س + ٦

٢س^{٢} + ٣ س + ٦

أ = ٢، ب = ٣، جـ = ٦

أجد عددين ناتج ضربهما ٢ × ٦ = ١٢ ومجموعهما ٣

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما ٣

لذا ٢ س^{٢} + ٣ س + ٦ أولية

---

١٣) ١٢س^{٢} + ٦٩س + ٤٥

١٢ س^{٢} + ٦٩ س + ٤٥

أ = ١٢، ب = ٦٩، جـ = ٤٥

أجد عددين ناتج ضربهما ١٢× ٤٥ = ٥٤٠ ومجموعهما ٦٩

٦٠ × ٩ = ٤٥٠ ، ٦٠ + ٩ = ٦٩

١٢ س^{٢} + ٦٩ س + ٤٥ = ١٢س^{٢} + ٦٠س + ٩س + ٤٥

= (١٢س^{٢} + ٦٠س) + (٩س + ٤٥)

= ١٢س (س + ٥) + ٩(س + ٥)

= (س + ٥) (١٢س + ٩)

= ٣(س + ٥) (٤س + ٣)

---

١٤) ٤س^{٢} − ٥س + ٧

٤ س^{٢} −٥ س + ٧

أ = ٤، ب = −٥، جـ = ٧

أجد عددين ناتج ضربهما ٤ × ٧ = ٢٨ ومجموعهما −٥

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ٢٨ ومجموعهما −٥

لذا ٤ س^{٢} −٥ س + ٧ أولية

موقع واجباتي

موقع واجباتي

١٥) ٥س^{٢} + ٢٣س + ٢٤

٥ س^{٢} + ٢٣ س + ٢٤

أ = ٥، ب = ٢٣، جـ = ٢٤

أجد عددين ناتج ضربهما ٥ × ٢٤ = ١٢٠ ومجموعهما ٢٣

١٥ × ٨ = ١٢٠ ، ١٥ + ٨ = ٢٣

٥ س^{٢} + ٢٣ س + ٢٤ = ٥ س^{٢} + ١٥ س + ٨ س + ٢٤

= (٥ س^{٢} + ١٥ س) + (٨ س + ٢٤)

= ٥ س (س + ٣) + ٨ (س + ٣)

= (س + ٣) (٥ س + ٨)

---

١٦) ٣س^{٢} − ٨س + ١٥

٣ س٢ −٨ س + ١٥

أ = ٣، ب = −٨، جـ = ١٥

أجد عددين ناتج ضربهما ٣ × ١٥ = ٤٥ ومجموعهما −٨

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ٤٥ ومجموعهما −٨

لذا ٣ س^{٢} −٨ س + ١٥ أولية

---

١٧) **صيد:** أطلق صياد طلقة نارية ارتفاعها تمثِّله المعادلة ع = −٥ن^{٢} + ٩ن + ٢. بعد كم ثانية تصل الطلقة إلى الأرض؟

ع = −٥ ن^{٢} + ٩ ن + ٢ — معادلة الارتفاع

٠ = −٥ ن^{٢} + ٩ ن + ٢ — ع = ٠

٥ ن^{٢} −٩ ن − ٢ = ٠ — الضرب في −١

(٥ ن + ١) (ن − ٢) = ٠ — حلل إلى عوامل

٥ ن + ١ = ٠ أو ن − ٢ = ٠ — خاصية الضرب الصفري

٥ ن = −١ أو ن = ٢ — حل كل معادلة

ن = $-\frac{١}{٥}$ أو ن = ٢

تصل الطلقة إلى الأرض بعد ٢ ثانية

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٨) $٢س^{٢} + ٩س - ١٨ = ٠$

$٢ س^{٢} + ٩ س - ١٨ = ٠$	المعادلة الأصلية
$(٢ س - ٣) (س + ٦) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٢ س - ٣ = ٠$ أو $س + ٦ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٢ س = ٣$ ، $س = -٦$	حل كل معادلة
$س = \frac{٣}{٢}$ ، $س = -٦$	

الجذران هما: $\frac{٣}{٢}$ ، -٦

التحقق: ← $٢\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} + ٩\left(\frac{٣}{٢}\right) - ١٨ = ٠$ ✓

$٢(-٦)^{٢} + ٩(-٦) - ١٨ = ٠$ ✓

---

١٩) $٤س^{٢} + ١٧س + ١٥ = ٠$

$٤ س^{٢} + ١٧ س + ١٥ = ٠$	المعادلة الأصلية
$(٤ س + ٥) (س + ٣) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٤ س + ٥ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٤ س = -٥$ ، $س = -٣$	حل كل معادلة
$س = -\frac{٥}{٤}$ ، $س = -٣$	

الجذران هما: $-\frac{٥}{٤}$ ، -٣

التحقق: ← $-٤\left(-\frac{٥}{٤}\right)^{٢} + ١٧\left(-\frac{٥}{٤}\right) + ١٥ = ٠$ ✓

$٢(-٣)^{٢} - ١٧(-٣) + ١٥ = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٢٠) $-٣س^{٢} + ٢٦س = ١٦$

$- ٣ س^{٢} + ٢٦ س = ١٦$	المعادلة الأصلية
$٣ س^{٢} - ٢٦ س + ١٦ = ٠$	معادلة صفرية
$(٣ س - ٢) (س - ٨) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٣ س - ٢ = ٠$ أو $س - ٨ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٣ س = ٢$ ، $س = ٨$	حل كل معادلة
$س = \frac{٢}{٣}$ ، $س = ٨$	

الجذران هما: $\frac{٢}{٣}$ ، ٨

التحقق: ← $-\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} ٣ + \left(\frac{٢}{٣}\right) ٢٦ = ١٦$ ✓

$-٣(٨)^{٢} + ٢٦(٨) = ١٦$ ✓

---

٢١) $-٢س^{٢} + ١٣س = ١٥$

$- ٢ س^{٢} + ١٣ س = ١٥$	المعادلة الأصلية
$٢ س^{٢} - ١٣ س + ١٥ = ٠$	معادلة صفرية
$(٢ س - ٣) (س - ٥) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٢ س - ٣ = ٠$ أو $س - ٥ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٢ س = ٣$ ، $س = ٥$	حل كل معادلة
$س = \frac{٣}{٢}$ ، $س = ٥$	

الجذران هما: $\frac{٣}{٢}$ ، ٥

التحقق: ← $-\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} ٢ + \left(\frac{٣}{٢}\right) ١٣ = ١٥$ ✓

$٢(٥)^{٢} + ١٣(٥) = ١٥$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٢) $-٣س^{٢} + ٥س = -٢$

$-٣س^{٢} + ٥س = -٢$	المعادلة الأصلية
$٣س^{٢} - ٥س - ٢ = ٠$	معادلة صفرية
$(٣س + ١)(س - ٢) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٣س + ١ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٣س = -١$ ، $س = ٢$	حل كل معادلة
$س = -\frac{١}{٣}$ ، $س = ٢$	

الجذران هما: $\frac{٥}{٢}$ ، ٦

التحقق: ← $-(-\frac{١}{٣})^{٢} ٣ + (-\frac{١}{٣}) ٥ = -٢$ ✓

$-٣(٢)^{٢} + ٥(٢) = -٢$ ✓

---

٢٣) $-٤س^{٢} + ١٩س = -٣٠$

$-٤س^{٢} + ١٩س = -٣٠$	المعادلة الأصلية
$٤س^{٢} - ١٩س - ٣٠ = ٠$	معادلة صفرية
$(٤س + ٥)(س - ٦) = ٠$	حلل إلى عوامل
$٤س + ٥ = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$٤س = -٥$ ، $س = ٦$	حل كل معادلة
$س = -\frac{٥}{٤}$ ، $س = ٦$	

الجذران هما: $-\frac{٥}{٤}$ ، ٦

التحقق: ← $(\frac{٥}{٢})^{٢} ٢ - (\frac{٥}{٢}) ١٧ + ٣٠ = ٠$ ✓

$٢(٦)^{٢} - ١٧(٦) + ٣٠ = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٢٤) **نظرية الأعداد:** ستة أمثال مربّع العدد س مضافًا إليها ١١ مِثْلًا للعدد يساوي ٢. ما القيم الممكنة لـِ س؟

٦ س^{٢} + ١١ س = ٢	**كتابة المعادلة**
٦ س^{٢} + ١١ س − ٢ = ٠	**معادلة صفرية**
(٦ س − ١) (س + ٢) = ٠	**حلل إلى عوامل**
٦ س − ١ = ٠ أو س + ٢ = ٠	**خاصية الضرب الصفري**
٦ س = ١ ، س = −٢	**حل كل معادلة**
س = $\frac{١}{٦}$ ، س = −٢	

قيم س الممكنة هي: $\frac{١}{٦}$ ، −٢

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

٢٥) −٦س^{٢} − ٢٣س − ٢٠

−٦س^{٢} − ٢٣ س − ٢٠ = − ٦ س^{٢} − ١٥ س − ٨ س − ٢٠

= − [(٦ س^{٢} + ١٥ س) + (٨ س + ٢٠)]

= − [٣ س (٢س + ٥) + ٤(٢ س + ٥)]

= − [(٣ س + ٤) (٢ س + ٥)]

---

٢٦) −٤س^{٢} − ١٥س − ١٤

− ٤ س^{٢} − ١٥ س − ١٤ = − ٤ س^{٢} − ٨ س − ٧ س − ١٤

= − [(٤س^{٢} + ٨ س) + (٧ س + ١٤)]

= − [٤س (س + ٢) + ٧(س + ٢)]

= − [(٤س + ٧) (س + ٢)]

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

٢٧) $-٥س^{٢} + ١٨س + ٨$

$= -(٥س^{٢} - ٢٠س + ٢س - ٨)$

$= -[(٥س^{٢} - ٢٠س) + (٢س - ٨)]$

$= -[أ٥ س (س - ٤) + ٢(س - ٤)]$

$= -[(٥ س + ٢) (س - ٤)]$

---

٢٨) $-٦س^{٢} + ٣١س - ٣٥$

$= -٦ س^{٢} + ١٠ س + ٢١ س - ٣٥$

$= -[(٦س^{٢} - ١٠س) + (-٢١س + ٣٥)]$

$= -[٢س (٣س - ٥) - ٧(٣س - ٥)]$

$= -[(٢س - ٧) (٣س - ٥)]$

---

٢٩) $-٤س^{٢} + ٥س - ١٢$

$= -٤ س^{٢} + ٥ س - ١٢$

لا يوجد عددان حاصل ضربهما ٤٨ ومجموعهما ٥

لذا: $-٤ س^{٢} + ٥ س - ١٢$ أولية

---

٣٠) $-١٢س^{٢} + س + ٢٠$

$= -١٢ س^{٢} + ١٦ س - ١٥ س + ٢٠$

$= -[(١٢س^{٢} - ١٦س) + (١٥س - ٢٠)]$

$= -[٤س (٣ س - ٤) + ٥(٣ س - ٤)]$

$= -[(٤س + ٥) (٣س - ٤)]$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣١) **تخطيط:** خططت بلدية إحدى المدن لبناء متنزّه جديد مستطيل الشكل، يمكن التعبير عن مساحته بالعبارة: ٦٦٠س^{٢} + ٥٢٤س + ٨٥. حلّل هذه العبارة لإيجاد ثنائيتي حدّ بمعاملات أعداد صحيحة تمثّل البعدين الممكنين للمتنزّه. وإذا كانت س = ٨، فما محيط المتنزّه؟

٦٦٠س^{٢} + ٥٢٤س + ٨٥ = ٦٦٠س^{٢} + ١٥٠س + ٣٧٤س + ٨٥

= (٦٦٠س^{٢} + ١٥٠س) + (٣٧٤س + ٨٥)

= ٣٠س (٢٢س + ٥) + ١٧(٢٢س + ٥)

= (٣٠ س + ١٧) (٢٢ س + ٥)

بعدا المنتزه هما: ٣٠ س + ١٧ ، ٢٢ س + ٥

محيط المنتزه = ٢[(٣٠ س + ١٧) + (٢٢ س + ٥)]

= ٢ (٥٢ س + ٣٩) = ١٠٤ س + ٧٨

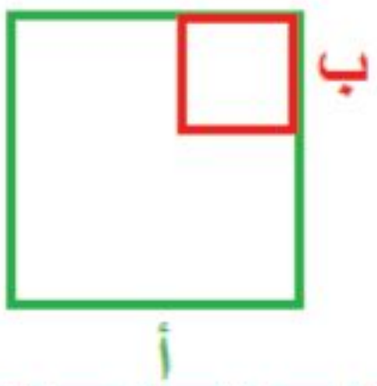
= ١٠٤ (٨) + ٧٨ = ٨٣٢ + ٧٨

محيط المنتزه = ٩١٠ وحدة طول

---

٣٢) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة. تحليل أنواعٍ خاصة من كثيرات الحدود.

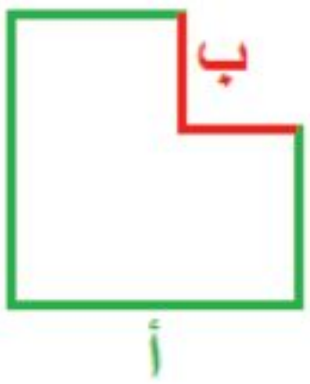
أ) هندسيًا: ارسم مربّعًا طول ضلعه أ. ثم ارسم داخله مربعًا أصغر يشترك معه في أحد الرؤوس، طول ضلعه ب. ما مساحة كل من المربعين؟



مساحة المربع الكبير = طول الضلع في نفسه = أ × أ = أ^{٢}

مساحة المربع الصغير = طول الضلع في نفسه = ب × ب = ب^{٢}

ب) هندسيًا: قصَّ المربع الصغير. ما مساحة المنطقة الباقية؟

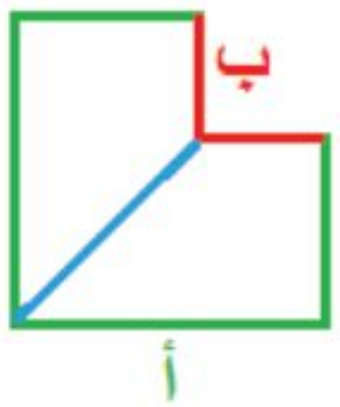


مساحة المنطقة الباقية = أ^{٢} − ب^{٢}

موقع واجباتي

موقع واجباتي

جـ) تحليليًا: ارسم خطًّا قطريًّا بين رأس المربع الكبير ورأس المربع الصغير في الشكل المتبقي. وقصّ على طول هذا الخط للحصول على قطعتين متطابقتين، ثم أعد ترتيب القطعتين لتشكّلا مستطيلاً. ما بُعدا المستطيل الناتج؟



بعدا المستطيل = (أ – ب) (أ + ب)

د) تحليليًا: اكتب مساحة المستطيل على صورة ناتج ضرب ثنائيتي حد.

مساحة المستطيل = (أ – ب) (أ + ب)

هـ) لفظيًا: أكمل العبارة أ^{٢} – ب ^{٢} = ... لماذا هذه العبارة صحيحة؟

أ^{٢} – ب ^{٢} = (أ – ب) (أ + ب)

كلا الطرفين يمثلان المساحة نفسها

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٣) اكتشف الخطأ: حلّ كلّ من زكريا وسامي المعادلة ٦س^{٢} – س = ١٢. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر ذلك.

زكريا

٦س^{٢} – س = ١٢

٦س^{٢} – س – ١٢ = ٠

(٢س – ٣)(٣س + ٤) = ٠

٢س – ٣ = ٠ أو ٣س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = – $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} – س = ١٢

س(٦س – ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦س – ١ = ١٢

٦س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

إجابة زكريا هي الصحيحة لأنه أعاد كتابة المعادلة بحيث أحد طرفيها يساوي الصفر ثم استخدم خاصية الضرب الصفري.

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تربيعية معاملات حدودها أعداد صحيحة على أن يكون: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ حلين لها. فسّر ذلك.

$$١٠ س^{٢} + س - ٣ = ٠$$

$$(٥ س + ٣)(٢ س - ١) = ٠$$ حلل إلى عوامل

$$٥ س + ٣ = ٠ \quad \text{أو} \quad ٢ س - ١ = ٠$$ خاصية الضرب الصفري

$$٥ س = -٣ \qquad ٢ س = ١$$

$$س = -\frac{٣}{٥} \qquad س = \frac{١}{٢}$$ حل كل معادلة

---

٣٥) **اكتب:** فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لِـ م وَ ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ$

أوجد عددين م، ن يحققان الشرطين: م ن = أجـ ، م + ن = ب

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تدريب على اختبار

٣٦) **إجابة قصيرة:** لدى سلمى أختان: إحداهما أكبر منها بـ٨سنوات، والأخرى أصغر منها بسنتين، وناتج ضرب عمري أختيها ٥٦. فكم سنة عمر سلمى؟

نفرض أن عمر سلمى = س

الأولى: س + ٨

الثانية = س − ٢

(س + ٨) (س − ٢) = ٥٦

$س^{٢}$ − ٢س + ٨س − ١٦ = ٥٦

$س^{٢}$ + ٦س − ١٦ − ٥٦ = ٠

$س^{٢}$ + ٦س − ٧٢ = ٠

(س − ٦) (س + ١٢) = ٠

س − ٦ = ٠ إذن س = ٦

إذن عمر سلمى = ٦ سنوات

٣٧) ما مجموعة حل المعادلة $س^{٢}$ + ٢س − ٢٤ = ٠؟

أ) {−٤، ٦}

ب) {٣، −٨}

جـ) {−٣، ٨}

د) {٤، −٦}

س + ٢س − ٢٤ = ٠

(س − ٤) (س + ٦) = ٠

س − ٤ = ٠ إذن س = ٤

س + ٦ = ٠ إذن س = − ٦

الاختيار الصحيح: د) {٤، −٦}

مراجعة تراكمية

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٧-٣)

٣٨) $س^{٢}$ − ٩س + ١٤

س٢ − ٩س + ١٤ = $س^{٢}$ − ٢س − ٧س + ١٤

= س (س − ٢) − ٧(س − ٢)

= (س − ٢) (س − ٧)

٣٩) $س^{٢}$ − ٥س − ٢٤

$س^{٢}$ − ٥س − ٢٤ = $س^{٢}$ + ٣س − ٨س − ٢٤

= س (س + ٣) − ٨(س + ٣)

= (س + ٣) (س − ٨)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٧-٣)

٤٠) $ع^{٢} + ١٥ع + ٣٦$

$ع^{٢} + ١٥ع + ٣٦ = ع^{٢} + ٣ع + ١٢ع + ٣٦$

$= ع(ع + ٣) + ١٢(ع + ٣)$

$= (ع + ١٢)(ع + ٣)$

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٧-٢)

٤١) $أ(أ - ٩) = ٠$

$أ = ٠$

$أ - ٩ = ٠$

$أ = ٩$

الجذران هما: ٠، ٩

التحقق: ← $٠(٠ - ٩) = ٠$

$٩(٩ - ٩) = ٠$

٤٢) $(٢ص + ٦)(ص - ١) = ٠$

$٢ص + ٦ = ٠$

$٢ص = -٦$

$ص = -٣$

$ص - ١ = ٠$

$ص = ١$

الجذران هما: ٠، ١

التحقق: ← $٠(٠ - ٩) = ٠$

$٩(٩ - ٩) = ٠$

٤٣) $١٠س^{٢} - ٢٠س = ٠$

$١٠س(س - ٢) = ٠$

$١٠س = ٠$

$س = ٠$

$س - ٢ = ٠$

$س = ٢$

الجذران هما: ٠، ١

التحقق: ← $١٠ \times (٠)^{٢} - ٢٠(٠) = ٠$

$١٠ \times (٢)^{٢} - ٢٠(٢) = ٠$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مراجعة تراكمية

٤٤) حلّ المتباينة المركبة ك + ٢ > ١٢ وَ ك + ٢ ≤ ١٨ ، ثم مثّل مجموعة الحل على خط الأعداد. (مهارة سابقة)

ك + ٢ > ١٢

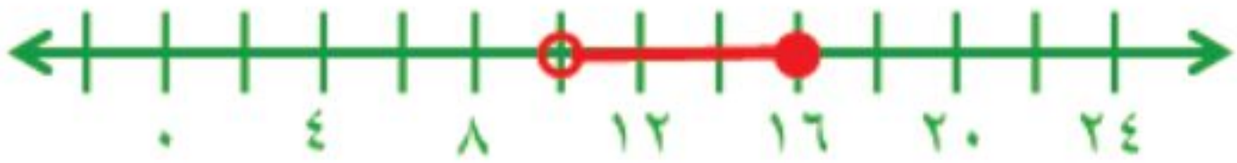
ك > ١٢ − ٢

ك > ١٠

ك ≤ ١٨ − ٢

ك ≤ ١٦

{ك: ١٠ < ك ≤ ١٦}



استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي:

٤٥) $\sqrt{١٦}$

$\sqrt{١٦} = \pm ٤$

٤٦) $\sqrt{٦٤}$

$\sqrt{٦٤} = \pm ٨$

٤٧) $\sqrt{١٢١}$

$\sqrt{١٢١} = \pm ١١$

٤٨) $\sqrt{١٠٠}$

$\sqrt{١٠٠} = \pm ١٠$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٧ ـ ٥ المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين

لماذا؟

تحقق من فهمك

١أ) ٨١ – جـ^{٢}

٨١ – جـ^{٢} = (٩)^{٢} – جـ^{٢} — اكتب العبارة على صورة أ^{٢} – ب^{٢}

= (٩ + جـ) (٩ – جـ) — تحليل الفرق بين مربعين

١ب) ٦٤جـ^{٢} – هـ^{٢}

٦٤جـ^{٢} – هـ^{٢} = (٨ جـ)^{٢} – هـ^{٢} — اكتب العبارة على صورة أ^{٢} – ب^{٢}

= (٨ جـ + هـ) (٨ جـ – هـ) — تحليل الفرق بين مربعين

١جـ) ٩س^{٣} – ٤س

٩س^{٣} – ٤س = س (٩س^{٢} – ٤) — حلل بإخراج ق. م. أ

= س (٣ س)^{٢} – (٢)^{٢} — اكتب العبارة على صورة أ^{٢} – ب^{٢}

= س (٣س + ٢) (٣س – ٢) — تحليل الفرق بين مربعين

١د) – ٤ص^{٣} + ٩ص

– ٤ص^{٣} + ٩ص = ص (٩ – ٤ص^{٢}) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ص (٣)^{٢} – (٢ص)^{٢} — اكتب العبارة على صورة أ^{٢} – ب^{٢}

= ص (٣ + ٢ص) (٣ – ٢ص) — تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٢أ) $ص^{٤} - ١$

$ص^{٤} - ١ = (ص^{٢})^{٢} - (١)^{٢}$ اكتب $ص^{٤} - ١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (ص^{٢} + ١)(ص^{٢} - ١)$ تحليل فرق مربعين

$= (ص^{٢} + ١)(ص + ١)(ص - ١)$ تحليل فرق مربعين

٢ب) $٤أ^{٤} - ب^{٤}$

$٤أ^{٤} - ب^{٤} = (٢أ^{٢})^{٢} - (ب^{٢})^{٢}$ اكتب $٤أ^{٤} - ب^{٤}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (٢أ^{٢} + ب^{٢})(٢أ^{٢} - ب^{٢})$ تحليل فرق مربعين

٢جـ) $٨١ - س^{٤}$

$٨١ - س^{٤} = (٩)^{٢} - (س^{٢})^{٢}$ اكتب $٨١ - س^{٤}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (٩ + س^{٢})(٩ - س^{٢})$ تحليل فرق مربعين

$= (٩ + س^{٢})(٣^{٢} - س^{٢})$

$= (٣ - س)(٣ + س)(٩ + س^{٢})$ تحليل فرق مربعين

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٣أ) $٢ص^{٤} - ٥٠$

$٢ص^{٤} - ٥٠ = ٢(ص^{٤} - ٢٥)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢[(ص)^{٢} - ٥^{٢}]$ اكتب $ص^{٤} - ٢٥$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٢(ص^{٢} - ٥)(ص^{٢} + ٥)$ تحليل فرق مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٣ب) ٦س^{٤} − ٩٦

٦س^{٤} − ٩٦ = ٦(س^{٤} − ١٦) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٦[(س^{٢})^{٢} − ٤^{٢}] — اكتب س^{٤} −١٦ على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= ٦(س^{٢} − ٤) (س^{٢} + ٤) — تحليل فرق مربعين

= ٦(س − ٢) (س + ٢) (س^{٢} + ٤) — تحليل فرق مربعين

٣جـ) ٢م^{٣} + م^{٢} − ٥٠م − ٢٥

٢م^{٤} + م^{٢} − ٥٠م − ٢٥ = (٢م^{٤} + م^{٢}) + (− ٥٠م − ٢٥) — تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= م^{٢} (٢م + ١) − ٢٥(٢م + ١) — حلل بإخراج ق. م. أ

= (م^{٢} − ٢٥) (٢م + ١) — ٢ م + ١ عامل مشترك

= (م + ٥) (م − ٥) (٢م + ١) — تحليل الفرق بين مربعين

٣د) ر^{٣} + ٦ر^{٢} + ١١ر + ٦٦

ر^{٤} + ٦ر^{٢} + ١١ر + ٦٦ = (ر^{٤} + ٦ر^{٢}) + (١١ر + ٦٦) — تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ر^{٢} (ر + ٦) + ١١(ر + ٦) — حلل بإخراج ق. م. أ

= (ر^{٢} + ١١) (ر + ٦) — ر + ٦ عامل مشترك

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٤) حُلَّ المعادلة: ١٨س^{٣} = ٥٠ س؟

أ) ٠، $\frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$

جـ) $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$، ٠ د) $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$، ١

١٨س^{٣} = ٥٠س

١٨س^{٣} − ٥٠س = ٠ طرح ٥٠ س من الطرفين

٢س (٩س^{٢} − ٢٥) = ٠ حلل بإخراج ق. م. أ

٢س (٣س − ٥) (٣س + ٥) = ٠ تحليل الفرق بين مربعين

٢س = ٠ أو ٣س − ٥ = ٠ أو ٣س + ٥ = ٠ خاصية الضرب الصفري

س = ٠ أو ٣س = ٥ أو ٣س = −٥ حل كل معادلة

س = ٠ س = $\frac{٥}{٣}$ س = − $\frac{٥}{٣}$

الاختيار الصحيح: جـ) − $\frac{٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$، ٠

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١) $س^{٢} - ٩$

$س^{٢} - ٩ = س^{٢} - (٣)^{٢}$ اكتب العبارة $س^{٢} - ٩$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (س + ٣)(س - ٣)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢) $٤أ^{٢} - ٢٥$

$٤أ^{٢} - ٢٥ = (٢أ)^{٢} - ٥^{٢}$ اكتب العبارة $٤أ^{٢} - ٢٥$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (٢أ + ٥)(٢أ - ٥)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٣) $٢ل^{٣} - ١٦٢ل$

$٢ل^{٣} - ١٦٢ل = ٢ل(ل^{٢} - ٨١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢ل[(ل)^{٢} - (٩)^{٢}]$ اكتب العبارة $ل^{٢} - ٨١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٢ل(ل - ٩)(ل + ٩)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٤) $و^{٤} - ٨١$

$و^{٤} - ٨١ = (و^{٢})^{٢} - (٩)^{٢}$ اكتب العبارة $و^{٢} - ٨١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (و^{٢} - ٩)(و^{٢} + ٩)$ تحليل الفرق بين مربعين

$= (و - ٣)(و + ٣)(و^{٢} + ٩)$ تحليل الفرق بين مربعين $(و^{٢} - ٩)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٥) ٢ د^{٤} − ٣٢ ف^{٤}

٢ د^{٤} − ٣٢ ف^{٤} = ٢ (د^{٤} − ١٦ ف^{٤}) حلل بإخراج ق. م. أ

= ٢ [(د^{٢})^{٢} − (٤ف)^{٢}] اكتب العبارة د^{٢} − ١٦ ف^{٢} على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= ٢ (د^{٢} + ٤ف^{٢}) (د^{٢} − ٤ف^{٢}) تحليل الفرق بين مربعين

= ٢ (د^{٢} + ٤ف^{٢}) (د + ٢ف) (د − ٢ف) تحليل الفرق بين مربعين

---

٦) ٢٠ ر^{٤} − ٤٥ ن^{٤}

٢٠ ر^{٤} − ٤٥ ن^{٤} = ٥ (٤ر^{٤} − ٩ن^{٤}) حلل بإخراج ق. م. أ

= ٥ (٢ر^{٢})^{٢} − (٣ن^{٢})^{٢} اكتب العبارة ٤ر^{٤} − ٩ن^{٤} على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= ٥ (٢ر^{٢} − ٣ن^{٢}) (٢ر^{٢} + ٣ن^{٢}) تحليل الفرق بين مربعين

---

٧) ٢٥٦ ن^{٤} − جـ^{٤}

٢٥٦ ن^{٤} − جـ^{٤} = (١٦ ن^{٢})^{٢} − (جـ^{٢})^{٢} اكتب العبارة ٢٥٦ن^{٤} − جـ^{٤} على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= (١٦ ن^{٢} + جـ^{٢}) (١٦ ن^{٢} − جـ^{٢}) تحليل الفرق بين مربعين

= (١٦ ن^{٢} + جـ^{٢}) [(٤ن)^{٢} − (جـ)^{٢}]

= (١٦ ن^{٢} + جـ^{٢}) (٤ن + جـ) (٤ن − جـ) تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٨) ٢جـ^{٣}+٣جـ^{٢}−٢جـ−٣

جـ^{٣} + ٣جـ^{٢} −٢جـ −٣ = (٢جـ^{٣} + ٣جـ^{٢}) + (−٢جـ −٣) تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= جـ^{٢}(٢جـ + ٣) − (٢جـ + ٣) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٢جـ + ٣) (جـ^{٢} − ١) ٢ جـ + ٣ عامل مشترك

= (٢جـ + ٣) (جـ + ١) (جـ − ١) تحليل الفرق بين مربعين

٩) ٣ن^{٣}+٢ن^{٢}−٤٨ن−٣٢

٣ن^{٣} + ٢ن^{٢} −٤٨ن −٣٢ = (٣ن^{٣} + ٢ن^{٢}) + (−٤٨ن −٣٢)

= ن^{٢}(٣ن + ٢) − ١٦ (٣ن + ٢) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٣ن + ٢) (ن^{٢} − ١٦) ٣ن + ٢ عامل مشترك

= (٣ن + ٢) (ن + ٤) (ن − ٤) تحليل الفرق بين مربعين

١٠) **سيارات:** قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجئ. والمعادلة $\frac{١}{٢٤}$ع^{٢} = ف تعبِّر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل/ ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة؟

$\frac{١}{٢٤}$ع^{٢} = ف كتابة المعادلة

$\frac{١}{٢٤}$ع^{٢} = ٥٤ عوض عن ف = ٥٤

ع^{٢} = ١٢٩٦ الضرب في ٢٤

ع = $\sqrt{١٢٩٦}$ = ٣٦

سرعة السيارة عند استعمال الكوابح = ٣٦ ميلاً / ساعة

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١١) $ل^{٢} - ١٢١$

$ل^{٢} - ١٢١ = ل^{٢} - (١١)^{٢}$ اكتب العبارة $ل^{٢} - ١٢١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (ل + ١١)(ل - ١١)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٢) $ر^{٤} - ك^{٤}$

$ر^{٤} - ك^{٤} = (ر^{٢})^{٢} - (ك^{٢})^{٢}$ اكتب العبارة $ر^{٤} - ك^{٤}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (ر^{٢} + ك^{٢})(ر^{٢} - ك^{٢})$ تحليل الفرق بين مربعين

$= (ر^{٢} + ك^{٢})(ر + ك)(ر - ك)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٣) $٦ن^{٤} - ٦$

$٦ن^{٤} - ٦ = ٦(ن^{٤} - ١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٦[(ن)^{٢} - (١)^{٢}]$ اكتب العبارة $ن^{٤} - ١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٦(ن^{٢} + ١)(ن^{٢} - ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

$= ٦(ن^{٢} + ١)(ن + ١)(ن - ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٤) $ر^{٢} - ٩ن^{٢}$

$ر^{٢} - ٩ن^{٢} = ر^{٢} - (٣ن)^{٢}$ اكتب العبارة $ر^{٢} - ٩ن^{٢}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (ر + ٣ن)(ر - ٣ن)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٥) $٢جـ^{٢} - ٣٢د^{٢}$

$٢جـ^{٢} - ٣٢د^{٢} = ٢(جـ^{٢} - ١٦د^{٢})$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢[جـ^{٢} - (٤د)^{٢}]$ اكتب العبارة $جـ^{٢} - ١٦د^{٢}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٢(جـ + ٤د)(جـ - ٤د)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١٦) $هـ^{٣} - ١٠٠ هـ$

$هـ^{٣} - ١٠٠هـ = هـ (هـ^{٢} - ١٠٠)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= هـ [هـ^{٢} - (١٠)^{٢}]$ اكتب العبارة $هـ^{٢} - ١٠٠$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= هـ (هـ + ١٠) (هـ - ١٠)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٧) $هـ^{٤} - ٢٥٦$

$هـ^{٤} - ٢٥٦ = (هـ^{٢})^{٢} - (١٦)^{٢}$ اكتب العبارة $هـ^{٤} - ٢٥٦$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (هـ^{٢} - ١٦) (هـ^{٢} + ١٦)$ تحليل الفرق بين مربعين

$= (هـ^{٢} + ١٦) (هـ + ٤) (هـ - ٤)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٨) $٢ن^{٣} - ن^{٢} - ١٦٢ن + ٨١$

$٢ن^{٣} - ن^{٢} - ١٦٢ن + ٨١ = (٢ن^{٣} - ن^{٢}) + (-١٦٢ن + ٨١)$ تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

$= ن^{٢}(٢ن - ١) + ٨١(-٢ن + ١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ن^{٢}(٢ن - ١) - ٨١(٢ن - ١)$

$= (٢ن - ١) (ن^{٢} - ٨١)$ $(٢ن - ١)$ عامل مشترك

$= (ن + ٩) (ن - ٩) (٢ن - ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

١٩) $س^{٢} - ٤ص^{٢}$

$س^{٢} - ٤ص^{٢} = س^{٢} - (٢ص)^{٢}$ اكتب العبارة $هـ^{٤} - ٢٥٦$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= (س + ٢ص) (س - ٢ص)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢٠) $٧هـ^{٤} - ٧ل^{٤}$

$٧هـ^{٤} - ٧ل^{٤} = ٧(هـ^{٤} - ل^{٤})$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٧[(هـ^{٢})^{٢} - (ل^{٢})^{٢}]$ اكتب العبارة $هـ^{٤} - ل^{٤}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٧(هـ^{٢} + ل^{٢})(هـ^{٢} - ل^{٢})$ تحليل الفرق بين مربعين

$= ٧(هـ^{٢} + ل^{٢})(هـ + ل)(هـ - ل)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢١) $٦ك^{٢}هـ^{٤} - ٥٤ك^{٤}$

$٦ك^{٢}هـ^{٤} - ٥٤ك^{٤} = ٦ك^{٢}(هـ^{٢} - ٩ك^{٢})$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٦ك^{٢}(هـ^{٢} - (٣ك)^{٢})$ اكتب العبارة $هـ^{٤} - ٤ك^{٢}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٦ك^{٢}(هـ^{٢} + ٣ك)(هـ^{٢} - ٣ك)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٢) $٥هـ^{٣} - ٢٠هـ$

$٥هـ^{٣} - ٢٠هـ = ٥هـ(هـ^{٢} - ٤)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٥هـ[هـ^{٢} - (٢)^{٢}]$ اكتب العبارة $هـ^{٤} - ٤ك^{٢}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٥هـ(هـ - ٤)(هـ + ٤)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٣) $ف^{٣} + ٢ف^{٢} - ٦٤ف - ١٢٨$

$ف^{٣} + ٢ف^{٢} - ٦٤ف - ١٢٨ = (ف^{٣} + ٢ف^{٢}) + (-٦٤ف - ١٢٨)$

$= ف^{٢}(ف + ٢) - ٦٤(ف + ٢)$ إخراج ق. م. أ

$= (ف^{٢} - ٦٤)(ف + ٢)$ تحليل الفرق بين مربعين

$= (ف + ٨)(ف - ٨)(ف + ٢)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢٤) $٣ر^{٣} - ١٩٢ ر$

$٣ ر^{٣} - ١٩٢ر = ٣ر (ر^{٢} - ٦٤)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٣ر [ر^{٢} - (٨)^{٢}]$ اكتب العبارة $ر^{٢} - ٦٤$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٣ر (ر + ٨) (ر - ٨)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٥) $١٠ ك^{٣} - ١٢١٠ ك$

$١٠ك^{٣} - ١٢١٠ك = ١٠ك (ك^{٢} - ١٢١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ١٠ك [ك^{٢} - (١١)^{٢}]$ اكتب العبارة $ك^{٢} - ١٢١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ١٠ك (ك + ١١) (ك - ١١)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٦) $٣ س ن^{٤} - ٢٧س^{٣}$

$٣س ن^{٤} - ٢٧س^{٣} = ٣س (ن^{٤} - ٩س^{٢})$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٣س [(ن^{٢})^{٢} - (٣س)^{٢}]$ اكتب العبارة $ك^{٢} - ١٢١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٣س (ن^{٢} + ٣س) (ن^{٢} - ٣س)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٧) $ل ٣ر^{٥} - ل ٣ر$

$ل ٣ر^{٥} - ل ٣ر = ل ٣ر (ر^{٤} - ١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ل ٣ر [(ر^{٢})^{٢} - (١)^{٢}]$ اكتب العبارة $ر^{٤} - ١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ل ٣ر (ر^{٢} - ١) (ر^{٢} + ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

$= ل ٣ر (ر + ١) (ر - ١) (ر^{٢} + ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢٨) $٨جـ^{٣} - ٨جـ$

$٨جـ^{٣} - ٨جـ = ٨جـ(جـ^{٢} - ١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٨جـ[جـ^{٢} - (١)^{٢}]$ اكتب العبارة $جـ^{٢} - ١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ٨جـ(جـ + ١)(جـ - ١)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٩) $ر^{٣} - ٥ر^{٢} - ١٠٠ر + ٥٠٠$

$ر^{٣} - ٥ر^{٢} - ١٠٠ر + ٥٠٠ = (ر^{٣} - ٥) + (-١٠٠ر + ٥٠٠)$

$= ر^{٢}(ر - ٥) - ١٠٠(ر - ٥)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= (ر^{٢} - ١٠٠)(ر - ٥)$ $ر - ٥$ عامل مشترك

$= (ر + ١٠)(ر - ١٠)(ر - ٥)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٣٠) $٣ن^{٣} - ٧ن^{٢} - ٣ن + ٧$

$٣ن^{٣} - ٧ن^{٢} - ٣ن + ٧ = (٣ن^{٣} - ٧ن^{٢}) + (-٣ن + ٧)$

$= ن^{٢}(٣ن - ٧) - (٣ن - ٧)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= (ن^{٢} - ١)(٣ن - ٧)$ $(٣ن - ٧)$ عامل مشترك

$= (ن + ١)(ن - ١)(٣ن - ٧)$ تحليل الفرق بين مربعين

---

٣١) $٤م^{٣} + ٩م^{٢} - ٣٦م - ٨١$

$٤م^{٣} + ٩م^{٢} - ٣٦م - ٨١ = (٤م^{٣} + ٩م^{٢}) + (-٣٦م - ٨١)$

$= م^{٢}(٤م + ٩) - ٩(٤م + ٩)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= (٤م + ٩)(م^{٢} - ٩)$ $٤م + ٩$ عامل مشترك

$= (م + ٣)(م - ٣)(٤م + ٩)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٣٢) $٣م^{٤} + ٢٤٣$

$٣م^{٤} + ٢٤٣ = ٣ (م^{٤} + ٨١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

---

٣٣) $س^{٤} + ٦ س^{٣} - ٣٦ س^{٢} - ٢١٦س$

$س^{٤} + ٦س^{٣} - ٣٦س^{٢} - ٢١٦س = س (س^{٣} + ٦س^{٢} - ٣٦س - ٢١٦)$

$= س [(س^{٣} + ٦س^{٢}) + (-٣٦س - ٢١٦)]$

$= س [س^{٢} (س + ٦) - ٣٦ (س + ٦)]$

$= س [(س + ٦) (س^{٢} - ٣٦)]$

$= س (س + ٦) (س + ٦) (س - ٦)$

---

٣٤) $١٥ م^{٣} + ١٢ م^{٢} - ٣٧٥ م - ٣٠٠$

$١٥م^{٣} + ١٢م^{٢} - ٣٧٥م - ٣٠٠ = ٣(٥م^{٣} + ٤م^{٢} - ١٢٥م - ١٠٠)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٣[(٥م^{٣} + ٤م^{٢}) + (-١٢٥م - ١٠٠)]$

$= ٣[م^{٢}(٥م + ٤) - ٢٥(٥م + ٤)]$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٣[(٥م + ٤) (م^{٢} - ٢٥)]$ ٥م + ٤ عامل مشترك

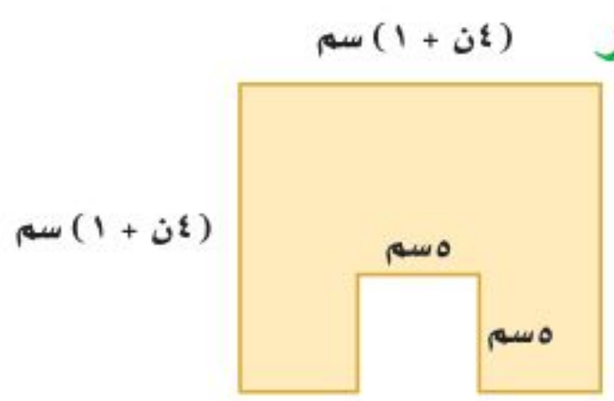
$= ٣(٥م + ٤) (م + ٥) (م - ٥)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٥) هندسة : يمثّل الشكل المجاور مربعًا قُطِعَ منه مربع آخر.

أ) اكتب عبارة تمثّل مساحة المنطقة المظللة.



مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع الكبير − مساحة المربع الصغير

$= (٤ن + ١)^{٢} - ٥^{٢}$

$= ١٦ن^{٢} + ٨ن + ١ - ٢٥$

$= ١٦ن^{٢} + ٨ن - ٢٤$ سم^{٢}

ب) أوجد بُعدي مستطيل له مساحة المنطقة المظللة نفسها، مفترضًا أنهما يُمثّلان بثنائيتي حد.

$١٦ن^{٢} + ٨ن - ٢٤ = ١٦ن^{٢} + ٢٤ن - ١٦ن - ٢٤$

$= (١٦ن^{٢} + ٢٤ن) + (-١٦ن - ٢٤)$

$= ٤ن (٤ن + ٦) - ٤ (٤ن + ٦)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= (٤ن + ٦) (٤ن - ٤)$ ٤ن + ٦ عامل مشترك

البعدان هما: ٤ن + ٦ ، ٤ن − ٤

---

٣٦) مبانٍ : أراد زياد بناء ملحق في باحة منزله الخلفية، بُعداه ٨م ، ٨م .
ثم قرَّر تقليص طول أحد البعدين وزيادة البعد الآخر بالعدد نفسه من الأمتار. فإذا كانت مساحة الملحق بعد تقليصه تساوي ٦٠ م^{٢}، فما بُعداه ؟

البعدان الجديدان ٨ + س ، ٨ − س

المساحة بعد التقليص = (٨ + س) (٨ − س)

$٦٠ = ٦٤ - س^{٢}$

$س^{٢} - ٦٤ + ٦٠ = ٠$

$س^{٢} - ٤ = ٠$

$(س - ٢) (س + ٢) = ٠$ تحليل الفرق بين مربعين

$س - ٢ = ٠$ أو $س + ٢ = ٠$ خاصية الضرب الصفري

$س = ٢$ أو $س = -٢$ حل كل معادلة

البعدان بعد التقليص هما : ٨ + ٢، ٨ − ٢

البعدان بعد التقليص هما : ١٠ م، ٦ م

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٧) **كتب:** نشرت إحدى دور النشر كتابًا جديدًا، وتمثّل المعادلة ع = −٢٥م^{٢} + ١٢٥م مبيعات الكتاب، حيث (ع) تمثّل عدد النسخ المبيعة، و (م) عدد الأشهر التي بيع فيها الكتاب.

أ) في أي شهر يُتوقَّع أن تنفذ النسخ المعروضة من الكتاب؟

تنفذ الكتب عند ع = ٠

$$٠ = -٢٥م^{٢} + ١٢٥م$$

$$٢٥م (-م + ٥) = ٠$$

خاصية الضرب الصفري

$$٢٥م = ٠ \text{ أو } -م + ٥ = ٠$$

$$م = ٠ \text{ أو } م = ٥$$

تنفذ الكتب في الشهر الخامس (م = ٥)

ب) متى وصلت المبيعات إلى ذروتها؟

وصلت المبيعات ذروتها في منتصف الشهر الثالث (م = ٢,٥)

جـ) ما عدد النسخ المبيعة في الذروة؟

عدد النسخ المبيعة في الذروة نعوض عن م = ٢,٥

$$ع = -٢٥ (٢,٥)^{٢} + ١٢٥(٢,٥)$$

$$= -٢٥ \times ٦,٢٥ + ٣١٢,٥$$

$$= -١٥٦,٢٥ + ٣١٢,٥$$

$$= ١٥٦,٢٥$$

$$ع \approx ١٥٦$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حل كلّ معادلة مما يأتي بالتحليل، ثمُ تحقق من صحة الحل:

٣٨) $٣٦ل^{٢} = ١٢١$

$٣٦ل^{٢} = ١٢١$ — المعادلة الأصلية

$٣٦ل^{٢} - ١٢١ = ٠$ — أساوي أحد الطرفين بالصفر

$(٦ل + ١١)(٦ل - ١١) = ٠$ — تحليل فرق مربعين

$٦ل + ١١ = ٠$ أو $٦ل - ١١ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٦ل = -١١$ أو $٦ل = ١١$

$ل = \frac{١١}{٦}$ أو $ل = \frac{١١}{٦}$ — حل كل معادلة

الجذران هما: $-\frac{١١}{٦}$ و $\frac{١١}{٦}$

---

٣٩) $١٠٠ = ٢٥س^{٢}$

$١٠٠ = ٢٥س^{٢}$ — المعادلة الأصلية

$٢٥س^{٢} - ١٠٠ = ٠$ — أساوي أحد الطرفين بالصفر

$(٥س + ١٠)(٥س - ١٠) = ٠$ — تحليل فرق مربعين

$٥س + ١٠ = ٠$ أو $٥س - ١٠ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٥س = -١٠$ أو $٥س = ١٠$

$س = -\frac{١٠}{٥}$ أو $س = \frac{١٠}{٥}$ — حل كل معادلة

الجذران هما: -٢ و ٢

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حل كلّ معادلة مما يأتي بالتحليل، ثمُ تحقق من صحة الحل:

٤٠) $٤ص^{٢} - \frac{٩}{١٦} = ٠$

$٤ص^{٢} - \frac{٩}{١٦} = ٠$

$(٢ص)^{٢} - \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = ٠$ اكتب العبارة $جـ^{٢} - ١$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$

$(٢ص - \frac{٣}{٤})(٢ص + \frac{٣}{٤}) = ٠$ تحليل فرق مربعين

$٢ص - \frac{٣}{٤} = ٠$ أو $٢ص + \frac{٣}{٤} = ٠$ خاصية الضرب الصفري

$ص = \frac{٣}{٤} \div ٢$ $ص = -\frac{٣}{٤} \div ٢$

$ص = \frac{٣}{٨}$ $= -\frac{٣}{٨}$ حل كل معادلة

الجذران هما: $\frac{٣}{٨}$ و $-\frac{٣}{٨}$

---

٤١) $\frac{١}{٤}ب^{٢} = ١٦$

$\frac{١}{٤}ب^{٢} = ١٦$ المعادلة الأصلية

$ب^{٢} = ٦٤$ الضرب فى ٤

$ب^{٢} - ٦٤ = ٠$ أساوي أحد الطرفين بالصفر

$(ب - ٨)(ب + ٨) = ٠$ تحليل فرق مربعين

$ب - ٨ = ٠$ أو $ب + ٨ = ٠$

$ب = ٨$ $ب = -٨$

الجذران هما: ٨ ، -٨

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حل كلّ معادلة مما يأتي بالتحليل، ثمُ تحقق من صحة الحل:

٤٢) $٨١ - \frac{١}{٢٥}س^{٢} = ٠$

$٨١ - \frac{١}{٢٥}س^{٢} = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٩ + \frac{١}{٥}س)(٩ - \frac{١}{٥}س) = ٠$ — تحليل فرق مربعين

$٩ + \frac{١}{٥}س = ٠$ أو $٩ - \frac{١}{٥}س = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$\frac{١}{٥}س = -٩$ أو $\frac{١}{٥}س = ٩$

$س = -٤٥$ أو $س = ٤٥$ — الضرب في ٥

الجذران هما: ٤٥، -٤٥

---

٤٣) $٩د^{٢} - ٨١ = ٠$

$٩د^{٢} - ٨١ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٣د + ٩)(٣د - ٩) = ٠$ — تحليل فرق مربعين

$٣د + ٩ = ٠$ أو $٣د - ٩ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٣د = -٩$ أو $٣د = ٩$

$د = -٣$ أو $د = ٣$ — حل كل معادلة

الجذران هما: -٣، ٣

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٤) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة ثلاثية الحدود التي تمثّل مربعًا كاملاً.

أ) جدوليًا: انسخ الجدول أدناه وأكمله بتحليل كل ثلاثية حدود، ثم اكتب أول وآخر حد في كثيرة الحدود على صورة مربعات كاملة.

كثيرة الحدود	تحليل كثيرة الحدود	الحد الأول	الحد الأخير	الحد الأوسط
$٤س^{٢}+١٢س+٩$	$(٢س+٣)(٢س+٣)$	$٤س^{٢}=(٢س)^{٢}$	$٣^{٢}=٩$	$١٢س = ٢ \times ٢س \times ٣$
$٩س^{٢}-٢٤س+١٦$	$(٣س - ٤)(٣س - ٤)$	$٩س^{٢} = (٣س)^{٢}$	$١٦ = ٤^{٢}$	$٢٤س = ٢ \times ٣س \times ٤$
$٤س^{٢}-٢٠س+٢٥$	$(٢س - ٥)(٢س - ٥)$	$٤س^{٢} = (٢س)^{٢}$	$٢٥ = ٥^{٢}$	$٢٠س = ٢ \times ٢س \times ٥$
$١٦س^{٢}+٢٤س+٩$	$(٤س + ٣)(٤س + ٣)$	$١٦س^{٢} = (٤س)^{٢}$	$٩ = ٣^{٢}$	$٢٤س = ٢ \times ٤س \times ٣$

ب) تحليليًا: اكتب الحد الأوسط في كل كثيرة حدود باستعمال الجذور التربيعية للمربعات الكاملة للحدين الأول والأخير.

الحد الأوسط
$١٢س = ٢ \times ٢س \times ٣$
$٢٤س = ٢ \times ٣س \times ٤$
$٢٠س = ٢ \times ٢س \times ٥$
$٢٤س = ٢ \times ٤س \times ٣$

جـ) جبريًا: اكتب قاعدة لثلاثية الحدود التي تمثّل مربعًا كاملاً.

$$(أ + ب)\ (أ + ب) = أ^{٢} + ٢\ أ\ ب + ب^{٢}$$

$$(أ - ب)\ (أ - ب) = أ^{٢} - ٢\ أ\ ب + ب^{٢}$$

د) لفظيًا ما الشروط الواجب توافرها في ثلاثية حدود لتصنَّف على أنها مربع كامل؟

الشروط الواجب توفرها في ثلاثية حدود لتصنف على أنها مربع كامل هي:

١ـ الحدان الأول والأخير مربعين كاملين

٢ـ الحد الأوسط يساوي مثلي ناتج ضرب الجذرين التربيعيين للحدين الأول والأخير بإشارة موجبة أو سالبة

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٥) **اكتشف الخطأ:** حلَّلت كلٌّ من هلا ومنى العبارة الآتية، فأيهما إجابتها صحيحة؟ فسِّر ذلك.

هلا	منى
$١٦س^{٤} - ٢٥ص^{٢} =$	$١٦س^{٤} - ٢٥ص^{٢} =$
$(٤س - ٥ص)(٤س + ٥ص)$	$(٤س^{٢} - ٥ص)(٤س^{٢} + ٥ص)$

إجابة منى هي الصحيحة، لأنه عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب $١٦س^{٢} - ٢٥ص^{٢}$.

---

٤٦) **تحدٍّ:** بسِّط العبارة: $٩ - (ك+٣)^{٢}$ بتحليلها بالفرق بين مربعين.

العبارة الأصلية $٩ - (ك + ٣)^{٢}$

تحليل فرق مربعين $[٣ + (ك + ٣)]\ [٣ - (ك + ٣)]$

التبسيط ثم التوزيع $(٦ + ك)\ (-ك) = -٦ك - ك^{٢}$

---

٤٧) **تحدٍّ:** حلّل: $س^{١٦} - ٨١$

$س^{١٦} - ٨١ = (س^{٨} + ٩)\ (س^{٨} - ٩)$

$= (س^{٨} + ٩)\ (س^{٤} + ٣)\ (س^{٤} - ٣)$

---

٤٨) **تبرير:** حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وأعطِ مثالاً مضادًّا للتحقق من إجابتك:

"أي ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة قابلة للتحليل".

العبارة خاطئة

مثال: $أ^{٢} + ب^{٢}$ ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة وغير قابلة للتحليل

---

٤٩) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لثنائية حد نحتاج عند تحليلها تحليلاً تامًّا إلى تكرار قاعدة الفرق بين مربعين، ثم حلّلها.

$ص^{٤} - ٨١ = (ص^{٢} + ٩)\ (ص^{٢} - ٩)$

$= (ص^{٢} + ٩)\ (ص + ٣)\ (ص - ٣)$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٥٠) **اكتب:** لماذا لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حدًّا متغيرًا في الوسط؟

لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حداً متغيراً في الوسط لأنه عند ضرب محموع حدين في الفرق بينهما باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب يكون كل من الحدين الأوسطين والطرفين معكوساً للآخر وعند جمع هذين الحدين فإن مجموعهما يساوي صفراً.

تدريب على اختبار

٥١) إذا كان أحد جذري المعادلة $٢س^{٢}+١٣س=٢٤$ هو -٨ فما الجذر الآخر؟

أ) $-\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٢}{٣}$

ب) $\frac{٣}{٢}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

$٢س^{٢}+١٣س-٢٤=٠$

$(٢س-٣)(س+٨)=٠$

$٢س=٣$

$س=\frac{٣}{٢}$

الاختيار الصحيح: ب) $\frac{٣}{٢}$

٥٢) أي ممّا يأتي يمثّل مجموع حليّ المعادلة $س^{٢}+٣س=٥٤$؟

أ) -٣ ج) ٣

ب) -٢١ د) ٢١

$س^{٢}+٣س-٥٤=٠$

$(س-٦)(س+٩)=٠$

$س=٦$ ، $س=-٩$

$٦+(-٩)=-٣$

الاختيار الصحيح: أ) -٣

مراجعة تراكمية

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي، وإذا لم يمكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية": (الدرس ٧-٤)

٥٣) $٥س^{٢}-١٧س+١٤$

$٥س^{٢}-١٧س+١٤ = ٥س^{٢}-٧س-١٠س+١٤$

$=(٥س^{٢}-٧س)-(١٠س-١٤)$

$=س(٥س-٧)-٢(٥س-٧)$

$=(س-٢)(٥س-٧)$

موقع واجباتي

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي، وإذا لم يمكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية": (الدرس ٧-٤)

٥٤) ٥أ^{٢} − ٣أ + ١٥

أ = ٥، ب = −٣، جـ = ١٥

أجد عددين ناتج ضربهما ٥ × ١٥ = ٧٥ ومجموعهما −٣

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما ٧٥ ومجموعهما − ٣

لذا فالعبارة ٥ أ^{٢} − ٣أ + ١٥ أولية

---

٥٥) ١٠س^{٢} − ٢٠س ص + ١٠ص^{٢}

١٠س^{٢} − ٢٠س ص + ١٠ص^{٢} = ١٠ (س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢})

= ١٠ (س − ص) (س − ص)

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلِّك: (الدرس ٧-٣)

٥٦) ن^{٢} − ٩ن = −١٨

ن^{٢} − ٩ن = −١٨

ن^{٢} − ٩ن + ١٨ = ٠

(ن − ٣) (ن − ٦) = ٠

ن − ٣ = ٠ أو ن − ٦ = ٠

ن = ٣ أو ن = ٦

الجذران هما: ٣ ، ٦

٥٧) ١٠ + أ^{٢} = −٧أ

١٠ + أ^{٢} = −٧أ

أ^{٢} + ٧أ + ١٠ = ٠

(أ + ٢) (أ + ٥) = ٠

أ + ٢ = ٠ أو أ + ٥ = ٠

أ = −٢ أو أ = −٥

الجذران هما: −٢ ، −٥

---

٥٨) ٢٢س − س^{٢} = ٩٦

س^{٢} − ٢٢س + ٩٦ = ٠

(س − ٦) (س − ١٦) = ٠

س − ٦ = ٠ أو س − ١٦ = ٠

س = ٦ أو س = ١٦

الجذران هما: ٦ ، ١٦

موقع واجباتي

أوجد ناتج كلًّا ممّا يأتي: (الدرس ٦-٧)

٥٩) (س + ٣)(س + ٣)

$(س + ٣)(س + ٣) = (س + ٣)^{٢}$

$= س^{٢} + ٣س + ٣س + ٩$

$= س^{٢} + ٦س + ٩$

---

٦٠) $(٢س - ٥)^{٢}$

$(٢س - ٥)^{٢} = ٤س^{٢} + [٢(٢ \times ٥س)] + ٢٥$

$= ٤س^{٢} - ٢٠س + ٢٥$

---

٦١) $(٦س - ١)^{٢}$

$(٦س - ١)^{٢} = ٣٦س^{٢} + [٢(٦س \times ١)] + ١$

$= ٣٦س^{٢} - ١٢س + ١$

---

٦٢) (٤س + ٥)(٤س + ٥)

$(٤س + ٥)(٤س + ٥) = ١٦س^{٢} + [٢(٤س \times ٥)] + ٢٥$

$= ١٦س^{٢} + ٤٠س + ٢٥$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ ممَّا يأتي:

٦٣) $(س - ٦)^{٢}$

$= س^{٢} - ١٢س + ٣٦$

٦٤) $(س - ٢)(س - ٢)$

$= س^{٢} - ٤س + ٤$

٦٥) $(س + ٣)(س + ٣)$

$= س^{٢} + ٦س + ٩$

٦٦) $(٢س - ٥)^{٢}$

$= [(٢س - ٥)^{٢}]^{٣}$

$= (٤س٢ - ٢٠س + ٢٥)^{٣}$

$= ٦٤س^{٦} - ٩٦٠س^{٥} + ٦٠٠٠س^{٤} - ٢٠٠٠٠س^{٣} + ٣٧٥٠٠س^{٢} - ٣٧٥٠٠س + ١٥٦٢٥$

٦٧) $(٦س - ١)^{٢}$

$= ٣٦س^{٢} - ١٢س + ١$

٦٨) $(٤س + ٥)(٤س + ٥)$

$= ١٦س^{٢} + ٤٠س + ٢٥$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٦-٧

المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

فيما سبق

درست إيجاد ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.

والآن

- أحلّل ثلاثية الحدود التي على صورة مربع كامل.
- أحلّ معادلات تتضمن مربعات كاملة.

المفردات

المربع الكامل لثلاثية حدود

لماذا؟

يسقط الحجر والكيس بالسرعة نفسها؛ لذا ستحتاج إلى حل المعادلة ٠ = −٥ن^{٢} + ل٠، لمعرفة الزمن الذي يحتاج إليه الجسم كي يصل إلى الأرض إذا سقط من ارتفاع ابتدائي (ل٠) مترًا فوق الأرض، حيث (ن) تمثّل الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم.

تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل: تعلمت قاعدة مفكوك ثنائيتي الحد (أ + ب)^{٢}، (أ − ب)^{٢}. تذكّر بأن تلك نواتج ضرب خاصة تتبع قاعدة معينة.

$$(أ + ب)^{٢} = (أ + ب)(أ + ب)$$
$$= أ^{٢} + أب + أب + ب^{٢}$$
$$= أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$$

$$(أ - ب)^{٢} = (أ - ب)(أ - ب)$$
$$= أ^{٢} - أب - أب + ب^{٢}$$
$$= أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$$

تكون نواتج الضّرب هذه على صورة **مربع كامل لثلاثية الحدود**؛ لأنها مربعات ثنائيات حد. وتساعدك القواعد أعلاه على تحليل ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعًا كاملًا.

ولتكون ثلاثية حدود قابلة للتحليل على صورة مربع كامل، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير مربعين كاملين، وأن يكون الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير بإشارة موجبة أو سالبة.

فمثلاً ثلاثية الحدود ١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩ تشكّل مربعًا كاملًا، كما هو موضح أدناه.

١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩

- هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم؛ لأن ١٦س^{٢} = (٤س)^{٢}.
- هل الحدّ الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي لكل من الحدين الأول والأخير؟ نعم؛ لأن ٢٤س = ٢(٤س)(٣).
- هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم؛ لأن ٩ = ٣^{٢}.

مفهوم أساسي

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعًا كاملًا

أضف إلى مطويتك

الرموز:

$$أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} = (أ + ب)(أ + ب) = (أ + ب)^{٢}$$
$$أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = (أ - ب)^{٢}$$

أمثلة:

$$س^{٢} + ٨س + ١٦ = (س + ٤)(س + ٤) = (س + ٤)^{٢}$$
$$س^{٢} - ٦س + ٩ = (س - ٣)(س - ٣) = (س - ٣)^{٢}$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

١أ) ٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦

٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦

الحد الأول: ٩ص^{٢} مربع كامل [٩ص^{٢} = (٣ص)^{٢}]

الحد الأخير: ١٦ مربع كامل [١٦ = (٤)^{٢}]

الحد الأوسط: ٢٤ص = ٢(٣ص) (٤)

العبارة ٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦ تشكل مربعاً كاملاً

٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦ = (٣ص + ٤)^{٢}

١ب) ٢أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥

٢أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥

الحد الأول: ٢أ^{٢} ليس مربعاً كاملاً

العبارة ٢أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥ لا تشكل مربعاً كاملاً

تحقق من فهمك

٢أ) ٢س^{٢} − ٣٢

٢س^{٢} − ٣٢ = ٢(س^{٢} − ١٦)

حلل بإخراج ق. م. أ

تحليل فرق مربعين

= ٢(س + ٤) (س − ٤)

٢ب) ١٢س^{٢} + ٥س − ٢٥

١٢س^{٢} + ٥س − ٢٥

١٢س^{٢} ليست مربعاً كاملاً، لذا نحلل باستعمال النمط أس^{٢} + ب س + جـ

١٢س^{٢} + ٥س − ٢٥ = ١٢س^{٢} + ٢٠س − ١٥س − ٢٥

= (١٢س^{٢} + ٢٠س) + (−١٥س − ٢٥) تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٤س (٣ س + ٥) − ٥ (٣ س + ٥) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٣س + ٥) (٤س − ٥) ٣س + ٥ عامل مشترك

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل :

٣أ) $أ^{٢} + ١٢أ + ٣٦ = ٠$

$أ^{٢} + ١٢أ + ٣٦ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$أ^{٢} + ١٢أ + ٣٦ = (أ)^{٢} + ٢(أ)(٦) + (٦)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$(أ + ٦)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$(أ + ٦)(أ + ٦) = ٠$ — كتابة $(أ + ٦)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$أ + ٦ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$أ = -٦$ — طرح ٦ من الطرفين

الجذران هما: -٦، -٦

التحقق: $(-٦)^{٢} + ١٢(-٦) + ٣٦ = ٣٦ + (-٧٢) + ٣٦ = ٠$ ✓

٣ب) $ص^{٢} - \frac{٤}{٣}ص + \frac{٤}{٩} = ٠$

$ص^{٢} - \frac{٣}{٤}ص + \frac{٤}{٩} = ٠$ — المعادلة الأصلية

$ص^{٢} - \frac{٣}{٤}ص + \frac{٤}{٩} = (ص)^{٢} - ٢(ص)\left(\frac{٢}{٣}\right) + \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$\left(ص - \frac{٢}{٣}\right)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$\left(ص - \frac{٢}{٣}\right)\left(ص - \frac{٢}{٣}\right) = ٠$ — كتابة $\left(ص - \frac{٢}{٣}\right)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$\left(ص - \frac{٢}{٣}\right) = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$ص = \frac{٢}{٣}$ — إضافة $\frac{٢}{٣}$ للطرفين

الجذران هما: $\frac{٢}{٣}$, $\frac{٢}{٣}$

التحقق: $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} - \left(\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٣}\right) + \frac{٤}{٩} = \frac{٤ - ٨ + ٤}{٩} = ٠$ ✓

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٤أ) $(أ - ١٠)^{٢} = ١٢١$

$(أ - ١٠)^{٢} = ١٢١$ — المعادلة الأصلية

$أ - ١٠ = \pm \sqrt{١٢١}$ — خاصية الجذر التربيعي

$\sqrt{١٢١} = ١١$

$أ - ١٠ = \pm ١١$

$أ = ١٠ \pm ١١$ — إضافة ١٠ للطرفين

$أ = ١٠ + ١١$ أو $أ = ١٠ - ١١$

$أ = ٢١$ أو $أ = -١$

الجذران هما: ٢١، -١

التحقق: ← $(٢١ - ١٠)^{٢} = (١١)^{٢} = ١٢١$ ✓

$(-١ - ١٠)^{٢} = (-١١)^{٢} = ١٢١$ ✓

٤ب) $(ع + ٣)^{٢} = ٢٦$

$(ع + ٣)^{٢} = ٢٦$ — المعادلة الأصلية

$ع + ٣ = \pm \sqrt{٢٦}$ — خاصية الجذر التربيعي

$ع = -٣ \pm \sqrt{٢٦}$ — طرح ٣ من الطرفين

$ع = -٣ + \sqrt{٢٦}$ ، $ع = -٣ - \sqrt{٢٦}$

$ع \approx ٢,١$ ، $ع \approx -٨,١$

الجذران هما: ٢,١، $-٨,١$

التحقق: ← $(٢,١ + ٣)^{٢} = (٥,١)^{٢} \approx ٢٦$

$(-٨,١ + ٣)^{٢} = (-٥,١)^{٢} \approx ٢٦$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تحقق من فهمك

٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أُسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.

عند مستوى الأرض ل = ٠، والارتفاع الابتدائي ٣٤ (ل$_{.}$ = ٣٤)

$ل = -٥ن^{٢} + ل_{.}$ المعادلة الأصلية

$٠ = -٥ن^{٢} + ٣٤$ عوض عن ل = ٠ ، ل$_{.}$ = ٣٤

$-٣٤ = -٥ن^{٢}$ طرح ٣٤ من الطرفين

$٦,٨ = ن^{٢}$ القسمة على ـ ٥

$ن = \pm ٢,٦$ خاصية الجذر التربيعي

الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض = ٢,٦ ثانية تقريباً (استبعاد العدد السالب)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكِّل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

١) ٢٥س^{٢} + ٦٠س + ٣٦

٢٥س^{٢} + ٦٠س + ٣٦

الحد الأول: ٢٥س^{٢} مربع كامل [٢٥س^{٢} = (٥س)^{٢}]

الحد الأخير: ٣٦ مربع كامل [٣٦ = (٦)^{٢}]

الحد الأوسط: ٦٠س = ٢(٥س) (٦)

العبارة ٢٥س^{٢} + ٦٠س + ٣٦ تشكل مربعاً كاملاً

٢٥س^{٢} + ٦٠س + ٣٦ = (٥س + ٦)^{٢}

---

٢) ٦س^{٢} + ٣٠س + ٣٦

٦س^{٢} + ٣٠س + ٣٦

الحد الأول: ٦س^{٢} ليس مربعاً كاملاً

العبارة ٦س^{٢} + ٣٠س + ٣٦ لا تشكل مربعاً كاملاً

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية ، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب "أولية" :

٣) ٢س^{٢} – س – ٢٨

٢س^{٢} – س – ٢٨

العبارة ليست مربعاً كاملاً، لذا نحلل باستعمال النمط أس^{٢} + ب س + جـ

٢س^{٢} – س – ٢٨ = ٢س^{٢} – ٨س + ٧س – ٢٨

= (٢س^{٢} – ٨س) + (٧س – ٢٨) تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٢س (س – ٤) + ٧ (س – ٤) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٢س + ٧) (س – ٤) س – ٤ عامل مشترك

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكِّل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

٤) $٤س^{٢} + ٦٤$

$٤س^{٢} + ٦٤ = ٤ (س^{٢} + ١٦)$ حلل بإخراج ق. م. أ

---

٥) $٤س^{٢} + ٩س - ١٦$

$٤س^{٢} + ٩س - ١٦$

العبارة ليست مربعاً كاملاً، ولا يمكن التحليل باستعمال النمط $أس^{٢} + ب س + ج$

لا يوجد عددان ناتج ضربهما $٤ \times -١٦ = -٦٤$ ومجموعهما ٩

كثيرة الحدود $٤س^{٢} + ٩س - ١٦$ أولية

---

٦) $٤س^{٢} = ٣٦$

$٤س^{٢} = ٣٦$ المعادلة الأصلية

$س^{٢} = ٩$ القسمة على ٤

$س = \pm \sqrt{٩}$ خاصية الجذر التربيعي

$س = \pm ٣$

الجذران هما: ٣، -٣

التحقق: ← $٤(٣)^{٢} = ٣٦$

$٤(-٣)^{٢} = ٣٦$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حل كلًّا من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل:

٧) $٦٤ص^{٢} - ٤٨ص + ١٨ = ٩$

$٦٤ص^{٢} - ٤٨ص + ١٨ = ٩$ — المعادلة الأصلية

$٦٤ص^{٢} - ٤٨ص + ٩ = ٠$ — طرح ٩ من الطرفين

$٦٤ص^{٢} - ٤٨ص + ٩ = (٨ص)^{٢} - ٢(٨ص)(٣) + (٣)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$(٨ص - ٣)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$(٨ص - ٣)(٨ص - ٣) = ٠$ — كتابة $(٨ص - ٣)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$٨ص - ٣ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$٨ص = ٣$ — إضافة ٣ للطرفين

$ص = \frac{٣}{٨}$ — القسمة على ٣

التحقق: $\leftarrow \left(\frac{٣}{٨}\right)^{٢} ٦٤ - ٤٨\left(\frac{٣}{٨}\right) + ١٨ = ٩$

---

٨) $(ع + ٥)^{٢} = ٤٧$

$(ع + ٥)^{٢} = ٤٧$ — المعادلة الأصلية

$ع + ٥ = \pm \sqrt{٤٧}$ — خاصية الجذر التربيعي

$ع = -٥ \pm \sqrt{٤٧}$ — طرح ٥ من الطرفين

$ع = -٥ + \sqrt{٤٧}$ أو $ع = -٥ - \sqrt{٤٧}$

الجذران هما: ١,٨٦، ـ ١١,٨٦

التحقق: $\leftarrow (١,٨٦ + ٥)^{٢} \approx ٤٧$

$(-١١,٨٦ + ٥)^{٢} \approx ٤٧$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

تأكد

حل كلًّا من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل:

٩) **طلاء:** سقطت فرشاة الدهان من نايف أثناء قيامه بطلاء غرفة نومه، من ارتفاع ٢م. استعمل المعادلة ع = −٥ ن^{٢} + ع$_{.}$ لإيجاد العدد التقريبي للثواني التي تستغرقها الفرشاة للوصول إلى الأرض.

عند مستوى الأرض ع = ٠، والارتفاع الابتدائي ٢ (ع$_{.}$ = ٢)

ع = − ٥ن^{٢} + ع$_{.}$	المعادلة الأصلية
٠ = − ٥ ن^{٢} + ٢	عوض عن ع = ٠ ، ع$_{.}$ = ٢
− ٢ = − ٥ن^{٢}	طرح ٢ من الطرفين
٠,٤ = ن^{٢}	القسمة على − ٥
ن = ±٠,٦	خاصية الجذر التربيعي

الزمن الذي تستغرقه الفرشاة للوصول إلى الأرض = ٠,٦ ثانية تقريباً
(استبعاد العدد السالب)

تدرب وحل المسائل

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

١٠) ٤س^{٢} − ٤٢س + ١١٠

٤س^{٢} − ٤٢س + ١١٠

الحد الأول: ٤س^{٢} مربع كامل [٤س^{٢} = (٢س)^{٢}]

الحد الأخير: ١١٠ ليس مربعاً كاملاً

العبارة ٤ س^{٢} − ٤٢س + ١١٠ **لا تشكل مربعاً كاملاً**

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

١١) $١٦س^{٢} - ٥٦س + ٤٩$

$١٦س^{٢} - ٥٦س + ٤٩$

الحد الأول: $١٦س^{٢}$ مربع كامل $[١٦س^{٢} = (٤س)^{٢}]$

الحد الأخير: ٤٩ مربع كامل $[٤٩ = (٧)^{٢}]$

الحد الأوسط: $٥٦س = ٢(٤س)(٧)$

العبارة $١٦س^{٢} - ٥٦س + ٤٩$ تشكل مربعاً كاملاً

$١٦س^{٢} - ٥٦س + ٤٩ = (٤س - ٧)^{٢}$

---

١٢) $٨١س^{٢} - ٩٠س + ٢٥$

$٨١س^{٢} - ٩٠س + ٢٥$

الحد الأول: $٨١س^{٢}$ مربع كامل $[٨١س^{٢} = (٩س)^{٢}]$

الحد الأخير: ٢٥ مربع كامل $[٢٥ = (٥)^{٢}]$

الحد الأوسط: $٩٠س = ٢(٩س)(٥)$

العبارة $٨١س^{٢} - ٩٠س + ٢٥$ تشكل مربعاً كاملاً

$٨١س^{٢} - ٩٠س + ٢٥ = (٩س - ٥)^{٢}$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب " أولية ":

١٣) ٢٤د^{٢} + ٣٩د − ١٨

٢٤د^{٢} + ٣٩د − ١٨ = ٣ (٨ د^{٢} + ١٣ د − ٦) حلل بإخراج ق. م. أ

العبارة ليست مربعاً كاملاً، نحلل باستعمال النمط أس^{٢} + ب س + ج

٣ (٨ د^{٢} + ١٣ د − ٦) = ٣ (٨ د^{٢} + ١٦ د − ٣ د − ٦)

= ٣ [(٨ د^{٢} + ١٦ د) + (− ٣ د − ٦)] تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٣ [٨ د (د + ٢) − ٣ (د + ٢)] حلل بإخراج ق. م. أ

= ٣(د + ٢) (٨ د − ٣) د + ٢ عامل مشترك

---

١٤) ٨س^{٢} + ١٠س − ٢١

٨س^{٢} + ١٠س − ٢١

العبارة ليست مربعاً كاملاً، ولا يمكن التحليل باستعمال النمط أس^{٢} + ب س + ج

لا يوجد عددان ناتج ضربهما ٨ × −٢١ = −١٦٨ ومجموعهما ١٠

كثيرة الحدود ٨س^{٢} + ١٠س − ٢١ أولية

---

١٥) ٢ب^{٢} + ١٢ب − ٢٤

٢ب^{٢} + ١٢ ب − ٢٤ = ٢ (ب^{٢} + ٦ ب − ١٢) حلل بإخراج ق. م. أ

---

١٦) ١٦أ^{٢} − ١٢١ب^{٢}

١٦أ^{٢} − ١٢١ب^{٢} = (٤ أ)^{٢} − (١١ب)^{٢} اكتب العبارة على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= (٤ أ + ١١ب) (٤ أ − ١١ب) تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب " أولية ":

١٧) ١٢م^{٣} − ٢٢م^{٢} − ٧٠م

١٢م^{٣} − ٢٢م^{٢} − ٧٠م = ٢م (٦م^{٢} − ١١م − ٣٥) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٢م (٦م^{٢} + ١٠م − ٢١م − ٣٥)

= ٢م [(٦م^{٢} + ١٠م) + (− ٢١م − ٣٥)] — تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٢م [٢م (٣م + ٥) − ٧ (٣م + ٥)] — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٢م (٣م + ٥) (٢م − ٧) — ٣م + ٥ عامل مشترك

---

١٨) ٨جـ^{٢} − ٨٨جـ + ٢٤٢

٨ جـ^{٢} − ٨٨ جـ + ٢٤٢ = ٢ (٤ جـ^{٢} − ٤٤ جـ + ١٢١) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٢ (٢جـ − ١١)^{٢} — التحليل على صورة مربع كامل

---

١٩) و^{٤} − و^{٢}

و^{٤} − و^{٢} = و^{٢}(و^{٢} − ١) — حلل بإخراج ق. م. أ

= و^{٢}(و + ١) (و − ١) — تحليل الفرق بين مربعين

---

٢٠) ١٢ل^{٣} − ٣ل

١٢ل^{٣} − ٣ل = ٣ل (٤ل^{٢} − ١) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٣ل (٢ل + ١) (٢ل − ١) — تحليل الفرق بين مربعين

---

٢١) ١٦ك^{٣} − ٤٨ك^{٢} + ٣٦ك

١٦ك^{٣} − ٤٨ك^{٢} + ٣٦ك = ٤ك (٤ك^{٢} − ١٢ك + ٩) — حلل بإخراج ق. م. أ

= ٤ك (٢ك − ٣)^{٢} — التحليل على صورة مربع كامل

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب " أولية ":

٢٢) $٤ن^{٣} + ١٠ن^{٢} - ٨٤ن$

$٤ن^{٣} + ١٠ن^{٢} - ٨٤ن = ٢ن(٢ن^{٢} + ٥ن - ٤٢)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢ن(٢ن^{٢} + ١٢ن - ٧ن - ٤٢)$

$= ٢ن[(٢ن^{٢} + ١٢ن) + (-٧ن - ٤٢)]$ تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

$= ٢ن[٢ن(ن + ٦) - ٧(ن + ٦)]$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢ن(ن + ٦)(٢ن - ٧)$ ن + ٦ عامل مشترك

٢٣) $٢أ^{٢}ب^{٢} - ٢أ^{٢} - ٢أب^{٣} + ٢أب$

$٢أ^{٢}ب^{٢} - ٢أ^{٢} - ٢أب^{٣} + ٢أب = ٢أ(أب^{٢} - أ - ب^{٣} + ب)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢أ[(أب^{٢} - أ) + (-ب^{٣} + ب)]$ تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

$= ٢أ[أ(ب^{٢} - ١) + ب(-ب^{٢} + ١)]$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢أ[أ(ب^{٢} - ١) - ب(ب^{٢} - ١)]$

$= ٢أ[(ب^{٢} - ١)(أ - ب)]$ ب^٢ - ١ عامل مشترك

$= ٢أ(ب + ١)(ب - ١)(أ - ب)$ تحليل الفرق بين مربعين

٢٤) $٢ر^{٣} - ر^{٢} - ٧٢ر + ٣٦$

$٢ر^{٣} - ر^{٢} - ٧٢ر + ٣٦ = (٢ر^{٣} - ر^{٢}) + (-٧٢ر + ٣٦)$

$= ر^{٢}(٢ر - ١) + ٣٦(-٢ر + ١)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ر^{٢}(٢ر - ١) - ٣٦(٢ر - ١)$

$= (٢ر - ١)(ر^{٢} - ٣٦)$ ٢ر - ١ عامل مشترك

$= (٢ر - ١)(ر + ٦)(ر - ٦)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب " أولية ":

٢٥) $٣ك^{٣} - ٢٤ك^{٢} + ٤٨ك$

$٣ك^{٣} - ٢٤ك^{٢} + ٤٨ك = ٣ك (ك^{٢} - ٨ك + ١٦)$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٣ك (ك - ٤)^{٢}$ التحليل على صورة مربع كامل

---

٢٦) $جـ^{٢} + ٢جـ - ٣هـ^{٢} + ٤هـ$

$جـ^{٢} + ٢جـ - ٣هـ^{٢} + ٤هـ = (جـ^{٢} + ٢جـ) + (-٣هـ^{٢} + ٤هـ)$

$= جـ (جـ + ٢) + هـ (-٣هـ + ٤)$ حلل بإخراج ق. م. أ

لا توجد عوامل مشتركة لذا كثيرة الحدود $جـ^{٢} + ٢جـ - ٣هـ^{٢} + ٤هـ$ أولية

---

٢٧) $٨ص^{٢} - ٢٠٠ع^{٢}$

$٨ص^{٢} - ٢٠٠ع^{٢} = ٨ (ص^{٢} - ٢٥ع^{٢})$ حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٨ (ص + ٥ع) (ص - ٥ع)$ تحليل الفرق بين مربعين

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٨) $٤م^{٢} - ٢٤م + ٣٦ = ٠$

$٤م^{٢} - ٢٤م + ٣٦ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$٤م^{٢} - ٢٤م + ٣٦ = (٢م)^{٢} - ٢(٢م)(٦) + (٦)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$(٢م - ٦)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$(٢م - ٦)(٢م - ٦) = ٠$ — كتابة $(٢م - ٦)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$٢م - ٦ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$٢م = ٦$ — إضافة ٦ للطرفين

$م = ٣$ — القسمة على ٢

التحقق: ← $٤(٣)^{٢} - ٢٤(٣) + ٣٦ = ٠$

---

٢٩) $(ص - ٤)^{٢} = ٧$

$(ص - ٤)^{٢} = ٧$ — المعادلة الأصلية

$ص - ٤ = \pm \sqrt{٧}$ — خاصية الجذر التربيعي

$ص = ٤ \pm \sqrt{٧}$ — إضافة ٤ من الطرفين

الجذران هما: $٤ + \sqrt{٧}$ ، $٤ - \sqrt{٧}$

التحقق: ← $(٤ + \sqrt{٧} - ٤)^{٢} = (\sqrt{٧})^{٢} = ٧$

$(٤ - \sqrt{٧} - ٤)^{٢} = (-\sqrt{٧})^{٢} = ٧$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣٠) $أ^{٢} + \frac{١٠}{٧} أ + \frac{٢٥}{٤٩} = ٠$

$أ^{٢} + \frac{١٠}{٧} أ + \frac{٢٥}{٤٩} = ٠$ — المعادلة الأصلية

$أ^{٢} + \frac{١٠}{٧} أ + \frac{٢٥}{٤٩} = (أ)^{٢} + ٢(أ)\left(\frac{٥}{٧}\right) + \left(\frac{٥}{٧}\right)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$\left(أ + \frac{٥}{٧}\right)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$\left(أ + \frac{٥}{٧}\right)\left(أ + \frac{٥}{٧}\right) = ٠$ — كتابة $\left(أ + \frac{٥}{٧}\right)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$أ + \frac{٥}{٧} = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$أ = -\frac{٥}{٧}$ — إضافة $\frac{٥}{٧}$ للطرفين

التحقق: $\leftarrow \left(-\frac{٥}{٧}\right)^{٢} + \left(\frac{١٠}{٧} \times -\frac{٥}{٧}\right) + \frac{٢٥}{٤٩} = ٠$

---

٣١) $س^{٢} - \frac{٣}{٢} س + \frac{٩}{١٦} = ٠$

$س^{٢} - \frac{٣}{٢} س + \frac{٩}{١٦} = ٠$ — المعادلة الأصلية

$س^{٢} - \frac{٣}{٢} س + \frac{٩}{١٦} = (س)^{٢} - ٢(س)\left(\frac{٣}{٤}\right) + \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$\left(س - \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$\left(س - \frac{٣}{٢}\right)\left(س - \frac{٣}{٢}\right) = ٠$ — كتابة $\left(س - \frac{٣}{٢}\right)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$\left(س - \frac{٣}{٢}\right) = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$س = \frac{٣}{٤}$ — إضافة $\frac{٣}{٤}$ للطرفين

التحقق: $\leftarrow \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} - \left(\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٢}\right) + \frac{٩}{١٦} = ٠$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣٢) $س^{٢} + ٨س + ١٦ = ٢٥$

$س^{٢} + ٨س + ١٦ = ٢٥$ — المعادلة الأصلية

$س^{٢} + ٨س - ٩ = ٠$ — طرح ٢٥ من الطرفين

$(س + ٩)(س - ١) = ٠$ — نحلل باستعمال النمط $أس^{٢} + ب س + ج$

$س + ٩ = ٠$ أو $س - ١ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = -٩$ أو $س = ١$ — حل كل معادلة

الجذران هما: $-٩ ، ١$

التحقق: ← $(-٩)^{٢} + ٨(-٩) + ١٦ = ٢٥$

$(١)^{٢} + ٨(١) + ١٦ = ٢٥$

---

٣٣) $٥س^{٢} - ٦٠س = -١٨٠$

$٥س^{٢} - ٦٠س = -١٨٠$ — المعادلة الأصلية

$٥س^{٢} - ٦٠س + ١٨٠ = ٠$ — إضافة ١٨٠ للطرفين

$٥(س^{٢} - ١٢س + ٣٦) = ٠$ — حلل بإخراج ق. م. أ

$(س^{٢} - ١٢س + ٣٦) = (س)^{٢} - ٢(س)(٦) + (٦)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$٥(س - ٦)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$٥(س - ٦)(س - ٦) = ٠$ — كتابة $(س - ٦)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$س - ٦ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة $= ٠$

$س = ٦$ — إضافة ٦ للطرفين

التحقق: ← $٥(٦)^{٢} - ٦٠(٦) = ٢٥$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣٤) $٤س^{٢} = ٨٠س - ٤٠٠$

$٤س^{٢} = ٨٠س - ٤٠٠$ — المعادلة الأصلية

$٤س^{٢} - ٨٠س + ٤٠٠ = ٠$ — طرح ٨٠ س وإضافة ٤٠٠ للطرفين

$٤(س^{٢} - ٢٠س + ١٠٠) = ٠$ — حلل بإخراج ق. م. أ

$(س^{٢} - ٢٠س + ١٠٠) = (س)^{٢} - ٢(س)(١٠) + (١٠)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$٤(س - ١٠)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$٥(س - ١٠)(س - ١٠) = ٠$ — كتابة $(س - ١٠)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$س - ١٠ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$س = ١٠$ — إضافة ١٠ للطرفين

التحقق: ← $٤(١٠)^{٢} = ٨٠(١٠) - ٤٠٠$

$٤٠٠ = ٨٠٠ - ٤٠٠$

---

٣٥) $٩ - ٥٤س = -٨١س^{٢}$

$٩ - ٥٤س = -٨١س^{٢}$ — المعادلة الأصلية

$٨١س^{٢} - ٥٤س + ٩ = ٠$ — إضافة ١٨٠ للطرفين

$٨١س^{٢} - ٥٤س + ٩ = (٩س)^{٢} - ٢(٩س)(٣) + (٣)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$(٩س - ٣)^{٢} = ٠$ — التحليل على صورة مربع كامل

$(٩س - ٣)(٩س - ٣) = ٠$ — كتابة $(٩س - ٣)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$٩س - ٣ = ٠$ — ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$٩س = ٣$ — إضافة ٣ للطرفين

$س = \frac{٣}{٩}$ — القسمة على ٩ والتبسيط

$س = \frac{١}{٣}$

التحقق: ← $٨١\left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} - = \left(\frac{١}{٣}\right)٥٤ - ٩$

$٩ - = ١٨ - ٩$

$-٩ = -٩$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣٦) $٤جـ^{٢} + ٤جـ + ١ = ١٥$

$٤جـ^{٢} + ٤جـ + ١ = ١٥$ — المعادلة الأصلية

$٤جـ^{٢} + ٤جـ + ١ = (٢جـ)^{٢} + ٢(٢جـ)(١) + (١)^{٢}$ — ثلاثية الحدود مربع كامل

$(٢جـ + ١)^{٢} = ١٥$ — التحليل على صورة مربع كامل

$٢جـ + ١ = \pm \sqrt{١٥}$ — خاصية الجذر التربيعي

$٢جـ = -١ \pm \sqrt{١٥}$ — طرح ١ من الطرفين

$جـ = \frac{-١ + \sqrt{١٥}}{٢}$ $\quad$ $جـ = \frac{-١ - \sqrt{١٥}}{٢}$

التحقق: ←

$$٤ \times \left(\frac{-١ + \sqrt{١٥}}{٢}\right)^{٢} + ٤ \times \left(\frac{-١ + \sqrt{١٥}}{٢}\right) + ١ = ١٥$$

$$٤ \times \left(\frac{-١ - \sqrt{١٥}}{٢}\right)^{٢} + ٤ \times \left(\frac{-١ - \sqrt{١٥}}{٢}\right) + ١ = ١٥$$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٣٧) **فيزياء:** أُسقط بالون ماء في تجربة من نافذة في المدرسة. ارتفاعها ٩م. ما الزمن الذي يستغرقه البالون ليصل إلى الأرض؟ قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

عند مستوى الأرض ع = ٠، والارتفاع الابتدائي ٩ ($ع_{.}$ = ٩)

$ع = -٥ن^{٢} + ع_{.}$ — المعادلة الأصلية

$٠ = -٥ن^{٢} + ٩$ — عوض عن ع = ٠، $ع_{.}$ = ٩

$-٩ = -٥ن^{٢}$ — طرح ٩ من الطرفين

$١,٨ = ن^{٢}$ — القسمة على ـ ٥

$ن = \pm ١,٣٤$ — خاصية الجذر التربيعي

الزمن الذي يستغرقه البالون للوصول إلى الأرض = ١,٣٤ ثانية تقريباً

(استبعاد العدد السالب)

---

٣٨) **هندسة:** مُثِّلتْ مساحة مربع بالعبارة $٩س^{٢} - ٤٢س + ٤٩$. أوجد طول ضلع المربع.

مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢}

$٩ س^{٢} - ٤٢ س + ٤٩ = (٣س - ٧)^{٢}$ — التحليل على صورة مربع كامل

طول ضلع المربع = ٣س ـ ٧

---

٣٩) **هندسة** إذا كانت العبارة $٨ص^{٣} + ٤٠ص^{٢} + ٥٠ص$ تمثّل حجم منشور رباعي قاعدته مستطيلة. فأوجد أبعاد المنشور الممكنة على صورة كثيرات الحدود بمعاملات أعداد صحيحة.

$٨ ص^{٣} + ٤٠ ص^{٢} + ٥٠ ص =$

$= ٢ ص (٤ ص^{٢} + ٢٠ ص + ٢٥)$ — حلل بإخراج ق. م. أ

$= ٢ص (٢ ص + ٥) (٢ ص + ٥)$ — التحليل على صورة مربع كامل

أبعاد المنشور هي: ٢ص ، ٢ ص + ٥ ، ٢ ص + ٥

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٠) **اكتشف الخطأ:** حلّل منصور وفيصل العبارة $س^{٨} - س^{٤}$ تحليلاً تامًّا ، فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسّر ذلك.

منصور	فيصل
$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤}(س^{٢} + ١)(س^{٢} - ١)$	$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤}(س^{٢} + ١)(س - ١)(س + ١)$

إجابة فيصل هي الصحيحة، لأن منصور لم يحلل العبارة تحليلاً تاماً لم يحلل الفرق بين مربعين في المرة الثانية

٤١) **تحدّ:** حلّل $س^{ن+٦} + س^{ن+٢} + س^{ن}$ تحليلاً تامًّا.

$س^{ن+٦} + س^{ن+٢} + س^{ن} = س^{ن}(س^{٦} + س^{٢} + ١)$ التحليل بإخراج ق. م. أ

٤٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة ثلاثية حدود تشكل مربعًا كاملاً يكون معامل الحد الأوسط سالبًا والحد الأخير كسرًا اعتياديًّا، ثم حلّ المعادلة.

$٤ص^{٢} - ٩ص + \frac{٨١}{١٦} = ٠$ المعادلة المطلوبة

$(٢ص - \frac{٩}{٤})^{٢}$ التحليل على صورة مربع كامل

$(٢ص - \frac{٩}{٤})(٢ص - \frac{٩}{٤}) = ٠$ كتابة العبارة $(٢ص - \frac{٩}{٤})^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين

$٢ص - \frac{٩}{٤} = ٠$ ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$٢ص = \frac{٩}{٤}$ إضافة $\frac{٩}{٤}$ للطرفين

$ص = \frac{٩}{٨}$ القسمة على ٢

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٤٣) **تبرير:** اكتب مثالاً مضادًّا للعبارة:

"لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة ثلاثة حلول حقيقية دائمًا".

س^{٣} + س^{٢} + س + ١ = ٠

لها حل حقيقي واحد وتحليلها إلى عواملها هو (س^{٢} + ١) (س + ١)

وبمساواة هذين العاملين بالصفر نحصل على حل واحد فقط هو س = −١،

لأن س^{٢} + ١ ليس لها حل حقيقي

---

٤٤) **اكتب:** فسّر كيف تحلّل كثيرة حدود تحليلاً تامًّا.

- **لتحليل كثيرة حدود تحليلاً تاماً نبحث أولاً عن (ق. م. أ) لجميع الحدود ونحلل بإخراج (ق. م. أ) لكل الحدود.**
- **وإذا كان أحد العوامل ثنائية حد فأتحقق إذا كان الحدان يمثلان فرق بين مربعين وأحلل إلى العوامل في هذه الحالة.**
- **وإذا كان أحد العوامل ثلاثية حدود فأتأكد إذا كانت تمثل مربعاً كاملاً أم لا وأحلله.**
- **وإذا كان أحد العوامل يحتوي على أربعة حدود أو أكثر فأحلل بتجميع الحدود.**
- **أما إذا لم يكن لكثير الحدود (ق. م. أ) ولم تكن قابلة للتحليل فإنها تكون أولية.**

---

٤٥) حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

٩س^{٢} − ٢٤س + ١٦	٤س^{٢} + ١٠س + ٤	٢٥س^{٢} + ١٠س + ١	٤س^{٢} − ٣٦س + ٨١

ثلاثية الحدود المختلفة هي: ٤ س^{٢} + ١٠ س + ٤ لأنها ثلاثية حدود لا تشكل مربعاً كاملاً، فيما العبارات الثلاث الأخرى تشكل مربعات كاملة.

---

٤٦) **اكتب:** فسّر كيف تحدّد إذا كانت ثلاثية الحدود تشكل مربعًا كاملاً.

أحدد إذا كانت ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

أولاً: الحدان الأول والأخير يشكلان مربعات كاملة

ثانياً: الحد الأوسط يساوي± مثلي حاصل ضرب الجذر الأساسي للحدين الأول والأخير

فإذا تحققت الشروط السابقة فإن ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

موقع واجباتي

تدريب على اختبار

٤٧) حُلَّ المعادلة (س − ٣)^{٢} = ٢٥.

أ) −٨، ٢ جـ) ٤، ١٤

ب) −٢، ٨ د) −٤، ١٤

س − ٣ = ± $\sqrt{٢٥}$

س − ٣ = ٥

س = ٥ + ٣ = ٨

س − ٣ = − ٥

س = − ٥ + ٣ = − ٢

الاختيار الصحيح: ب) −٢، ٨

٤٨) **هندسة** إذا كان محيط دائرة $\frac{٦ط}{٥}$ وحدة، فما مساحتها؟

أ) $\frac{٣ط}{٥}$ وحدة مربعة

ب) $\frac{١٢ط}{٥}$ وحدة مربعة

جـ) $\frac{٩ط}{٢٥}$ وحدة مربعة

د) $\frac{٣٠ط}{٢٥}$ وحدة مربعة

محيط الدائرة = ٢ط نق

$\frac{٦ط}{٥}$ = ٢ط نق

$\frac{٦}{٥}$ = ٢ نق

نق = $\frac{٦}{٥}$ ÷ ٢ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

= ط$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ = $\frac{٩ط}{٢٥}$

الاختيار الصحيح: جـ) $\frac{٩ط}{٢٥}$ وحدة مربعة

مراجعة تراكمية

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية": (الدرس ٧- ٥)

٤٩) ٤س^{٢} − ٨١ص^{٢}

٤س^{٢} − ٨١ص^{٢} = (٢س)^{٢} − (٩ص)^{٢}

= (٢س − ٩ص) (٢س + ٩ص)

٥٠) ١ − ١٠٠ل^{٢}

١ − ١٠٠ل^{٢} = ١ − (١٠ل)^{٢}

= (١ − ١٠ل) (١ + ١٠ل)

موقع واجباتي

موقع واجباتي

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية": (الدرس ٧- ٥)

٥١) $٣أ^{٢} - ٢٠$

$٣أ^{٢} - ٢٠$ لا يمكن كتابتها على الصورة $أ^{٢} - ب^{٢}$ لذا فهى أولية

---

٥٢) $٢٥ن^{٢} - ١$

$٢٥ن^{٢} - ١ = (٥ن)^{٢} - (١)^{٢} = (٥ن - ١)(٥ن + ١)$

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، و تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧- ٤)

٥٣) $٦س^{٢} - ٤٨س + ٩٠ = ٠$

$٦س^{٢} - ٤٨س + ٩٠ = ٠$

$٦(س^{٢} - ٨س + ١٥) = ٠$

$٦(س - ٣)(س - ٥) = ٠$

$س = ٣$ أو $س = ٥$

الجذران هما: ٣ ، ٥

التحقق: ← $٦(٣)^{٢} - ٤٨(٣) + ٩٠ = ٠$

$٦(٥)^{٢} - ٤٨(٥) + ٩٠ = ٠$

---

٥٤) $١٤س^{٢} + ١٤س = ٢٨$

$١٤س^{٢} + ١٤س - ٢٨ = ٠$

$١٤س^{٢} + ١٤س - ٢٨ = ٠$

$١٤(س^{٢} + س - ٢) = ٠$

$١٤(س - ١)(س + ٢) = ٠$

$س = ١$ أو $س = -٢$

الجذران هما: ١ ، -٢

التحقق: ← $١٤(١)^{٢} + ١٤(١) = ٢٨$

$١٤(-٢)^{٢} + ١٤(-٢) = ٢٨$

موقع واجباتي

موقع واجباتي

٥٥) $٢س^{٢} - ١٠س = ٤٨$

$٢(س^{٢} - ٥س - ٢٤) = ٠$

$٢(س + ٣)(س - ٨) = ٠$

$س + ٣ = ٠$ أو $س - ٨ = ٠$

$س = -٣$ $س = ٨$

الجذران هما: ٨ ، -٣

التحقق: ← $٢(٨)^{٢} - ١٠(٨) = ٤٨$

$٢(-٣)^{٢} - ١٠(-٣) = ٤٨$

---

٥٦) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٧) (−٢، −٣). (مهارة سابقة)

ميل المستقيم = فرق الصادات على فرق السينات

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{٧ - (-٣)}{٥ - (-٢)} = \frac{١٠}{٧}$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد ميل المستقيم المارّ بكلِّ زوج من النقاط في كلٍّ ممَّا يأتي:

٥٧) (٢ ، −١) (٥ ، −٣)

$$م = \frac{-٣ + ١}{٥ - ٢} = -\frac{٢}{٣}$$

٥٨) (−٥ ، ٤) (−٥ ، −١)

$$م = \frac{-١ - ٤}{-٥ + ٥} = \frac{-٥}{٠}$$ ليس له معنى

٥٩) (−٢ ، ٣) (٨ ، ٣)

$$م = \frac{٣ - ٣}{٢ + ٨} = \frac{٠}{١٠} = ٠$$

موقع واجباتي

حلّل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلاً تامًّا:

١) ٢٥س^{٢}ص^{٤}

٢٥س^{٢}ص^{٤} = ٥ × ٥ × س × س × ص × ص × ص × ص

---

٢) ١٧أ ب^{٢}

١٧ أ ب^{٢} = ١٧ × أ × ب × ب

---

٣) −١٨جـ^{٥}د^{٣}

− ١٨ جـ^{٥} د^{٣} = −١ × ٢ × ٣ × ٣ × جـ × جـ × جـ × جـ × جـ × د × د × د

---

٤) **حديقة:** زرع مالك ١٤٠ نبتة مرتبة على صورة مستطيل في حديقة منزله. فبكم طريقة يمكنه ترتيبها ليكون لديه على الأقل ٤ صفوف، وعدد النبتات نفسه في كل صف، على ألا يقل عن ٦ نبتات.

كل وحيدة ٤صفوف في كل منها ٣٥ نبتة، ٥صفوف في كل منها ٢٨ نبتة، ٧صفوف في كل منها ٢٠ نبتة، ١٠صفوف في كل منها ١٤نبتة، ٢٠صفا في كل منها ٧ نبتات، ١٤صفا في كل منها ١٠ نبتات

من الجدول عدد الطرق الممكنة للترتيب = ٦ طرق

الصفوف	٤	٥	٧	١٠	٢٠	١٤
النبتات	٣٥	٢٨	٢٠	١٤	٧	١٠

موقع واجباتي

أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حد فيما يأتي:

٥) ٢أ، ٨أ^{٢}، ١٦أ^{٣}

٢أ = ٢ × أ

٨أ^{٢} = ٢ × ٢ × ٢ × أ × أ

١٦أ^{٣} = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × أ × أ × أ

ق. م. أ = ٢أ

٦) ٧جـ، ٢٤د

٧جـ = ٧ × جـ × ١

٢٤د = ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × د × ١

ق. م. أ = ١

٧) ٥٠جـ^{٢}هـ، ١٢٠جـهـ

٥٠جـ^{٢} هـ = ٥ × ٢ × ٥ × جـ × جـ × هـ

١٢٠جـ هـ = ٢ × ٢ × ٥ × ٢ × ٣ × جـ × هـ

ق. م. أ = ١٠جـ هـ

٨) ٨ك^{٢}ر^{٢}، ٣٦ك ر

٨ك^{٢}ر^{٢} = ٢ × ٢ × ٢ × ك × ك × ر × ر

٣٦ك ر = ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ك × ر

ق. م. أ = ٢ × ٢ × ك × ر

ق. م. أ = ٤ك ر

٩) **اختيار من متعدد:** إذا كانت مساحة المستطيل أدناه ٢س^{٢} – س – ١٥ وحدة مربعة، فما عرضه؟

٢س + ٥

أ) س – ٥

جـ) س – ٣

ب) س + ٣

د) ٢س – ٣

نحلل المقدار:

٢ س^{٢} – س – ١٥ إلى عاملين أحدهما ٢ س + ٥ (الطول)

٢ س^{٢} – س – ١٥ = (٢س + ٥) (س – ٣)

العرض هو: س – ٣ (الإجابة الصحيحة جـ)

موقع واجباتي

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرتي الحدود الآتيتين:

١٠) ٥س ص – ١٠س

٥ س ص – ١٠س

٥ س ص = ٥ × س × ص

– ١٠ س = –١ × ٢ × ٥ × س

ق. م. أ = ٥ س

٥ س ص – ١٠س = ٥ س (ص – ٢)

١١) ٧أ ب + ١٤أ ب^{٢} + ٢١أ^{٢} ب

٧ أ ب + ١٤ أ ب^{٢} + ٢١ أ^{٢}ب

٧ أ ب = ٧ × أ × ب

١٤ أ ب^{٢} = ٢ × ٧ × أ × ب × ب

٢١ أ^{٢} ب = ٣ × ٧ × أ × أ × ب

ق. م. أ = ٧ أ ب

٧ أ ب + ١٤ أ ب^{٢} + ٢١ أ^{٢} ب =

٧ أ ب (١ + ٢ ب + ٣ أ)

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

١٢) ٤س^{٢} + ٨س + س + ٢

٤س^{٢} + ٨س + س + ٢ = (٤س^{٢} + ٨س) + (س + ٢)

= ٤س (س + ٢) + (س + ٢) حلل بإخراج ق. م. أ

= (س + ٢) (٤ س + ١) س + ٢ عامل مشترك

١٣) ١٠أ^{٢} – ٥٠أ – أ + ٥

١٠أ^{٢} – ٥٠أ – أ + ٥ = (١٠أ^{٢} – ٥٠أ) + (– أ + ٥) تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ١٠ أ (أ – ٥) – (أ – ٥) حلل بإخراج ق. م. أ

= (أ – ٥) (١٠أ – ١) أ – ٥ عامل مشترك

موقع واجباتي

حل كلَّ معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٤) ص (ص – ١٤) = ٠

ص (ص ـ ١٤) = ٠	المعادلة الأصلية
ص = ٠ أو ص ـ ١٤ = ٠	خاصية الضرب الصفري
ص = ٠ أو ص = ١٤	حل كل معادلة

الجذران هما: ٠، ١٤

التحقق: ← ٠ × (٠ – ١٤) = ٠

١٤ × (١٤ – ١٤) = ٠

---

١٥) ٣س (س + ٦) = ٠

٣س (س + ٦) = ٠	المعادلة الأصلية
٣س = ٠ أو س + ٦ = ٠	خاصية الضرب الصفري
س = ٠ أو س = ـ٦	حل كل معادلة

الجذران هما: ٠، ـ٦

التحقق: ← ٣ × (٠) × (٠ + ٦) = ٠

٣ × (ـ٦) × (ـ٦ + ٦) = ٠

---

١٦) $أ^{٢} = ١٢أ$

$أ^{٢} = ١٢ أ$	المعادلة الأصلية
$أ^{٢} ـ ١٢ أ = ٠$	طرح ١٢أ من الطرفين
أ (أ – ١٢) = ٠	حلل بإخراج ق. م. أ
أ = ٠ أو أ ـ ١٢ = ٠	خاصية الضرب الصفري
أ = ٠ أو أ = ١٢	حل كل معادلة

الجذران هما: ٠، ١٢

التحقق: ← $(٠)^{٢} = (١٢ \times ٠) = ٠$

$(١٢)^{٢} = (١٢ \times ١٢)$

موقع واجباتي

١٧) **اختيار من متعدد:** ترغب نوال في فرش غرفةٍ مساحتها (س^{٢} – ٩) متر مربع بالسجاد، إذا كان عرض الغرفة (س – ٣) مترًا، فما طولها بالأمتار؟

أ) س – ٣

جـ) س + ٣

ب) س – ٩

د) ٣

نحلل المقدار:

س^{٢} – ٩ إلى عاملين أحدهما س – ٣ (العرض)

س^{٢} – ٩ = (س)^{٢} – (٣)^{٢} يشكل فرق مربعين

س^{٢} – ٩ = (س – ٣) (س + ٣) حلل فرق المربعين

الطول هو: س + ٣ (الإجابة الصحيحة جـ)

حلّل كلًّا من ثلاثيات الحدود الآتية:

١٨) س^{٢} + ٧س + ٦

س^{٢} + ٧ س + ٦ = (س + م) (س + ن) اكتب القاعدة

= (س + ٦) (س + ١) م = ٦، ن = ١

---

١٩) س^{٢} – ٣س – ٢٨

س^{٢} – ٣س – ٢٨ = (س + م) (س + ن) اكتب القاعدة

= (س – ٧) (س + ٤) م = –٧، ن = ٤

موقع واجباتي

حلّل كلًّا من ثلاثيات الحدود الآتية:

٢٠) ١٠س^{٢} – س – ٣

١٠س^{٢} – س – ٣ = ١٠س^{٢} + م س + ن س – ٣

استخدم القاعدة أس^{٢} + م س + ن س + جـ

= ١٠س^{٢} + ٥ س – ٦ س – ٣ م = ٥، ن = – ٦

= (١٠ س^{٢} + ٥ س) + (– ٦ س – ٣) جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٥ س (٢ س + ١) – ٣ (٢ س + ١) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٢ س + ١) (٥ س – ٣) ٢ س + ١ عامل مشترك

---

٢١) ١٥س^{٢} + ٧س – ٢

١٥س^{٢} + ٧ س – ٢ = ١٥س^{٢} + م س + ن س – ٢

استخدم القاعدة أس^{٢} + م س + ن س + جـ

= ١٥س^{٢} + ١٠س – ٣ س – ٢ م = ١٠، ن = – ٣

= (١٥س^{٢} + ١٠ س) + (– ٣ س – ٢) جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

= ٥ س (٣ س + ٢) – (٣ س + ٢) حلل بإخراج ق. م. أ

= (٣ س + ٢) (٥ س – ١) ٣ س + ٢ عامل مشترك

---

٢٢) س^{٢} – ٢٥

س^{٢} – ٢٥ = (س)^{٢} – (٥)^{٢} اكتب س^{٢} – ٢٥ على صورة أ^{٢} – ب^{٢}

= (س + ٥) (س – ٥) حلل فرق مربعين

موقع واجباتي

حلّل كلًّا من ثلاثيات الحدود الآتية:

٢٣) ٤س^{٢} − ٨١

٤س^{٢} − ٨١ = (٢س)^{٢} − (٩)^{٢} اكتب ٤س^{٢} − ٨١ على صورة أ^{٢} − ب^{٢}

= (٢س + ٩) (٢س − ٩) حلل فرق مربعين

---

٢٤) ٩س^{٢} − ١٢س + ٤

٩س^{٢} − ١٢ س + ٤ = (٣س)^{٢} − ٢(٢) (٣ س) + (٢)^{٢} ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

= (٣س − ٢)^{٢} تحليل المربع الكامل

---

٢٥) ١٦س^{٢} + ٤٠س + ٢٥

١٦س^{٢} + ٤٠س + ٢٥ = (٤ س)^{٢} + ٢ (٥) (٤ س) + (٥)^{٢}

= (٤س + ٥)^{٢} تحليل المربع الكامل

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٦) س^{٢} − ٤س = ٢١

س^{٢} − ٤س = ٢١ المعادلة الأصلية

س^{٢} − ٤ س − ٢١ = ٠ طرح ٢١ من الطرفين

(س − ٧) (س + ٣) = ٠ م = −٧، ن = ٣

س − ٧ = ٠ أو س + ٣ = ٠ خاصية الضرب الصفري

س = ٧ س = −٣

الجذران هما: ٧، −٣

التحقق: ← (٧)^{٢} − ٤(٧) = ٤٩ − ٢٨ = ٢١

(−٣)^{٢} − ٤(−٣) = ٩ + ١٢ = ٢١

موقع واجباتي

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٧) $س^{٢} - ٢س - ٢٤ = ٠$

$س^{٢} - ٢ س - ٢٤ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(س - ٦)(س + ٤) = ٠$ — م = ـ٦، ن = ٤

$س - ٦ = ٠$ أو $س + ٤ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٦$ ، $س = - ٤$

الجذران هما: ٦، ـ٤

التحقق: ← $(٦)^{٢} - ٢(٦) - ٢٤ = ٣٦ - ١٢ - ٢٤ = ٠$

$(- ٤)^{٢} - ٢(- ٤) - ٢٤ = ١٦ + ٨ - ٢٤ = ٠$

---

٢٨) $٦س^{٢} - ٥س - ٦ = ٠$

$٦س^{٢} - ٥ س - ٦ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٦س^{٢} + ٤ س) + (- ٩ س - ٦) = ٠$ — استخدم القاعدة (م = ٤، ن = ـ٩

$٢س (٣ س + ٢) - ٣(٣ س + ٢) = ٠$ — حلل بإخراج ق . م. أ

$(٣ س + ٢)(٢ س - ٣) = ٠$ — ٣ س + ٢ عامل مشترك

$٣ س + ٢ = ٠$ أو $٢ س - ٣ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٣ س = - ٢$ أو $٢ س = ٣$

$س = - \frac{٢}{٣}$ ، $س = \frac{٣}{٢}$ — حل كل معادلة

الجذران هما: $- \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$

التحقق: ← $٦\left(- \frac{٢}{٣}\right)^{٢} - ٥\left(- \frac{٢}{٣}\right) - ٦ = ٠$

$٦\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} - ٥\left(\frac{٣}{٢}\right) - ٦ = ٠$

موقع واجباتي

٢٩) $٢س^{٢} - ١٣س + ٢٠ = ٠$

$٢س^{٢} - ١٣ س + ٢٠ = ٠$ — المعادلة الأصلية

$(٢س^{٢} - ٨ س) + (- ٥ س + ٢٠) = ٠$ — استخدم القاعدة (م = -٨، ن = -٥)

$٢س (س - ٤) - ٥(س - ٤) = ٠$ — حلل بإخراج ق. م. أ

$(س - ٤) (٢ س - ٥) = ٠$ — س - ٤ عامل مشترك

$س - ٤ = ٠$ أو $٢ س - ٥ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$س = ٤$ أو $٢ س = ٥$

$س = ٤$ $\quad س = \frac{٥}{٢}$ — حل كل معادلة

الجذران هما: $٤، \frac{٥}{٢}$

التحقق: ← $٢(٤)^{٢} - ١٣(٤) + ٢٠ = ٠$

$٢\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} - ١٣\left(\frac{٥}{٢}\right) + ٢٠ = ٠$

٣٠) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يُعدُّ عاملاً من عوامل $س^{٤} - ١$ عند تحليلها تحليلاً تامًّا؟

أ) $س^{٢} - ١$ **جـ)** $س$

ب) $س - ١$ **د)** ١

$س^{٤} - ١ = (س^{٢} - ١) (س^{٢} + ١)$ — تحليل فرق مربعين

$= (س - ١) (س + ١) (س^{٢} + ١)$ — تحليل فرق مربعين

الاختيار الصحيح: ب) $س - ١$

موقع واجباتي

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممَّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

١) جهَّز زياد الأعداد المدوَّنة في الجدول لكل نوعٍ من أنواع الكعك، إذا أراد وضع العدد نفسه من كل نوعٍ من الكعك في كل سلةٍ، بحيث تحوي السلة أكبر عددٍ ممكن من كل نوع من أنواع الكعك جميعها، فما عدد السلال اللَّازمة؟
"تلميح: لا يشترط استخدام جميع قطع الكعك".

نوع الكعك	العدد
بالشوكولاتة	٥٤
بالفراولة	٤٥
بالفواكة	٣٦
بالكراميل	٦٠

أ) ١٨ **ب)** ١٦ **جـ)** ١٢ **د)** ١٠

٢) باستعمال المعلومات في السؤال ١، كم قطعة كعكٍ من كل نوعٍ ستحوي كلُّ سلةٍ؟

أ) ٢ **ب)** ٣ **جـ)** ٤ **د)** ٦

٣) حلّل: م ن + ٥ م − ٣ ن − ١٥

أ) (م ن − ٣) (٥) **جـ)** (م − ٥) (ن + ٣)
ب) (ن − ٣) (م + ٥) **د)** (م − ٣) (ن + ٥)

= (م ن + ٥م) − (٣ن + ١٥)

= م(ن + ٥) − ٣(ن + ٥)

= (ن + ٥) (م − ٣)

٤) أيٌّ ممَّا يأتي يمثل حلًّا للمعادلة: $س^{٢} + ٦س - ١١٢ = ٠$ ؟

أ) −١٤ **جـ)** ٦
ب) −٨ **د)** ١٢

(س − ٨) (س + ١٤) = ٠

س − ٨ = ٠ س + ١٤ = ٠

س = ٨ س = − ١٤

٥) أيٌّ من كثيرات الحدود الآتية، كثيرة حدود أولية؟

أ) $٥س^{٢} + ٣٤س + ٢٤$
ب) $٤س^{٢} + ٢٢س + ١٠$
جـ) $٤س^{٢} + ٣٨س + ٧٠$
د) $٥س^{٢} + ٣س + ٤$

٦) أيٌّ ممَّا يأتي لا يُعدُّ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $٤٥ب^{٢} - ٨٠ جـ^{٢}$؟

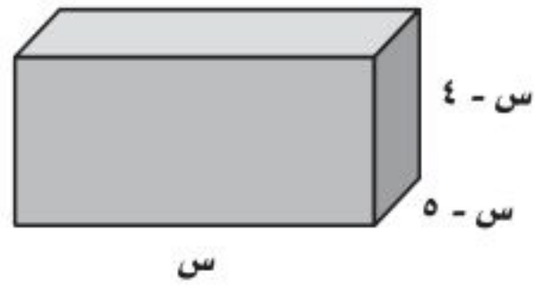
أ) ٥ **جـ)** ٢ب − ٥جـ
ب) ٣ب − ٤جـ **د)** ٣ب + ٤جـ

موقع واجباتي

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

٧) إذا كان حجم متوازي المستطيلات أدناه يساوي ٥٦ س سنتمترًا مكعبًا،



فأيٌّ من الأعداد التالية، لا يمثل بُعدًا لمتوازي المستطيلات؟

أ) ٦سم
ب) ٧سم
جـ) ٨سم
د) ١٢سم

٨) عند تحليل كثيرة الحدود: ص^{٢} − ٩ص + ٢٠، نحصل على:

أ) (ص − ٢) (ص − ١٠)
ب) (ص − ٤) (ص − ٥)
جـ) (ص − ٢) (ص − ٧)
د) (ص − ٥) (ص + ٢)

إرشادات للاختبارات

سؤال ٤: يمكن التحقق من الحل بتعويض العدد في المعادلة؛ للحصول على جملةٍ رياضيةٍ صحيحةٍ.

إجابات قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

عبِّر عن كلٍّ ممَّا يأتي في صورة وحيدة حدٍّ.

٩) مساحة المثلث:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{١}{٢}(٣\text{س}^{٢}\text{ص})(٢\text{س ص}^{٢}\text{هـ})$$

$$= ٣\text{س}^{٣}\text{ص}^{٣}\text{هـ}$$

١٠) حجم الأسطوانة:

$$\text{حجم الأسطوانة} = \text{ط ص}^{٢}(٣\text{ص}^{٢})$$

$$= ٣\text{ط ص}^{٤}$$

موقع واجباتي

إجابات مطولة

بسِّط كلَّ عبارةٍ ممَّا يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

١١) $\frac{م^{٣} ن^{٢}}{م ن} = م^{٢} ن$

١٢) $\left(\frac{٣جـ^{٢} هـ^{٣}}{٢س}\right)^{٣} = \frac{٢٧ جـ^{٦} هـ^{٩}}{٢س}$

١٣) $\left(\frac{٩س^{٢} ص^{٣}}{٥هـ^{٣} س^{٢} ص^{٢}}\right)^{٠} = ١$

١٤) المعادلة: ع = −١٦ن^{٢} + ٤٠ن + ٣ تمثِّل ارتفاع بالون فوق سطح الأرض بالقدم بعد ن ثانيةً من إطلاقه، أوجد ارتفاعه بعد ثانيتين من إطلاقه.

$ع = -١٦(٢)^{٢} + ٤٠(٢) + ٣$

$ع = -٦٤ + ٨٠ + ٣$

ع = ١٩ قدم

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

١٥) المعادلة: ع = −١٦ن^{٢} + ٢٠٠ن تمثِّل ارتفاع كرة تمَّ ركلها من الأرض لأعلى.

أ) عبِّر عن الارتفاع بصورة كثيرة حدودٍ بعد تحليلها تحليلًا تامًّا.

$ع = ٨ن (٢٥ - ٢ن)$

ب) في أي وقت يكون ارتفاع الكرة عن الأرض مساويًا للصفر؟ وضِّح معنى ذلك.

يكون الارتفاع مساوياً للصفر عندما ع = ٠

$٠ = ٨ن (٢٥ - ٢ن)$

$٨ن = ٠ \quad ٢٥ - ٢ن = ٠$

$ن = ٠ \quad ن = ١٢,٥$

جـ) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ ومتى يكون ذلك؟

اقصى ارتفاع نصف المسافة بين ٠ و ١٢,٥

$أي ن = \frac{٢٥}{٨}$

$ع = ٢٠٠ \left(\frac{٢٥}{٨}\right) - ١٦ \left(\frac{٢٥}{٨}\right)^{٢}$

$ع = ٤٦٨,٧٥$

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	١-٧	١-٧	٢-٧	٣-٧	٤-٧	٥-٧	٦-٧	٣-٧	١-٦	١-٦	٢-٦	٢-٦	٢-٦	مهارة سابقة	٤-٧

موقع واجباتي